

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол №13 от 30.11.2022 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория графов

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

Бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

020302 Фундаментальная информатика и информационные технологии

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Инженерия программного обеспечения

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.01 «Теория графов» относится к части ООП направления подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, формируемой участниками образовательных отношений

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-2 Способен к применению общенаучных базовых знаний математических и естественных наук, фундаментальной информатики и информационных технологий; способность применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и методы параллельной обработки данных, операционные системы, электронные библиотеки и пакеты программ, сетевые технологии.	ПК-2.1: Знает основы научно-исследовательской деятельности в области информационных технологий, имеет научные знания в теории информационных систем.	Знать основные понятия теории графов: изоморфизм, пути и циклы, связность, шарниры, перешейки и блоки, метрические характеристики, каркасы, пространства циклов и разрезов; способы представления графов; важнейшие классы графов: деревья и леса, двудольные графы, планарные графы; основные факты из теории графов; алгоритмы решения задач на графах.	Собеседование, Тест
	ПК-2.2: Умеет применять полученные знания в области фундаментальных научных основ теории информации и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности.	Уметь выполнять преобразования между различными формами представления графов, находить наиболее рациональные представления для решения различных задач и реализации алгоритмов; строить графовые модели реальных отношений, применять теоретические знания для исследования свойств графов. Владеть опытом построения и анализа графовых моделей, методами построения и преобразования различных представлений графов, опытом применения алгоритмов распознавания свойств, анализа структуры и вычисления характеристик графов; опытом решения экстремальных задач на графах.	Задачи

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	

аудиторные занятия (контактная работа):	66
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	0
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	42
Промежуточная аттестация – экзамен	36

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1 Начальные понятия. Понятие графа. Типы графов. Способы задания. Изоморфизм, инварианты. Подграфы. Проблема восстановления. Операции над графами. Графы пересечений. Пути и циклы. Связность, компоненты, шарниры, перешейки. Расстояния и метрические характеристики.	14	4	4		8	4
2 Перечисление графов. Число помеченных графов. Автоморфизмы. Число способов пометить граф. Число непомеченных графов (без доказательства). Асимптотическое перечисление. «Почти все» графы. Примеры: графы диаметра 2, связные графы.	12	2	2		4	4
3 Методы обхода графов. Общая схема обхода. Поиск в ширину. BFS-дерево. Вычисление расстояний. Поиск в глубину. DFS-дерево. Выявление перешейков, шарниров, блоков.	16	4	4		8	4
4 Важнейшие классы графов. Деревья, их свойства. Корневые деревья. Алгоритм распознавания изоморфизма деревьев. Каркасы. Теорема Кирхгофа. Двудольные графы, теорема Кенига. Планарные графы, формула Эйлера, критерии планарности. Алгоритм распознавания планарности.	16	4	4		8	4
5 Циклы. Эйлеровы циклы. Критерий существования. Алгоритм построения. Эйлеровы циклы в орграфах. Теорема Гуда. Циклы де Брейна. Задачи о сборке генома. Гамильтоновы циклы. О неподдающихся задачах. Алгоритмы поиска гамильтоновых циклов: дерево путей, динамическое программирование. Код Грея. Гамильтоновы циклы в турнирах. Квазициклы. Пространство циклов. Фундаментальные циклы. Алгоритмы построения базиса циклов. Пространство разрезов. Связь между пространствами циклов и разрезов.	20	6	6		12	4
6 Независимые множества, клики, вершинные покрытия. Связи между тремя задачами. Дерево решений для задачи о независимом множестве. Эвристические алгоритмы, два примера. Точный и приближенный алгоритмы для задачи о вершинном покрытии.	16	4	4		8	4

7 Паросочетания. Задачи о паросочетании и о реберном покрытии. Метод увеличивающих путей. Алгоритм для двудольных графов. Независимые множества в двудольных графах. Теорема Кенига-Эгервари.	12	2	2		4	4
8 Раскраски. Раскраска вершин. Оценки хроматического числа. Дерево решений. Последовательная раскраска. История проблемы 4-х красок. Неклассические раскраски, пример: частотная раскраска. Раскраска ребер, теорема Визинга.	12	2	2		4	4
9 Потоки. Задача о максимальном потоке. Метод Форда-Фалкерсона. Алгоритм Эдмондса-Карпа.	12	2	2		4	5
10 Оптимальные пути и каркасы. Алгоритмы Прима, Краскала и Дейкстры.	12	2	2		4	5
Текущий контроль (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
Итого	144	32	32		66	42

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен)

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов состоит в выполнении домашних заданий и контрольных работ, изучении рекомендованной литературы.

