

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт экономики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 11 от 25.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

38.03.01 - Экономика

Направленность образовательной программы

Бухгалтерский учет, экономический анализ и аудит

Форма обучения

очная, очно-заочная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.11 Линейная алгебра относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.2: Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки	УК-1.2: Уметь использовать математический язык, математическую символику, математические методы для решения практических задач. Знать основные математические понятия, теоремы, аксиомы. Владеть грамотной математической речью.	Внеаудиторная контрольная работа	Зачёт: Контрольные вопросы Задания Тест
ОПК-5: Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении профессиональных задач	ОПК-5.2: Использует современные информационные технологии и программные средства для решения профессиональных задач	ОПК-5.2: Уметь использовать методы линейной алгебры для принятия решений в стандартных и нестандартных ситуациях, в т. ч. ситуациях риска, и нести за них ответственность. Уметь использовать математические методы при построении организационно-управленческих моделей для решения практических задач. Владеть математическими методами решения типовых экономических задач.	Внеаудиторная контрольная работа	Зачёт: Задания Контрольные вопросы Тест

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная	очно-заочная
--	-------	--------------

Общая трудоемкость, з.е.	2	2
Часов по учебному плану	72	72
в том числе		
аудиторные занятия (контактная работа):		
- занятия лекционного типа	16	8
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16	16
- КСР	1	1
самостоятельная работа	39	47
Промежуточная аттестация	0 Зачёт	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)		в том числе							
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них						Самостоятельная работа обучающегося, часы	
	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы		Всего					
о ф	о з о	о ф	о з о	о ф	о з о	о ф	о з о	о ф	о з о	
Тема1. Матрицы и определители.	14	14	3	1	3	3	6	4	8	10
Тема 2. Системы линейных уравнений.	14	14	3	1	3	3	6	4	8	10
Тема 3. Векторная алгебра.	14	14	3	2	3	3	6	5	8	9
Тема 4. Линейные пространства и линейные операторы.	13	13	3	2	3	3	6	5	7	8
Тема 5. Элементы аналитической геометрии.	10	11	2	1	2	2	4	3	6	8
Тема 6. Нейросети в процессе изучения линейной алгебры	6	5	2	1	2	2	4	3	2	2
Аттестация	0	0								
КСР	1	1					1	1		
Итого	72	72	16	8	16	16	33	25	39	47

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема1. Матрицы и определители.

Понятие матрицы произвольного порядка. Действия над матрицами. Виды матриц. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителя. Обратная матрица. Ранг матрицы. Ранг матрицы при элементарных преобразованиях матриц. Теоремы о связи ранга с числом линейно независимых строк, о представлении строки в виде линейной комбинации независимых строк.

Тема 2. Системы линейных уравнений. Балансовый анализ.

Виды СЛУ. Решения СЛУ. Система линейных уравнений в матричной форме. Метод решения линейных систем, у которых число уравнений равно числу переменных, переходом к обратной матрице. Правило Крамера решения систем линейных уравнений. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли. Схема

решения СЛУ. Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Фундаментальные решения. Общее решение неоднородной СЛУ. Балансовые модели в экономике.

Тема 3. Векторная алгебра.

Геометрический вектор. Основные понятия. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Ось, числовая ось, проекция вектора на ось. Декартов базис в пространстве и на плоскости и декартова система координат. Координаты вектора. Модуль (длина) вектора в координатах. Линейные операции в координатах. Скалярное произведение в координатах.

Тема 4. Линейные пространства и линейные операторы.

Понятие линейного векторного пространства. Векторы в n -мерном евклидовом пространстве. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность векторного пространства. Базис векторного пространства. Разложение вектора по базису. Переход к новому базису. Матрица перехода. Линейные операторы и их свойства. Матрица линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.

Тема 5. Элементы аналитической геометрии.

Уравнение прямой на плоскости и в пространстве. Полуплоскость. Уравнение плоскости. Полупространство. Кривые второго порядка и их канонические уравнения.

Тема 6. Нейросети в процессе изучения линейной алгебры.

Великие математики. Поиск информации и создание презентаций с помощью нейросетей.

Решение задач по линейной алгебре с помощью нейросетей.

Составление алгоритмов решения различных задач по линейной алгебре с помощью нейросетей.

