МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Дзержинский филиал ННГУ

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

(протокол от «30» ноября 2022 г. № 13)

Рабочая программа дисциплины

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

09.03.03 ПРИКЛАДНАЯ ИНФОРМАТИКА

Направленность (профиль) образовательной программы

ИТ-СЕРВИСЫ И ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ В ЭКОНОМИКЕ И ФИНАНСАХ

Год набора: 2023

Квалификация

БАКАЛАВР

Форма обучения

ОЧНАЯ, ОЧНО-ЗАОЧНАЯ

Дзержинск
2022 г.

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.04 «Линейная алгебра» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений учебного плана ООП 09.03.03 «Прикладная информатика»

Дисциплина предназначена для освоения.

- студентами очной формы обучения - в 1 семестре.
- студентами очно-заочной формы - в 1 семестре.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе	**Знать:** основные положения матричной алгебры, теории определителей, линейного пространства и его свойств, линейных преобразований, теории и практики решения систем линейных алгебраических уравнений и различных приложений линейной алгебры в экономике **Уметь:** применять методы линейной алгебры и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач; **Владеть:** навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.	доклады, тестирование, практические задания
	УК-1.2. Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности	**Знать:** принципы решения стандартных задач профессиональной деятельности с учетом основных требований матричной алгебры, теории определителей, линейного пространства и его свойств, линейных преобразований, теории и практики решения систем линейных алгебраических уравнений и различных приложений линейной алгебры в экономике **Уметь:** разработать требования применять методы линейной алгебры и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения стандартных задач профессиональной деятельности **Владеть:** навыками подбора и использования программно-технических средств для решения стандартных задач с учетом основных требований методов линейной алгебры	доклады, тестирование, практические задания
	УК-1.3. Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов .	**Знать :** принципы подготовки обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе с учетом требований линейной алгебры **Уметь:** использовать основы линейной алгебры при подготовке обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе **Владеть:** навыками использования методов и средств обеспечения линейной алгебры при подготовке обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе	доклады, тестирование, практические задания

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения
Общая трудоемкость	**5 ЗЕТ**	**5 ЗЕТ**
Часов по учебному плану	**180**	**180**
в том числе		
аудиторные занятия (контактная работа): **- занятия лекционного типа** **- занятия семинарского типа** **- текущий контроль (КСР)**	**62** **28** **32** **2**	**32** **20** **10** **2**
самостоятельная работа	**82**	**112**
Промежуточная аттестация – экзамен	**36**	**36**

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)			В том числе														
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них												Самостоятельная работа обучающегося, часы		
				Занятия лекционного типа			Занятия семинарского типа			Занятия лабораторного типа			Всего					
	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное
Тема 1. Матрицы и определители	32	28		8	4		8	2					16	6		16	22	
Тема 2. Системы линейных уравнений	28	28		6	4		6	2					12	6		16	22	
Тема 3. Векторная алгебра	30	30		6	4		6	2					12	6		18	24	
Тема 4. Линейные отображения	28	28		6	4		6	2					12	6		16	22	
Тема 5. Комплексные числа	24	28		2	4		6	2					8	6		16	22	
Текущий контроль (КСР)	2	2											2	2				
Промежуточная аттестация -экзамен	36	36																
Итого	180	180		28	20		32	10					62	32		82	112	

Содержание разделов дисциплины

Тема 1. Матрицы и определители

Определение матрицы. Равенство матриц. Сумма матриц. Произведение матрицы на число. Умножение двух матриц. Свойства матричных операций. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей. Вычисление величины определителя. Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы. Свойства обратных матриц. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная зависимость и независимость строк (столбцов) матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Свойства матриц, полученных с помощью элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Ранг матрицы и его свойства. Вычисление ранга матрицы. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы. Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы с помощью элементарных преобразований. Использование матриц в решении экономических задач.

Тема 2. Системы линейных уравнений

Основные понятия. Экономические примеры систем линейных уравнений. Геометрический смысл линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Линейные матричные уравнения. Решение системы. Эквивалентные системы уравнений. Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Решение произвольных линейных систем. Метод Гаусса и метод Жордано-Гаусса. Базисные решения системы уравнений. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений и ее нахождение. Общее решение системы неоднородных линейных уравнений.

