

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

---

Институт информационных технологий, математики и механики  
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением президиума  
Ученого совета ННГУ  
от 30.11.2022 г.  
протокол № 13

**Рабочая программа дисциплины**

Прикладная теория вероятностей /  
Applied probability theory  
*(наименование дисциплины (модуля))*

---

Уровень высшего образования  
бакалавриат / bachelor  
*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

---

Направление подготовки / специальность  
02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии /  
Fundamental informatics and information technology  
*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

---

Направленность образовательной программы  
общий / general  
*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

---

Форма обучения  
очная  
*(очная / очно-заочная / заочная)*

---

Нижний Новгород

2021 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.15 «Прикладная теория вероятностей» относится к части ООП по направлению подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», формируемой участниками образовательных отношений. Дисциплина читается студентам 3 курса в 5 семестре, 4 зачетных единицы, 144 часов, экзамен.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.15 «Прикладная теория вероятностей» относится к части ООП направления подготовки 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии», формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1-1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации	Знать следующие понятия прикладной теории вероятностей и статистики: 1) одномерные и многомерные непрерывные распределения случайных величин и векторов 2) числовые характеристики непрерывных случайных величин и векторов 3) статистическая независимость компонент непрерывного случайного вектора 4) выборка и выборочное распределение 5) выборочные числовые характеристики 6) статистическая гипотеза	Собеседование
	УК-1-2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности	Уметь решать типовые задачи прикладной теории вероятностей и статистики: 1) нахождение одномерных и многомерных непрерывных распределений случайных векторов 2) вычисление числовых характеристик непрерывных величин и векторов 3) нахождение распределения суммы непрерывных случайных величин 4) оценивание параметров распределений по повторной выборке 5) проверка гипотезы о согласии выборки с заданным распределением 6) проверка независимости признаков по таблице сопряженности 7) построение линейной регрессионной зависимости	Задачи

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>4 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>65</b>
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	–
- текущий контроль (КСР)	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>43</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	<b>36</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы) Очная	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы Очная
		Занятия лекционного типа Очная	Занятия семинарского типа Очная	Занятия лабораторного типа Очная	Всего Очная	
Непрерывные распределения вероятностей (одномерные и многомерные). Частные распределения, независимость, распределение функций от случайных векторов. Числовые характеристики непрерывных распределений Continuous probability distributions (univariate and multivariate). Marginal probability distributions, independence, functions of several continuous random variables. Numerical characteristics of continuous distributions	34	11	11		22	12
Метод характеристических функций и центральная предельная теорема. Законы больших чисел Method of characteristic functions and central limit theorems. Laws of large numbers	14	5	5		10	4
Случайная выборка. Выборочные распределения и выборочные характеристики. Подгонка распределения и оценка параметров. Свойства оценок. Random samples. Sample distribution and sample characteristics. Distribution fitting. Properties of estimators.	30	8	8		16	14
Статистические гипотезы. Критерии согласия. Таблицы сопряженности признаков. простая линейная регрессия. Элементы дисперсионного анализа Statistical hypotheses. Goodness-of-fit tests. Contingency tables. Simple linear regression. Elements of analysis of variance.	29	8	8		16	13
Текущий контроль (КСР)	1				1	

Промежуточная аттестация – экзамен	36				36	
Итого	144	32	32		101	43

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет, экзамен)

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа заключается в чтении основной литературы для ознакомления с теоретическими положениями и подготовке к промежуточной аттестации.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном

	обучающего-ся от ответа	ошибки.	все задания, но не в полном объеме.	задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	объеме, но некоторые с недочетами.	недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1. Случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Random variables. Discrete and continuous random variables. Examples.	УК-1
2. Совместное распределение нескольких дискретных величин. Примеры.	УК-1