Построение кривых второго порядка с помощью нейросетей.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Прикладная математика и математические методы и модели в сфере гостеприимства и туризма (Григорян М.Э.), <https://e-learning.unn.ru/course/view?id=2893>.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Внеаудиторная контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. Решите систему линейных алгебраических уравнений любым доступным вам методом

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$

2. Найти значение матричного выражения $A^2+B \cdot C$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -4 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 4 \\ -3 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

3. Найдите скалярное произведение векторов $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$ и $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$

4. Найти общее и частное решение неоднородной СЛАУ. Сделать проверку решения. (метод Гаусса).

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 7 \\ 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \\ -3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 5 \\ 11x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = -5 \end{cases}$$

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Внеаудиторная контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-5:

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений тремя

способами $\begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ 3x + y - 2z = 4 \\ 4x + y - 4z = 6 \end{cases}$ (методом Крмера, методом Гаусса и с

помощью обратной матрицы).

2. Даны два вектора \vec{a} и \vec{b} . Найти угол между этими векторами и площадь параллелограмма, построенного на них, если $\vec{a} = 3\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{k}$.

3. Найдите матрицу, обратную к заданной: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Найдите определитель данной матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Найдите объем пирамиды, построенной на векторах: $\vec{a} = \{1; 2; 3\}$; $\vec{b} = \{3; -1; 2\}$; $\vec{c} = \{1; 2; -1\}$.

Ключ

№	1	2	3	4	5
Ответ	$x = 16/11$, $y = -10/11$	Угол равен $\varphi \approx \arccos(1/\sqrt{110})$ Площадь	$A^{-1} = \begin{pmatrix} -0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.4 & -0.6 & 0.2 \\ 0 & 0.4 & -0.2 \end{pmatrix}$	5	14/3
	1, $z = -3/11$	параллелограмм ма равна $S \approx 5,35$.			

Критерии оценивания (оценочное средство - Внеаудиторная контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Усвоен материал лекционных и практических занятий; задание выполнено достаточно правильно и полно; доля документально подтвержденного выполнения заданий на самостоятельную работу превышает 50%.
не зачтено	Не выполнено хотя бы одно условие получение оценки «зачтено»: задание не выполнено или в ответе имеются серьезные, грубые ошибки; доля невыполненных заданий на самостоятельную работу превышает 50%.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой

	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Матрицы. Действия над матрицами. Элементарные преобразования матриц.
2. Определитель квадратной матрицы.
3. Алгоритм поиска обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
4. Теорема Лапласа.
5. Свойства определителей.
6. Обратная матрица.
7. Ранг матрицы.
8. Решение матричных уравнений.
9. Система линейных алгебраических уравнений.
10. Матричная запись системы линейных алгебраических уравнений.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-5

1. Теорема Кронекера-Капелли.
2. Метод обратной матрицы для решения определенных систем линейных алгебраических уравнений.
3. Формулы Крамера.
4. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
5. Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Фундаментальные решения.
6. Двух, трехмерные и n -мерные векторы.
7. Операции над векторами.
8. Линейная зависимость векторов.
9. Линейное n -мерное пространство.
10. Базис и размерность n -мерного пространства.
11. Матрица перехода к новому базису.
12. Линейные операторы. Матрица линейного оператора.

13. Собственные значения и собственные векторы матрицы.
14. Уравнения прямой линии на плоскости. Полуплоскость.
15. Уравнение плоскости. Полупространство.
16. Уравнение прямой линии в пространстве.
17. Прямая и гиперплоскость в n-мерном точечном пространстве.
18. Полупространство в n-мерном точечном пространстве.
19. Эллипс, его свойства и каноническое уравнение.
20. Гипербола, ее свойства и каноническое уравнение.
21. Парабола, ее свойства и каноническое уравнение.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Усвоен материал лекционных и практических занятий; задание выполнено достаточно правильно и полно; доля документально подтвержденного выполнения заданий на самостоятельную работу превышает 50%.
не зачтено	Не выполнено хотя бы одно условие получения оценки «зачтено»: задание не выполнено или в ответе имеются серьезные, грубые ошибки; доля невыполненных заданий на самостоятельную работу превышает 50%.