Тема 3. Векторная алгебра

Линейные операции над векторами: сумма и разность векторов, умножение вектора на число. Свойства линейных операций. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторы в трехмерном пространстве. Понятие линейного векторного пространства. Вектор в n-мерном пространстве. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Разложение вектора по базису. Дополнение до базиса. Матрица перехода к новому базису. Свойства матрицы перехода.

Линейные подпространства. Сумма и пересечение линейных подпространств и их свойства. Линейная оболочка и ее свойство. Евклидовы пространства. Свойства длины вектора. Ортонормированная система векторов. Ортогональное дополнение и его свойства.

Тема 4. Линейные отображения

Отображения. Образ, ранг, ядро, дефект отображения. Отображение базиса. Линейные операторы и их свойства. Структура линейного оператора. Матрицы оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах. Собственные векторы и собственные значения. Независимость собственных векторов. Симметричный оператор. Ортогональность собственных векторов.

Понятие квадратичной формы. Связь между квадратичной формой и оператором. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Свойства канонических форм. Критерий Сильвестра.

Тема 5. Комплексные числа

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Модуль и аргумент. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера. Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, извлечение корней.

Практические занятия (семинарские занятия /лабораторные работы) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка предусматривает: – выполнение проекта по профилю профессиональной деятельности и направленности образовательной программы.

На проведение практических занятий (семинарских занятий /лабораторных работ) в форме практической подготовки отводится _10___ часов.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП:
  - Моделирование прикладных и информационных процессов
- компетенций - УК-1

Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций.

Промежуточная аттестация проходит в экзамен, включающий ответы на вопросы по программе дисциплины.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Цель самостоятельной работы - формирование навыков непрерывного самообразования и профессионального совершенствования.

Самостоятельная работа способствует формированию аналитического и творческого мышления, совершенствует способы организации исследовательской деятельности, воспитывает целеустремленность, системность и последовательность в работе студентов, развивает у них навык завершать начатую работу.

Основные виды самостоятельной работы студентов:
- работа с основной и дополнительной литературой;
- изучение категориального аппарата дисциплины;
- самостоятельное изучение тем дисциплины;
- подготовка докладов-презентаций;
- подготовка к экзамену;
- работа в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

Работа с основной и дополнительной литературой

Изучение рекомендованной литературы следует начинать с учебников и учебных пособий, затем переходить к научным монографиям и материалам периодических изданий. Работа с литературой предусматривает конспектирование наиболее актуальных и познавательных материалов. Это не только мобилизует внимание, но и способствует более глубокому осмыслению материала, его лучшему запоминанию, а также позволяет студентам проводить систематизацию и сравнительный анализ изучаемой информации. Таким образом, конспектирование – одна из основных форм самостоятельного труда, которая требует от студента активно работать с учебной литературой и не ограничиваться конспектом лекций.

Студент должен уметь самостоятельно подбирать необходимую литературу для учебной и научной работы, уметь обращаться с предметными каталогами и библиографическим справочником библиотеки.

Изучение категориального аппарата дисциплины

Изучение и осмысление экономических категорий требует проработки лекционного материала, выполнения практических заданий, изучение словарей, энциклопедий, справочников.

Индивидуальная самостоятельная работа студента направлена на овладение и грамотное применение экономической терминологии в области компьютерного моделирования.

Самостоятельное изучение тем дисциплины

Особое место отводится самостоятельной проработке студентами отдельных разделов и тем изучаемой дисциплины. Такой подход вырабатывает у студентов инициативу, стремление к увеличению объема знаний, умений и навыков, всестороннего овладения способами и приемами профессиональной деятельности.

Изучение вопросов определенной темы направлено на более глубокое усвоение основных категорий экономической теории, понимание экономических процессов, происходящих в обществе, совершенствование навыка анализа теоретического и эмпирического материала.

Подготовка докладов-презентаций

Написание докладов и подготовка презентации позволяет студентам глубже изучить темы курса, самостоятельно освоить изучаемый материал, пользуясь учебными пособиями и научными работами. Тема реферата может назначаться преподавателем или инициироваться студентом.