Образовательный материал для самостоятельной работы:

1. Алексеев В.Е., Таланов В.А. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений. М.: ИНТУИТ.РУ, Бином. Лаборатория знаний, 2012.
<http://www.intuit.ru/studies/courses/101/101/info>
2. Емеличев В. А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. М.: Наука, 1990.
3. Алексеев В.Е., Захарова Д.В. Теория графов. Электронное издание. 2012.
4. <http://www.unn.ru/books/resources.html> 482.12.08.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетво	удовлетвори	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно

компетенций (индикатора достижения компетенций)		нительно	тельно				
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»

	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Смежность, инцидентность, степени. Способы задания графов. Графы пересечений.	ПК-2
2. Подграфы, остовные, порожденные. Проблема восстановления.	ПК-2
3. Пути и циклы. Связность, компоненты, шарниры, перешейки, блоки.	ПК-2
4. Расстояния и метрические характеристики.	ПК-2
5. Изоморфизм графов. Инварианты. Автоморфизмы. Помеченные и непомеченные графы. Число помеченных графов. Число способов пометить граф.	ПК-2
6. Понятие дерева. Число деревьев. Центр дерева. Каркас графа. Теорема Кирхгофа (формулировка).	ПК-2
7. Распознавание изоморфизма деревьев.	ПК-2
8. Двудольные графы. Теорема Кёнига.	ПК-2
9. Планарные графы. Формула Эйлера. Критерии планарности. Алгоритм проверки планарности.	ПК-2
10. Метод поиска в ширину. BFS-дерево. Вычисление расстояний в графе.	ПК-2
11. Метод поиска в глубину. DFS-дерево. Выявление шарниров и перешейков.	ПК-2
12. Эйлеровы циклы и пути. Алгоритм построения эйлеровых циклов. Эйлеровы циклы в орграфах, теорема Гуда. Последовательности де Брейна.	ПК-2
13. Гамильтоновы циклы и пути. Алгоритм поиска гамильтоновых циклов. Код Грея. Гамильтоновы пути в турнирах.	ПК-2
14. Пространство циклов графа. Квазициклы. Фундаментальные циклы. Цикломатическое число. Построение базы циклов.	ПК-2

15. Пространство разрезов. Введение координат в пространствах циклов и разрезов, взаимная ортогональность этих пространств.	ПК-2
16. Независимые множества и клики в графах. Алгоритм для задачи о независимом множестве на основе дерева решений. Эвристические алгоритмы.	ПК-2
17. Вершинные покрытия в графах. Алгебраический алгоритм для задачи о вершинном покрытии. Приближенный алгоритм.	ПК-2
18. Паросочетания и реберные покрытия. Увеличивающие пути. Нахождение наибольшего паросочетания в двудольном графе.	ПК-2
19. Независимые множества в двудольных графах. Теорема Кенига-Эгервари.	ПК-2
20. Раскраски вершин графов. Алгоритм для задачи о раскраске на основе дерева решений. Раскраска ребер. Теорема Визинга (формулировка).	ПК-2
21. Задача о максимальном потоке. Увеличивающие пути. Метод Форда-Фалкерсона. Алгоритм Эдмондса-Карпа.	ПК-2
22. Задача об оптимальном каркасе. Алгоритмы Прима и Крускала.	ПК-2
23. Задачи о кратчайших путях. Алгоритм Дейкстры.	ПК-2

5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК -2

Процедура оценки знаний методом тестирования осуществляется следующим образом. За каждый полностью правильный ответ на вопрос теста начисляется один балл. Набранные баллы суммируются. Зачет за тест выставляется при наборе такого количества баллов, которое составляет не менее 50 % от общего числа вопросов в тесте.

В случае неполучения зачета за тест студент должен заново пройти тестирование.

1. В обыкновенном графе с 5 вершинами может быть
 - а) 15 ребер;
 - б) 11 ребер;
 - в) 9 ребер;
 - г) 0 ребер.
2. В матрице смежности полного графа с 5 вершинами имеется ровно
 - а) 30 единиц;
 - б) 20 единиц;
 - в) 10 единиц.

5.2.3. Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ПК-2

- 1.1. Сколько существует абстрактных деревьев с 7 вершинами, радиусом 2 и одной центральной вершиной?
- 2.1. Сколько существует абстрактных непланарных графов с 6 вершинами, имеющих 5 вершин степени 4?

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

- а) Основная литература

1. Алексеев В.Е., Таланов В.А. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений. М.: ИНТУИТ.РУ, Бином. Лаборатория знаний, 2012.
<http://www.intuit.ru/studies/courses/101/101/info>
2. Алексеев В.Е., Захарова Д.В. Теория графов. Электронное издание. 2012.
<http://www.unn.ru/books/resources.html> 482.12.08.

б) Дополнительная литература

1. Зыков А.А. Основы теории графов. М.: Вузовская книга, 2004
<http://window.edu.ru/resource/884/70884>
2. Липский В. Комбинаторика для программистов. М.: Мир, 1988. (22 экз)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор д.ф.-м.н., доц. _____

Рецензент (ы) _____

Зав кафедрой, д.ф.м.н., проф. _____ Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики 30.11.2022 года, протокол № 3