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Вычислить сумму и произведение двух матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислить определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix}$.

3. Найти ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Привести матрицу к ступенчатому виду: $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ 5 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

5. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

$$\text{б) } X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

6. Решить систему уравнений, используя правило Крамера:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = -3 \\ -x - y + 2z = -6 \\ 2x + y + 2z = -1 \end{cases}.$$

7. Решить систему уравнений с помощью обратной матрицы:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = -3 \\ -x - y + 2z = -6 \\ 2x + y + 2z = -1 \end{cases}.$$

8. Решить систему уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} 3x + 4y = -2 \\ 2x - y + 4z = -1 \\ -x - 2y + 2z = 2 \end{cases}.$$

9. Найти \bar{x} , если $\bar{x} = 3\bar{a}_1 - 2\bar{a}_2 + \bar{a}_3$ и $\bar{a}_1 = (1, 2, 1, 2)$, $\bar{a}_2 = (-1, -3, 4, 5)$, $\bar{a}_3 = (-5, 0, 2, 3)$.

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-5

1. Выясните, являются ли векторы линейно независимыми. Если векторы линейно зависимы, выразите один из векторов через остальные.

1) $\vec{a}_1 = (1, -1, 0)$, $\vec{a}_2 = (2, 0, -1)$;

2) $\vec{a}_1 = (1, -3, 2)$, $\vec{a}_2 = (-1, 3, -2)$;

3) $\vec{a}_1 = (0, 5, -7)$, $\vec{a}_2 = (0, 0, 0)$, $\vec{a}_3 = (1, 0, -2)$;

4) $\vec{a}_1 = (1, -2, 5)$, $\vec{a}_2 = (1, 0, 0)$, $\vec{a}_3 = (0, 1, 0)$, $\vec{a}_4 = (0, 0, 1)$;

2. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

линейного оператора: $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. Записать уравнения прямой, проходящей через точку $M(8; 9; 10)$ параллельно оси OZ .
4. Составить уравнение прямой, проходящей через две данные точки: $A(-3; 1)$ и $B(1; 2)$.
5. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-3; 4)$ параллельно прямой: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3}$.
6. Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены на оси Ox симметрично относительно начала координат, большая ось равна 16, а расстояние между директрисами 32.
7. Определить фокус и директрису параболы $y^2 = 12x$.
8. Даны два вектора \vec{a} и \vec{b} . Найти угол между этими векторами и площадь параллелограмма, построенного на них, если $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 6\vec{k}$, $\vec{b} = 7\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$. Угол равен $\varphi = \arccos(11/\sqrt{2706})$. Площадь параллелограмма равна $S \approx 50,84$.
9. Даны два вектора \vec{a} и \vec{b} . Найти угол между этими векторами и площадь параллелограмма, построенного на них, если $\vec{a} = 3\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{k}$. Угол равен $\varphi \approx \arccos(1/\sqrt{110})$. Площадь параллелограмма равна $S \approx 5,35$.
10. Даны два вектора \vec{a} и \vec{b} . Найти угол между этими векторами и площадь параллелограмма, построенного на них, если $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 6\vec{k}$, $\vec{b} = 7\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$. Угол равен $\varphi \approx \arccos(11/\sqrt{2706})$. Площадь параллелограмма равна $S \approx 50,84$.
11. Даны два вектора \vec{a} и \vec{b} . Найти угол между этими векторами и площадь параллелограмма, построенного на них, если $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 5\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$. Угол равен $\varphi \approx \arccos(11/\sqrt{129})$. Площадь параллелограмма равна $S \approx 2,83$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3.5 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1

Тест №1

№	Вопрос
1	С какими размерами получится матрица, в результате сложения двух матриц размером 2x2? 1. Матрица размером 2x2. 2. Матрица размером 2x3. 3. Матрица размером 3x2. 4. Всегда нулевая матрица.
2	С какими размерами получится матрица, в результате умножения матрицы 4x2 на матрицу 2x5? 1. Матрица размером 2x5. 2. Матрица размером 4x2. 3. Невозможно умножить. 4. Матрица размером 4x5.
3	Как называется операция, которая меняет строки матрицы на столбцы?