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине проходит в виде экзамена и предусматривает оценку. Условием успешного прохождения промежуточной аттестации является систематическая работа студента в течение семестра. В этом случае подготовка к экзамену является систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

Рекомендуется внимательно изучить перечень вопросов к экзамену, а также использовать в процессе обучения программу, учебно-методический комплекс, другие методические материалы.

Желательно спланировать троекратный просмотр материала перед экзаменом. Во-первых, внимательное чтение с осмыслением, подчеркиванием и составлением краткого плана ответа. Во-вторых, повторная проработка наиболее сложных вопросов. В-третьих, быстрый просмотр материала или планов ответов для его систематизации в памяти.

Самостоятельная работа в библиотеке

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Это работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов:

а) получение книг для подробного изучения в течение семестра на научном абонементе;

б) изучение книг, журналов, газет - в читальном зале;

в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;

г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

Изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет

Ресурсы Интернет являются одним из альтернативных источников быстрого поиска требуемой информации. Их использование возможно для получения основных и дополнительных сведений по изучаемым материалам. Необходимо помнить об оформлении ссылок на Интернет-источники.

Для повышения эффективности самостоятельной работы студентов преподавателю целесообразно использовать следующие виды деятельности:

- консультации,
- выдача заданий на самостоятельную работу,
- информационное обеспечение обучения,
- контроль качества самостоятельной работы студентов.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс Линейная алгебра (https://e-learning.unn.ru/course/index.php?categoryid=373), созданный в системе электронного обучения ННГУ - https://e-learning.unn.ru/

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

5.1.Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформиро-ванности компетенций	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовле-творительно	удовлетво-рительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превос-ходно
	Не зачтено		зачтено				
Знания	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
Умения	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
Навыки	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

5.2.1. Контрольные вопросы

Вопросы к экзамену

Вопрос	Код компетенции
Тема 1. Матрицы и определители	УК-1
1. Определение матрицы. Равенство матриц. Сумма матриц. Произведение матрицы на число. Умножение двух матриц.	УК-1
2. Свойства матричных операций.	УК-1
3. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей. Вычисление величины определителя.	УК-1
4. Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы. Свойства обратных матриц.	УК-1
5. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная зависимость и независимость строк (столбцов) матрицы.	УК-1
6. Элементарные преобразования матрицы. Свойства матриц, полученных с помощью элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы при помощи элементарных преобразований.	УК-1
7. Ранг матрицы и его свойства. Вычисление ранга матрицы.	УК-1
8. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы. Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы с помощью элементарных преобразований.	УК-1
Тема 2. Системы линейных уравнений	
9. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Матричная запись системы линейных уравнений. Линейные матричные уравнения. Решение системы.	УК-1
10. Теорема Кронекера-Капелли.	УК-1
11. Решение невырожденных линейных систем. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера.	УК-1
12. Решение произвольных линейных систем. Метод Гаусса.	УК-1
13. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений и ее нахождение.	УК-1
Тема 3. Векторная алгебра	УК-1
14.Линейные операции над векторами: сумма и разность векторов, умножение вектора на число. Свойства линейных операций.	УК-1
15.Скалярное произведение векторов и его свойства.	УК-1
16.Координаты вектора. Векторы в трехмерном пространстве. . Вектор в n-мерном пространстве.	УК-1
17.Понятие линейного векторного пространства.	УК-1
18.Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов.	УК-1
19.Размерность и базис векторного пространства.	УК-1
20.Разложение вектора по базису. Дополнение до базиса.	УК-1
21.Матрица перехода к новому базису. Свойства матрицы перехода.	УК-1
22.Линейные подпространства. Сумма и пересечение линейных подпространств и их свойства.	УК-1
23.Линейная оболочка и ее свойство.	УК-1
24.Евклидовы пространства. Свойства длины вектора.	УК-1
25.Ортонормированная система векторов. Ортогональное дополнение и его свойства.	УК-1
Тема 4. Линейные отображения	УК-1
26.Отображения. Образ, ранг, ядро, дефект отображения. Отображение базиса.	УК-1
27.Линейные операторы и их свойства. Структура линейного оператора.	УК-1
28.Матрицы оператора в разных базисах. Определитель оператора в разных базисах.	УК-1
29.Собственные векторы и собственные значения.	УК-1
30.Независимость собственных векторов.	УК-1
31.Симметричный оператор.	УК-1
32.Ортогональность собственных векторов.	УК-1
33.Понятие квадратичной формы. Связь между квадратичной формой и оператором.	УК-1
34.Приведение квадратичной формы к каноническому виду.	УК-1
35.Свойства канонических форм.	УК-1
36.Критерий Сильвестра.	УК-1
Тема 5. Комплексные числа	УК-1
37.Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Модуль и аргумент. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера.	УК-1
38.Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, извлечение корней.	УК-1

