

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Численные методы в механике деформируемого твердого тела

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

01.03.03 - Механика и математическое моделирование

---

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.07 Численные методы в механике деформируемого твердого тела относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-10: Владение навыками применения математически сложных алгоритмов в современных специализированных программных комплексах, реализации в них собственных методов, моделей и алгоритмов	ПК-10.1: Знает теоретические основы фундаментальных компьютерных наук. ПК-10.2: Умеет ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики. ПК-10.3: Имеет практический опыт использования математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах, включая реализацию в них собственных методов и моделей.	ПК-10.1: Знает теоретические основы фундаментальных компьютерных наук.  ПК-10.2: Умеет выбирать и применять современные программные комплексы, проводить численные исследования, обрабатывать и анализировать результаты.  ПК-10.3: Владеет навыками применения метода конечных элементов при численном решении задач теории упругости и строительной механики.	Задания	Экзамен: Контрольные вопросы
ПК-6: Владение навыками самостоятельного анализа поставленной задачи, выбора корректного метода ее решения, построения алгоритма и его реализации	ПК-6.1: Умеет самостоятельно анализировать задачу, выбирать методы решения, создавать алгоритм решения и реализовывать его. ПК-6.2: Владеет навыками решения практических задач, анализа результатов решения.	ПК-6.1: Умеет осуществлять анализ и выбор формулировок и методов решения статических и динамических задач теории упругости и строительной механики.  ПК-6.2: Владеет навыками решения задач теории упругости и строительной механики методом конечных элементов с использованием современных	Задания	Экзамен: Контрольные вопросы

		программных комплексов.		
--	--	-------------------------	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>5</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>180</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>78</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Введение	8	2		2	6
Постановки задач	23	4	4	8	15
Методы численного решения	25	4	6	10	15
Возможности системы ANSYS	21	4	6	10	11
Метод конечных элементов	31	8	8	16	15
Решение плоских и трёхмерных задач	32	8	8	16	16
Обзор курса	2	2		2	
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	180	32	32	66	78

## **Содержание разделов и тем дисциплины**

1. Введение. Математическое и компьютерное моделирование. Вычислительный эксперимент.
2. Постановки задач. Задачи статики и динамики. Дифференциальные постановки задач. Вариационные постановки задач. Одномерные, двумерные, трёхмерные задачи.
3. Методы численного решения. Разностные методы. Вариационные методы. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Явные, неявные схемы.
4. Возможности системы ANSYS. Препроцессор, процессор, постпроцессор.
5. Метод конечных элементов. Идея, семейства, криволинейные, численное интегрирование, точность и сходимость.
6. Решение плоских и трёхмерных задач. Плоская деформация, плоское напряжённое состояние, осесимметричные задачи. Изгиб пластин. Исследование сходимости. Исследование концентраторов.
7. Обзор курса. Подготовка к промежуточной аттестации.

### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное решение задач (3 задачи в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

#### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

##### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПК-6:**

1. Записать принцип Лагранжа для случая плоской теории упругости.
2. Сформулировать критерий полноты. Показать эквивалентность альтернативных формулировок в виде одного и двух утверждений.

##### **5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПК-10:**

1. Характеризовать методы решения систем линейных уравнений в программном комплексе ANSYS.
2. Записать основной алгоритм МКЭ.

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых	При решении стандартных	Имеется минимальн	Продemonстрированы	Продemonстрированы	Продemonстрированы	Продemonстрированы

	навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	задач не продемонстриро ваны базовые навыки. Имели место грубые ошибки	ый набор навыков для решения стандартны х задач с некоторым и недочетами	базовые навыки при решении стандартны х задач с некоторым и недочетами	базовые навыки при решении стандартны х задач без ошибок и недочетов	навыки при решении нестандарт ных задач без ошибок и недочетов	творческий подход к решению нестандартны х задач
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворитель но	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворите льно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. Основная идея МКЭ.
2. Метод Ритца на кусочно-гладких базисных функциях
3. Общая схема МКЭ.
4. Локальная и глобальная системы координат. Преобразование матрицы жесткости и вектора узловых сил КЭ при переходе к новой системе координат.
5. Локальная и глобальная нумерация неизвестных. Составление глобальной матрицы жесткости системы. Полуширина ленты СЛАУ. Рациональная и нерациональная нумерация узлов.
6. Учет граничных условий
7. Учет граничных условий в системе координат, не совпадающей с глобальной.
8. Вычисление внутренних усилий в элементах фермы.