	<ol style="list-style-type: none"> 1. Транспонирование матрицы. 2. Сложение матриц. 3. Умножение матриц. 4. Инверсия матрицы.
4	<p>Какой из следующих типов матриц называется единичной?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Матрица, у которой все элементы равны 1. 2. Матрица, у которой все элементы равны 0. 3. Матрица, у которой все элементы на главной диагонали равны 1, а остальные элементы равны 0. 4. Матрица с одинаковым количеством строк и столбцов.
5	<p>Как вычислить след матрицы размером 3×3?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Вычислить произведение элементов главной диагонали. 2. Вычислить сумму элементов главной диагонали. 3. Вычислить сумму всех элементов матрицы. 4. Вычислить сумму всех элементов побочной диагонали.
6	<p>Какое условие необходимо для применения метода Крамера?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Определитель матрицы A не равен нулю. 2. Определитель матрицы A равен нулю. 3. Метод Крамера применяется к любой системе алгебраических уравнений. 4. Систему линейных алгебраических уравнений нельзя решать методом Крамера.
7	<p>Выберите верное утверждение.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Матрица обратима тогда и только тогда, когда она вырождена, то есть её определитель равен нулю. 2. Для неквадратных матриц и вырожденных матриц обратных матриц не существует. 3. Любая матрица обратима. 4. Любая квадратная матрица обратима.
8	<p>В чем заключается метод Гаусса для решения систем линейных алгебраических уравнений?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. В нахождении обратной матрицы. 2. В приведении матрицы к ступенчатому виду.

	<p>3. В нахождении корней многочленов.</p> <p>4. В использовании графиков для решения уравнений.</p>
9	<p>Выберите верное определение кривой второго порядка.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Кривая второго порядка — это геометрическое место точек плоскости, прямоугольные координаты которых удовлетворяют уравнению вида $a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$, 2. Кривая второго порядка — это целая рациональная функция второй степени вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$ и $a, b, c \in R$. 3. Кривая второго порядка — это замкнутая плоская кривая, все точки которой равноудалены от заданной точки, лежащей в той же плоскости, что и кривая. 4. Кривая второго порядка — это — геометрическое место точек M евклидовой плоскости, для которых абсолютное значение разности расстояний от M до двух выделенных точек F_1 и F_2 (называемых фокусами) постоянно.
10	<p>Какое уравнение представляет гиперболу?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $x^2 + y^2 = 1$ 2. $x^2 - y^2 = 1$ 3. $xy = 1$ 4. $x^2 + 2xy + y^2 = 0$
11	<p>Как называется множество всех собственных векторов линейного оператора, соответствующих данному собственному числу, дополненное нулевым вектором?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Собственным подпространством этого оператора. 2. Линейным пространством этого оператора. 3. Линейным векторным пространством. 4. Квадратной матрицей.
12	<p>Когда определена операция умножения матриц?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Матрицы A и B могут быть перемножены, если они совместимы в том смысле, что число строк матрицы A равно числу строк B. 2. Матрицы A и B могут быть перемножены, если они совместимы в том смысле, что число столбцов матрицы A равно числу строк B. 3. Матрицы A и B могут быть перемножены, если они совместимы в том смысле, что число столбцов матрицы A равно числу столбцов матрицы B. 4. Матрицы A и B могут быть перемножены, если они совместимы в том смысле,

	что число строк матрицы А равно числу столбцов матрицы В.
13	<p>Выберите верное высказывание.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Рангом матрицы называют количество линейно независимых столбцов матрицы (столбцовый ранг матрицы) или количество линейно независимых строк матрицы (строчный ранг матрицы). 2. Рангом матрицы называют порядок максимального, отличного от нуля, минора матрицы. 3. При элементарных преобразованиях ранг матрицы не меняется. 4. Все ответы верны.
14	<p>Выберите неверное утверждение.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Элементарные преобразования матрицы — такие преобразования матрицы, в результате которых сохраняется эквивалентность матриц. 2. Элементарные преобразования используются в методе Гаусса для приведения матрицы к треугольному или ступенчатому виду. 3. Элементарные преобразования изменяют множество решений системы линейных алгебраических уравнений, которую представляет эта матрица. 4. прибавление к любой строке матрицы другой строки, умноженной на некоторую константу является элементарным преобразованием.
15	<p>Как называют метод решения систем линейных алгебраических уравнений через обратную матрицу?</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Метод Крамера. 2. Метод Гаусса. 3. Матричный метод 4. Метод подстановки.