5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции УК-1

Тема 1. Матрицы и определители

1.Произвести умножение матриц в указанном порядке.

а) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 7 & 8 \\ 2 & 6 & -3 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}^2$.

2. Вычислить определители.

1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \end{vmatrix}$ 2. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \\ 3 & 1 & 5 \end{vmatrix}$ 3. $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ 4. $\begin{vmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{vmatrix}$

3. Найти обратную матрицу A^{-1}.

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. 2. $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$. 3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. 4. $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 7 \end{pmatrix}$.

4. Определить ранг матрицы.

1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & -5 \\ 14 & 28 & -42 & 70 \end{pmatrix}$. 2. $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 & 1 & 7 \\ 8 & 7 & -2 & -1 & 15 \\ 2 & -1 & 8 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

3. $\begin{pmatrix} -5 & 1 & 5 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & -10 & -4 & 1 \\ 7 & 1 & 5 & 2 & 8 \end{pmatrix}$. 4. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Тема 2. Системы линейных уравнений

1. Решить систему уравнений методами Крамера, обратной матрицы и Гаусса. Сделать проверку полученного решения.

1. $\begin{cases} 5x+8y-z=-7, \\ x+2y+3z=1, \\ 2x-3y+2z=9 \end{cases}$. 2. $\begin{cases} x+2y+z=4, \\ 3x-5y+3z=1, \\ 2x+7y-z=8. \end{cases}$ 3. $\begin{cases} 3x+2y+z=5, \\ 2x+3y+z=1, \\ 2x+y+3z=11. \end{cases}$ 4. $\begin{cases} x+2y+4z=31, \\ 5x+y+2z=29, \\ 3x-y+z=10. \end{cases}$

2.Решить системы.

н) $\begin{cases} x_1+x_2+3x_3-2x_4=6, \\ 2x_1-x_2+3x_3+5x_4=3, \\ -x_1+3x_2+2x_3+4x_4=8, \\ 3x_1+2x_2-x_3+x_4=-3; \end{cases}$ о) $\begin{cases} 2x_1+3x_2-x_3+x_4=-3, \\ 3x_1-x_2+2x_3+4x_4=8, \\ x_1+x_2+3x_3-2x_4=6, \\ -x_1+2x_2+3x_3+5x_4=3; \end{cases}$

п) $\begin{cases} 2x_1-x_2+x_3-x_4=3, \\ 4x_1-2x_2-2x_3+3x_4=2, \\ 2x_1-x_2+5x_3-6x_4=1, \\ 2x_1-x_2-3x_3+4x_4=5; \end{cases}$ р) $\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+x_4=4, \\ -2x_1+x_2-x_3+2x_4=2, \\ 3x_1+2x_2+2x_3-2x_4=2, \\ 2x_1+5x_2+2x_3+x_4=8, \\ 6x_2+x_3+3x_4=1; \end{cases}$

с) $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=6, \\ 2x_1-3x_2+x_3=0, \\ 3x_1-2x_2+4x_3=5, \\ x_1-x_2+3x_3=3; \end{cases}$ т) $\begin{cases} x_2+2x_3+2x_4=7, \\ -x_1-x_2+x_3+5x_4=6, \\ 3x_1+2x_2+x_3=4, \\ 2x_1+3x_3-x_4=5; \end{cases}$