Joint probability distribution of several random variables: discrete case. Examples.	
3. Совместное распределение нескольких непрерывных величин. Примеры. Joint probability distribution of several random variables: continuous case. Examples.	УК-1
4. Распределение вероятностей функции от случайной величины ( $Y=f(X)$ ). Примеры. Probability distribution of a function of a random variable ( $Y=f(X)$ ). Examples.	УК-1
5. Распределение вероятностей суммы двух целочисленных случайных величин. Примеры. Probability distribution of a sum of two integer random variables. Examples.	УК-1
6. Распределение вероятностей суммы двух непрерывных случайных величин. Примеры. Probability distribution of a sum of two continuous random variables. Examples.	УК-1
7. Математическое ожидание. Его свойства (с доказательствами). Примеры. Mathematical expectation. Its properties (with proofs). Examples.	УК-1
8. Дисперсия и ее свойства (с доказательством). Примеры. Variance and its properties (with proofs). Examples.	УК-1
9. Ковариация и корреляция, их свойства. Примеры. Covariance and correlation, their properties. Examples.	УК-1
10. Биномиальное распределение: происхождение, математическое ожидание, дисперсия. Binomial distribution: its origins, mathematical expectation, variance.	УК-1
11. Дискретное равномерное распределение: происхождение, математическое ожидание, дисперсия (с доказательством) Discrete uniform distribution: its origins, mathematical expectation, variance (with proofs).	УК-1
12. Распределение Пуассона: происхождение, математическое ожидание, дисперсия (с доказательством) Poisson distribution: its origins, mathematical expectation, variance (with proofs).	УК-1
13. Гипергеометрическое распределение: происхождение, математическое ожидание, дисперсия (с доказательством) Hyper-geometric distribution: its origins, mathematical expectation, variance (with proofs).	УК-1
14. Геометрическое распределение: происхождение, математическое ожидание, дисперсия (с доказательством) Geometric distribution: its origins, mathematical expectation, variance (with proofs).	УК-1
15. Равномерное непрерывное распределение: происхождение, математическое ожидание, дисперсия (с доказательством) Continuous uniform distribution, its mathematical expectation, variance (with proofs).	УК-1
16. Экспоненциальное распределение: происхождение, математическое ожидание, дисперсия (с доказательством) Exponential distribution, its mathematical expectation, variance (with proofs).	УК-1
17. Нормальное (гауссовское) распределение: происхождение, математическое ожидание, дисперсия (с доказательством) Normal (Gaussian) distribution, its mathematical expectation, variance (with proofs).	УК-1
18. Теорема Муавра–Лапласа. Центральная предельная теорема. Примеры De Moivre – Laplace theorem. Central limit theorem. Examples.	УК-1
19. Закон больших чисел. Примеры. Laws of large numbers. Examples.	УК-1
20. Случайная выборка, выборочное среднее, выборочная дисперсия, частотное распределение, гистограмма Random sample, sample mean, sample variance, frequency distribution, histograms.	УК-1
21. Оценка параметров по метод аналогий (метод моментов) с примерами Method of analogy (method of moments) of parameters' estimation. Examples	УК-1
22. Оценка параметров по методу максимального правдоподобия. Примеры: распределение Пуассона, нормальное распределение (с доказательствами)	УК-1

Maximum likelihood estimators. Examples: Poisson distribution, Normal (Gaussian) distribution (with proofs).	
23. Дисперсионный анализ Analysis of variance.	УК-1
24. Простая линейная регрессия Simple linear regression.	УК-1
25. Критерий согласия хи-квадрат Chi-square goodness-of fit test.	УК-1
26. Независимость признаков в таблице сопряженности по методу хи-квадрат Chi-square test of independence for a contingency table.	УК-1

### 5.2.2. Типовые контрольные задания для оценки сформированности компетенции УК-1

#### Вариант 1

##### Задача 1

Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы и имеют нормальное распределение  $N(2,9)$ ,  $N(1,4)$  соответственно. Вычислить вероятность  $P(\xi - 2\eta > 5)$ .

Random variables  $\xi$  and  $\eta$  are independent and are normally distributed as  $N(2,9)$  and  $N(1,4)$  correspondingly. Compute the probability  $P(\xi - 2\eta > 5)$ .

##### Задача 2

Совместная плотность распределения случайных величин  $\xi$  и  $\eta$  имеет вид

The joint probability density of random variables  $\xi$  and  $\eta$  is

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(x^2 + y^2)}$$

Найти функцию распределения случайной величины  $\theta = \max\{\xi, \eta\}$ .

Find the probability distribution function of a random variable  $\theta = \max\{\xi, \eta\}$ .

##### Задача 3

Из круга радиуса  $R$  с центром в начале координат вырезан круг радиуса  $r$  (центры кругов совпадают). В полученную область наудачу брошена точка. Пусть  $(\xi, \eta)$  – ее координаты. Зависимы или нет случайные величины  $\xi$  и  $\eta$ ?

From a disk of radius  $R$  centered at the Origin a disk of radius  $r$  is cut (the disk centers coincide). Into the domain thus obtained a random point is thrown. Let  $(\xi, \eta)$  be its Cartesian coordinated. Are the random variables  $\xi$  and  $\eta$  dependent or not?

##### Задача 4

Найти законы распределения

Find the probability distributions

а)  $\xi + \eta$  ;

б)  $\xi / \eta$

with independent random variables  $\xi$ ,  $\eta$  when  $\xi$ ,  $\eta$  have the uniform distributions in the line segments  $[0,1]$ ,  $[0,2]$  correspondingly.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Zorine A.V. Eight lectures in probability theory and mathematical statistics. Author: Zorine A.V.: A course boook — Nizhni Novgorod: Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, 2014. — 108 p.  
Зорин А.В. Зорин А.В. Восемь лекций по теории вероятностей и математической статистике. Учебно-методическое пособие. Н.Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2014. — 108 с. (англ. яз.) Фонд электронных образовательных ресурсов № 800.14.21  
<http://www.unn.ru/books/resources.html>

б) дополнительная литература:

Géza Schay. Introduction to Probability with Statistical Applications. Birkhäuser, 2016. 385 p. Адрес: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-30620-9>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/probability.htm>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютерный класс, проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО /ОС ННГУ \_\_\_\_\_.

Автор д.ф-м.н., доцент \_\_\_\_\_ А.В.Зорин

Рецензент (ы) \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30.11.2022 года, протокол № 3.