Ключи к тесту №1

№	Верный ответ	Критерии
1	1	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
2	4	1 балл –полное правильное соответствие

		0 баллов – остальные случаи
3	1	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
4	3	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
5	2	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
6	1	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
7	2	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
8	2	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
9	1	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
10	2	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
11	1	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
12	2	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
13	4	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
14	3	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
15	3	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи

Задания открытого типа.

Прочитайте вопрос и дайте ответ, соответствующий смысловому содержанию вопроса

№	Вопрос
1	Опишите суть метода Гаусса для решения систем линейных алгебраических

	уравнений.
2	Сформулируйте определение обратной матрицы.
3	Приведите уравнение плоскости.
4	Что такое линейное пространство?
5	Что такое собственный вектор?

Ключи

В качестве верных ответов приведены эталонные/идеальные варианты. Верный ответ – соответствие смысловому содержанию.

№	Верный ответ	Критерии
1	Метод Гаусса — классический метод решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Назван в честь немецкого математика Карла Фридриха Гаусса. Это метод последовательного исключения переменных, когда с помощью элементарных преобразований система уравнений приводится к равносильной системе верхнего правого или нижнего левого треугольного вида, из которой последовательно, начиная с последних или с первых (по номеру), находятся все переменные системы	1 балл –полное или частичное (не менее 50%) смысловое соответствие 0 баллов – остальные случаи
2	Обратная матрица — такая матрица A^{-1} , при умножении которой на исходную матрицу A получается единичная матрица E: $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$.	1 балл –полное или частичное (не менее 50%) смысловое соответствие 0 баллов – остальные случаи
3	Плоскость — алгебраическая поверхность первого порядка: в декартовой системе координат плоскость может быть задана уравнением первой степени. Общее уравнение (полное) плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$, где A,B,C и D — постоянные, причём A,B и C одновременно не равны нулю.	1 балл –полное или частичное (не менее 50%) смысловое соответствие 0 баллов – остальные случаи
4	Линейное пространство — базовая структура геометрии инцидентности. Линейное пространство состоит из множества элементов, называемых точками, и множества элементов, называемых прямыми. Каждая прямая является различным подмножеством точек. Говорят, что точки прямой инцидентны прямой. Любые две прямые могут иметь не более одной общей точки. Интуитивно, это правило можно продемонстрировать как две прямые на евклидовой плоскости, которые никогда не пересекаются	1 балл –полное или частичное (не менее 50%) смысловое соответствие 0 баллов – остальные случаи

	более чем в одной точке.	
5	<p>Собственный вектор — понятие в линейной алгебре, определяемое для произвольного линейного оператора как ненулевой вектор, применение к которому оператора даёт коллинеарный вектор — тот же вектор, умноженный на некоторое скалярное значение (которое может быть равно 0). Скаляр, на который умножается собственный вектор под действием оператора, называется <i>собственным числом</i> (или <i>собственным значением</i>) линейного оператора, соответствующим данному собственному вектору. Одним из представлений линейного оператора является квадратная матрица, поэтому собственные векторы и собственные значения часто определяются в контексте использования таких матриц</p>	1 балл –полное или частичное (не менее 50%) смысловое соответствие 0 баллов – остальные случаи

5.3.6 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-5

Тест №2

№	Вопрос
1	<p>Выполните сложение матриц: $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.</p> <p>1) $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 \\ 9 & 7 & 12 \end{pmatrix}$.</p> <p>2) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 9 & 7 & 12 \end{pmatrix}$</p> <p>3) $\begin{pmatrix} -4 & 3 & -5 \\ 9 & 7 & 12 \end{pmatrix}$</p> <p>4) $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 9 & -7 & 12 \end{pmatrix}$</p>
2	<p>Вычислите определитель матрицы: $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$.</p> <p>1) -22</p> <p>2) 38</p> <p>3) 8</p> <p>4) 6</p>