у) $\begin{cases} 2x_1-3x_2+3x_3+2x_4-3=0, \\ 6x_1+9x_2-2x_3-x_4+4=0, \\ 10x_1+3x_2-3x_3-2x_4-3=0, \\ 8x_1+6x_2+x_3+3x_4+7=0; \end{cases}$ ф) $\begin{cases} 3x_1+x_2-x_3+x_4=2, \\ -3x_2+x_3+2x_4=1, \\ x_1+2x_3+3x_4=3, \\ -x_1+2x_2-3x_3-3x_4=-4; \end{cases}$

3. Найти какое-либо одно базисное решение системы линейных уравнений.

в) $\begin{cases} 2x_1-x_2-x_4=5, \\ -x_1+2x_3-x_4=-3, \\ -2x_2+3x_3-x_4=-7, \\ x_1-3x_2+5x_3-3x_4=-5; \end{cases}$ г) $\begin{cases} -x_1+x_3-x_4=5, \\ 2x_1+4x_2-x_3=-2, \\ x_1+4x_2+x_3-2x_4=0, \\ -x_1+x_3-2x_4=2; \end{cases}$

д) $\begin{cases} -2x_1-x_2+x_3+x_4=1, \\ x_1-x_2-2x_3+x_4=0, \\ 2x_1+x_2-x_3+2x_4=-1, \\ -x_1-2x_2-x_3+2x_4=1; \end{cases}$ е) $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3+2x_4+2x_5=2, \\ x_1-3x_3+6x_4+x_5=4, \\ 4x_2+2x_3-x_4+x_5=-2; \end{cases}$

4. Решить системы линейных уравнений, выделив фундаментальные решения.

д) $\begin{cases} x_1-2x_2+x_4=0, \\ x_1+x_3+x_4=0; \end{cases}$ е) $\begin{cases} 2x_1-6x_2+4x_3+3x_4=0, \\ 3x_1-4x_2+5x_3+2x_4=0, \\ 11x_1-8x_2+17x_3+2x_4=0; \end{cases}$

ж) $\begin{cases} x_1-2x_3+x_4=0, \\ x_1-4x_3-x_4=0, \\ -x_1+2x_2-4x_3-x_4=0; \end{cases}$ з) $\begin{cases} 3x_1-6x_2+4x_3+2x_4=0, \\ 2x_1-4x_2+5x_3+3x_4=0, \\ 4x_1-8x_2+17x_3+11x_4=0; \end{cases}$

и) $\begin{cases} -6x_1+3x_2+4x_3+2x_4=0, \\ -4x_1+2x_2+5x_3+3x_4=0, \\ -8x_1+4x_2+17x_3+11x_4=0; \end{cases}$ к) $\begin{cases} 3x_1+5x_2+2x_3=0, \\ 4x_1+7x_2+5x_3=0, \\ x_1+x_2-4x_3=0, \\ 2x_1+9x_2+6x_3=0; \end{cases}$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений.

в) $\begin{cases} 2x_1-3x_2+5x_3+7x_4=1, \\ 4x_1-6x_2+2x_3+3x_4=2, \\ 2x_1-3x_2-11x_3-15x_4=1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x_1-5x_2+2x_3+4x_4=2, \\ 7x_1-4x_2+x_3+3x_4=5, \\ 5x_1+7x_2-4x_3-6x_4=3; \end{cases}$

д) $\begin{cases} 3x_1+4x_2+x_3+2x_4=3, \\ 6x_1+8x_2+2x_3+5x_4=7, \\ 9x_1+12x_2+3x_3+10x_4=13; \end{cases}$ е) $\begin{cases} 3x_1-2x_2+5x_3+4x_4=2, \\ 6x_1-4x_2+4x_3+3x_4=3, \\ 9x_1-6x_2+3x_3+2x_4=4; \end{cases}$

ж) $\begin{cases} 6x_1-10x_2+4x_3+8x_4=1, \\ 7x_1-4x_2+x_3+3x_4=2, \\ 5x_1+7x_2-4x_3-6x_4=3; \end{cases}$ з) $\begin{cases} 3x_1+5x_2+2x_3+2x_4=4, \\ 2x_1+7x_2+3x_3+x_4=6 \\ 9x_1+4x_2+x_3+7x_4=2; \end{cases}$

