

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Аналитические методы теории вероятностей и статистики

---

Уровень высшего образования

Магистратура

---

Направление подготовки / специальность

01.04.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы

Анализ данных в прикладных областях

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина ФТД.02 Аналитические методы теории вероятностей и статистики является факультативом в образовательной программе.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-2: Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1: Знает современные математические методы решения прикладных задач ОПК-2.2: Умеет совершенствовать математические методы решения прикладных задач ОПК-2.3: Имеет навыки создания новых математических методов решения прикладных задач	ОПК-2.1: Знать: 1) основные виды сходимости случайных последовательностей 2) знать свойства основных интегральных преобразований: преобразования Лапласа и характеристических функций 3) определение и основные свойства условных математических ожиданий  ОПК-2.2: Уметь: 1) находить преобразование Лапласа и характеристические функции для дискретных и непрерывных случайных величин 2) применять метод интегральных преобразований для отыскания числовых характеристик случайных величин  ОПК-2.3: Иметь навыки: построения вероятностно-статистических моделей случайных процессов и явлений в терминах интегральных преобразований	Задачи Собеседование	Зачёт: Контрольные вопросы

--	--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>1</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>36</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>16</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>16</b>
- КСР	<b>1</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>3</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>0</b> <b>Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	0 ф о	0 ф о	0 ф о	0 ф о	0 ф о
Различные виды сходимости	9	4	4	8	1
Приложения преобразования Лапласа	17	8	8	16	1
Предельные теоремы теории вероятностей	9	4	4	8	1
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	36	16	16	33	3

#### Содержание разделов и тем дисциплины

Различные виды сходимости: сходимости с вероятностью единица, сходимость по вероятности, слабая сходимость. Арифметические свойства, аппроксимация распределений статистик.

Приложения преобразования Лапласа. Производящие функции. Их численное обращение. Применения к распределению статистик и задачам теории массового обслуживания. Преобразование Лапласа.

Исследование времени достижения множества состояний марковским процессом.

Предельные теоремы теории вероятностей. Центральная предельная теорема. Законы больших чисел. Прореживание потока событий и теорема Реньи.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа состоит в разборе материала основной литературы, в подготовке к промежуточной аттестации.

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

##### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-2:**

Задача. Случайная величина  $N$  имеет Биномиальное распределение с параметрами  $n, p$ . Случайные величины  $X_1, X_2, \dots$  независимые с распределением Пуассона с параметром  $a$ . Найти производящую функцию, преобразование Лапласа и характеристическую функцию величины  $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_N$ . Затем вычислить математическое ожидание и дисперсию  $Y$ .

Задача. Двое рабочих обслуживают вместе 10 станков. Каждый станок работает случайное время с экспоненциальным распределением с параметром  $a$ , время ремонта также показательное распределенное с тем же параметром. Напишите уравнения для отыскания преобразования Лапласа времени до поломки всех станков (в начале все станки работают).

##### **Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Студент дает верные развернутые ответы на вопросы преподавателя
не зачтено	Студент отвечает только на часть вопросов, или отвечает с ошибками, или не дает развернутого ответа на вопросы

##### **5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-2:**

1. Какими арифметическими свойствами обладает предел по вероятности?

2. Какими арифметическими свойствами обладает предел почти наверное?
3. Дайте определение преобразования Лапласа дискретной случайной величины, непрерывной случайной величины.
4. В какой задаче математической статистики возникает статистика Кендалла??
5. Как найти числовые характеристики случайной величины через производящую функцию?

### Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Студент дает верные развернутые ответы на вопросы преподавателя
не зачтено	Студент отвечает только на часть вопросов, или отвечает с ошибками, или не дает развернутого ответа на вопрос

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном

			все задания, но не в полном объеме	Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	в полном объеме, но некоторые с недочетами	и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

**5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

**5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-2**

1. Сходимость по вероятности. Ее свойства

2. Сходимость по распределению. Ее свойства
3. Сходимость в среднем порядка  $r$ . Ее свойства
4. Преобразование Лапласа как математическое ожидание. Его свойства
5. Преобразование Лапласа и методы его обращения
8. Центральная предельная теорема Ляпунова. Примеры применения
10. Распределение статистики Кендалла
11. Производящая функция для стационарного распределения числа требований в системе M/G/1/
12. Распределение периода занятости в системе M/G/1/

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Студент дает верные развернутые ответы на вопросы преподавателя
не зачтено	Студент отвечает только на часть вопросов, или отвечает с ошибками, или не дает развернутого ответа на вопросы

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Федоткин Михаил Андреевич. Модели в теории вероятностей : учебник. - М. : Физматлит : ННГУ, 2012. - 608 с. - (Библиотека Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского). - ISBN 978-5-9221-1384-7 : 600.00., 200 экз.

Дополнительная литература:

1. Гнеденко Борис Владимирович. Курс теории вероятностей : [учебник]. - 7-е изд., испр. - М. : Эдиториал УРСС, 2001. - 320 с. - ISBN 5-8360-0400-5 : 166.80., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Интернет-ресурсы электронного портала ИИТММ  
<http://www.itmm.unn.ru/studentam/uchebno-metodicheskie-materialy/>
2. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Лобачевского  
<http://www.unn.ru/books/resources.html>
3. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>

### 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.04.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.