9. Особенности расчета пространственных ферм.
10. Дифференциальная и вариационная постановки задачи плоской задачи теории упругости.
11. Треугольный элемент с линейными функциями формы.
12. Четырехугольный элемент с билинейными функциями формы.
13. Анализ аппроксимаций перемещений. Ложный сдвиг. Моментная схема конечных элементов.
14. Гибридная формулировка, основанная на предположении о законе изменения напряжений.
15. Прямоугольные КЭ. Сирендипово семейство функций формы.
16. Прямоугольные КЭ. Лагранжево семейство функций формы.
17. Семейство треугольных элементов. Естественные координаты.
18. Криволинейные конечные элементы. Аппроксимация геометрии КЭ. Суб-, изо- и суперпараметрические КЭ.
19. Технология построения матрицы жесткости изопараметрических КЭ. Численное интегрирование. Квадратурные формулы Гаусса. Выбор необходимого порядка точности интегрирования.
20. КЭ для решения задач изгиба пластин. Проблема совместности.
21. Четырех- и треугольные КЭ для пластин по модели Кирхгофа.
22. Расчет пространственных и оболочечных систем. Конечные элементы стержней и пластин по модели Рейснера-Тимошенко. Требование  $C_0$  непрерывности базисных функций.
23. Изопараметрические элементы для расчета пластин и оболочек.
24. Понятие и определение точности, сходимости и устойчивости численного метода.
25. Ошибки, возникающие при применении МКЭ. Анализ ошибок вычислений. Число обусловленности матриц СЛАУ. Зависимость числа обусловленности от различных факторов.
26. Совместные элементы. Критерий полноты.
27. Несовместные элементы. Кусочный тест Айронса.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-10

1. Общая схема МКЭ.
2. Анализ сходимости решений для различных типов конечных элементов.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.
	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок.
	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.
	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.
	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

Основная литература:

1. Галлагер Ричард. Метод конечных элементов : основы / пер. с англ. В. М. Картвелишвили ; под ред. Н. В. Баничука. - М. : Мир, 1984. - 428 с. : ил. - 2.40., 3 экз.
2. Образцов Иван Филиппович. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов : учеб. пособие для студентов авиац. специальностей вузов. - М. : Высшая школа, 1985. - 391 с. - 1.10., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Деклу Ж. Метод конечных элементов / пер. с фр. Б. И. Квасова ; под ред. Н. Н. Яненко. - М. : Мир, 1976. - 95 с. - 0.28., 18 экз.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике : пер. с англ. / под ред. Б. Е. Победри. - М. : Мир, 1975. - 541 с. : ил. - 2.70., 2 экз.
3. Стренг Гилберт. Теория метода конечных элементов / пер. с англ. В. И. Агошкова [и др.] ; под ред. Г. И. Марчука. - М. : Мир, 1977. - 349 с. : ил. - 1.73., 5 экз.
4. Сегерлинд Ларри Дж. Применение метода конечных элементов / пер. с англ. А. А. Шестакова ; под ред. Б. Е. Победри. - М. : Мир, 1979. - 392 с. : ил. - 1.80., 2 экз.
5. Норри Д. Введение в метод конечных элементов / пер. с англ. Г. В. Демидова, А. Л. Урванцева ; под ред. Г. И. Марчука. - М. : Мир, 1981. - 304 с. : ил. - 1.40., 4 экз.
6. Рикардс Роланд Брунович. Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин / Риж. политехн. ин-т им. А. Я. Пельше. - Рига : Зинатне, 1988. - 284 с. : ил. - 1.20., 1 экз.
7. Голованов Александр Иванович. Введение в метод конечных элементов статики тонких оболочек / АН СССР, Казан. фил., Физ.-техн. ин-т. - Казань : [б. и.], 1989. - 269 с. : ил. - 1.10., 1 экз.
8. Васидзу Кюнтиро. Вариационные методы в теории упругости и пластичности / пер. с англ. В. В. Кобелева, А. П. Сейраняна ; под ред. Н. В. Баничука. - М. : Мир, 1987. - 542 с. : ил. - 50.00., 4 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm>  
ANSYS Help версии 15, 16, 17
2. <http://www.emt.ru>
3. <http://www.fea.ru/>
4. <http://www.cae.ru/>
5. <http://mysopromat.ru/cgi-bin/yabb2/YaBB.pl?catselect=feaprogramms>
6. Капустин С.А. Метод взвешенных невязок решения задач механики деформируемых тел и теплопроводности: учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2010. – 60 с. (<http://www.unn.ru/pages/e-library/methodmaterial/files/19.pdf>).

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Мультимедийная



техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 01.03.03 - Механика и математическое моделирование.

Автор(ы): Леонтьев Николай Васильевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник.

Заведующий кафедрой: Игумнов Леонид Александрович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.