3	<p>Вычислите алгебраическое дополнение элемента a_{23} матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 6 \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.</p> <p>1) 1 2) 5 3) 0 4) 2</p>
4	<p>Вычислите определитель матрицы: $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$</p> <p>1) 4 2) 3 3) 2 4) 8</p>
5	<p>Найдите объем пирамиды, построенной на векторах: $\vec{a} = \{1; 2; 3\}$; $\vec{b} = \{3; -1; 2\}$; $\vec{c} = \{1; 2; -1\}$.</p>

6	<p>Выберите верное утверждение:</p> <p>1) Значение определителя не изменится при транспонировании матриц. 2) При перестановке двух строк или столбцов определитель меняет знак на противоположный. 3) Определитель равен нулю, если: все элементы любой строки (или столбца) равны нулю; элементы любых двух строк (или столбца) пропорциональными либо равны. 4) Определитель не изменится, если к элементам какой-либо строки (столбца) матрицы прибавить элементы другой строки (столбца), предварительно умноженные на число, отличное от нуля.</p>
7	<p>Выберите, что из перечисленного не относится к элементарным преобразованиям при решении СЛАУ:</p> <p>1) отбрасывание нулевой строки; 2) умножение всех элементов строки на одно и то же число, не равное нулю; 3) умножение строк; 4) прибавление к обеим частям одной строки соответственно обеих частей другой строки.</p>
8	<p>Найти скалярное произведение векторов a и b, если $\vec{a} = 2$, $\vec{b} = 5$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$</p> <p>1) $5\sqrt{3}$ 2) 5 3) 3,5 4) $5\sqrt{2}$</p>

9	<p>Даны вершины треугольника А (0; 2; 0), В (-2; 5; 0), С (-2, 2, 6). Найти его площадь.</p> <p>1) $\approx 11,22$ 2) $\approx 13,42$ 3) $\approx 16,63$ 4) $\approx 21,54$</p>
10	<p>Проверить, образуют ли базис трёхмерного пространства следующие векторы: $\vec{a}(4, -2, 2)$, $\vec{b}(-3, 3, -4)$, $\vec{c}(2, -4, 3)$.</p> <p>1) Данные векторы линейно независимы, не компланарны и образуют базис трёхмерного пространства. 2) Данные векторы линейно зависимы, компланарны и образуют базис трёхмерного пространства. 3) Данные векторы линейно независимы, компланарны и образуют базис трёхмерного пространства. 4) Данные векторы линейно независимы, не компланарны и не образуют базис трёхмерного пространства.</p>
11	<p>Найдите уравнение плоскости, проходящей через точку $P(2, 6, -3)$, перпендикулярной вектору нормали $N(9, 5, 2)$</p> <p>1) $9x + 5y + 2z - 42 = 0$ 2) $2x + 5y + 9z - 48 = 0$ 3) $5x + 2y + 9z - 40 = 0$ 4) $11x + 11y + z - 49 = 0$</p>

12	<p>Прямая задана уравнением $x - y + 3 = 0$. Составьте уравнение параллельной прямой, которая проходит через точку $M(1; -1)$.</p> <p>1) $x - y + 2 = 0$ 2) $x - y - 2 = 0$ 3) $x - y + 3 = 0$ 4) $x - y = 0$</p>
13	<p>Прямая задана уравнением $2x + y - 3 = 0$ в декартовой системе координат. Составьте уравнение перпендикулярной прямой, проходящей через точку $M(2; 3)$.</p> <p>1) $2y - x + 4 = 0$ 2) $2x - y + 4 = 0$ 3) $x - 2y + 4 = 0$ 4) $x - y + 4 = 0$</p>

14	<p>Выберите верное утверждение:</p> <p>1) точка и два коллинеарных вектора не определяют плоскость однозначно (векторы будут свободно «вертеться» вокруг точки и зададут бесконечно много плоскостей).</p> <p>2) точка и два коллинеарных вектора определяют плоскость однозначно.</p> <p>3) плоскость можно определить с помощью двух неколлинеарных векторов. Но векторы свободны и бродят по всему пространству, поэтому ещё нужна фиксированная точка.</p> <p>4) плоскость нельзя однозначно определить с помощью двух неколлинеарных векторов и фиксированной точки.</p>
15	<p>Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки А (1; 2; 3) В (−3; −2; −1) и начало координат.</p> <p>1) $x-2y+z=0$</p> <p>2) $x+y-z=0$</p> <p>3) $x+y+5z=0$</p> <p>4) $x+y-5z=0$</p>

№	Верный ответ	Критерии
1	2	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
2	1	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
3	3	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
4	8	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
5	14/3	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
6	1,2,3,4	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
7	3	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
8	1	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
9	1	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
10	1	1 балл –полное правильное соответствие

		0 баллов – остальные случаи
11	1	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
12	2	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
13	3	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
14	1,3	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи
15	1	1 балл –полное правильное соответствие 0 баллов – остальные случаи

Открытые задания.

Прочитайте вопрос и дайте ответ, соответствующий смысловому содержанию вопроса.

№	Вопрос
1	Выполните умножение матриц. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
2	Вычислите обратную матрицу для данной двумя способами: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
3	Решите систему линейных уравнений: $\begin{cases} 3x - 4y + 4z - 2k = 4 \\ 6x + 2y - 3k = -5 \\ -9x + 5y - 2z + k = -2 \\ x - 6y + z + 3k = 8 \end{cases}$
4	Найти векторное произведение векторов $\vec{a}(-1; 2; -3)$, $\vec{b}(0; -4; 1)$ и его длину.
5	Даны векторы $\vec{a}(1; -1; 2)$, $\vec{b}(0; 4; 3)$, $\vec{c}(3; 2; -6)$. Вычислите: а) смешанное произведение векторов; б) объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$; в) объём тетраэдра, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Ключи.

№	Верный ответ	Критерии
1	$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 14 & 15 \\ -5 & -10 & 5 & 0 \\ -3 & -7 & -2 & -5 \end{pmatrix}$	1 балл – полное или частичное (не менее 50%) смысловое соответствие 0 баллов – остальные случаи
2	$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ <p>Нужно решить методом Гаусса и методом алгебраических дополнений.</p>	1 балл – полное или частичное (не менее 50%) смысловое соответствие 0 баллов – остальные случаи
3	2, 5, 9, 9	1 балл – полное или частичное (не менее 50%) смысловое соответствие 0 баллов – остальные случаи
4	$\vec{N} = -10\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}, \quad \vec{N} = 3\sqrt{13} \text{ ед.} \approx 10,82 \text{ ед.}$	1 балл – полное или частичное (не менее 50%) смысловое соответствие 0 баллов – остальные случаи
5	а) $(\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}) = -63$, б) $V_{\text{пирамида}} = 63 \text{ ед}^3$, в) $V_{\text{тетраэдра}} = 10\frac{1}{2} \text{ ед}^3$.	1 балл – полное или частичное (не менее 50%) смысловое соответствие 0 баллов – остальные случаи

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	За каждое задание можно получить по одному баллу, заданий 20. Работа зачтена при получении более 14 баллов.
не зачтено	Если количество набранных баллов меньше 15, то работа не зачтена.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Орлова И. В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия для экономистов : учебник и практикум / И. В. Орлова, В. В. Угрозов, Е. С. Филонова. - Москва : Юрайт, 2023. - 370 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-9916-9556-5. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=846950&idb=0>.
2. Малугин В. А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. - Москва : Юрайт, 2023. - 478 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-02976-5. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=842891&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Математика для экономистов. Практикум : учебное пособие / О. В. Татарников [и др.] ; под общей редакцией О. В. Татарникова. - Москва : Юрайт, 2023. - 285 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-9916-8868-0. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=848116&idb=0>.
2. Попов Александр Михайлович. Высшая математика для экономистов. В 2 ч. Часть 1 : Учебник и практикум для вузов / Попов А. М., Сотников В. Н. - 2-е изд. - Москва : Юрайт, 2021. - 271 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-08550-1. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=761903&idb=0>.
3. Попов А. М. Высшая математика для экономистов. В 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум / А. М. Попов, В. Н. Сотников. - 2-е изд. ; пер. и доп. - Москва : Юрайт, 2023. - 295 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-08552-5. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=846754&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Специальные помещения представляют собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную

информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 38.03.01 - Экономика.

Автор(ы): Григорян Мара Эдиковна.

Заведующий кафедрой: Кузнецов Юрий Алексеевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 12 ноября 2024 г., протокол № № 5.