и) $\begin{cases} 9x_1+12x_2+3x_3+10x_4=13, \\ 3x_1+4x_2+x_3+2x_4=3, \\ 6x_1+8x_2+2x_3+5x_4=7; \end{cases}$ к) $\begin{cases} x_1+8x_2-7x_3=12, \\ 4x_1+3x_2-9x_3=9, \\ 2x_1+3x_2-5x_3=7, \\ 2x_1+5x_2-8x_3=8; \end{cases}$

Тема 3. Векторная алгебра

1. Выяснить, являются ли векторы линейно зависимыми.

в) $\mathbf{a}_1=(5,4,3)$, $\mathbf{a}_2=(3,3,2)$, $\mathbf{a}_3=(8,1,3)$;

г) $\mathbf{a}_1=(4,-5,2,6)$, $\mathbf{a}_2=(2,-2,1,3)$, $\mathbf{a}_3=(6,-3,3,9)$, $\mathbf{a}_4=(4,-1,5,6)$;

д) $\mathbf{a}_1=(1,0,0,2,5)$, $\mathbf{a}_2=(0,1,0,3,4)$, $\mathbf{a}_3=(0,0,1,4,7)$, $\mathbf{a}_4=(2,-3,4,11,12)$;

е) $\mathbf{a}_1=(1,0,0,0,0)$, $\mathbf{a}_2=(0,0,1,0,0)$, $\mathbf{a}_3=(0,0,0,0,1)$, $\mathbf{a}_4=(0,0,0,1,0)$, $\mathbf{a}_5=(0,1,0,0,0)$;

ж) $\mathbf{a}_1=(1,0,-1,0,0)$, $\mathbf{a}_2=(0,2,0,0,3)$, $\mathbf{a}_3=(-1,0,0,0,3)$, $\mathbf{a}_4=(0,1,0,1,0)$, $\mathbf{a}_5=(0,0,,0,0)$.

2. Вычислите ранг и укажите возможный базис систем векторов.

а) $\mathbf{a}_1 = (1, 2, 2)$, $\mathbf{a}_2 = (1, 2, 3)$, $\mathbf{a}_3 = (1, 2, -2)$;

б) $\mathbf{a}_1 = (1, -1, 1, -1)$, $\mathbf{a}_2 = (1, -2, 0, -3)$, $\mathbf{a}_3 = (1, 1, -2, 3)$, $\mathbf{a}_4 = (2, 2, -4, 6)$;

в) $\mathbf{a}_1 = (4, 1, 0, 5)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, 3, 4, -8)$, $\mathbf{a}_3 = (3, 4, 4, -3)$, $\mathbf{a}_4 = (6, 8, 8, -6)$.

3. Векторы $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots \mathbf{e}_n$ и $\mathbf{x}$ заданы своими координатами в некотором базисе. Показать, что векторы $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots \mathbf{e}_n$ сами образуют базис. Найти координаты вектора $\mathbf{x}$ в этом базисе.

а) $\mathbf{e}_1 = (1, 1, 1)$, $\mathbf{e}_2 = (1, 1, 2)$, $\mathbf{e}_3 = (1, 2, 3)$, $\mathbf{x} = (6, 9, 14)$;

б) $\mathbf{e}_1 = (2, 1, -3)$, $\mathbf{e}_2 = (3, 2, -5)$, $\mathbf{e}_3 = (1, -1, 1)$, $\mathbf{x} = (6, 2, -7)$;

в) $\mathbf{e}_1 = (1, 2, -1, -2)$, $\mathbf{e}_2 = (2, 3, 0, -1)$, $\mathbf{e}_3 = (1, 2, 1, 4)$, $\mathbf{e}_4 = (1, 3, -1, 0)$, $\mathbf{x} = (7, 14, -1, 2)$;

г) $\mathbf{e}_1 = (-1, 1, 1, 0)$, $\mathbf{e}_2 = (-1, -2, 0, 1)$, $\mathbf{e}_3 = (1, 0, 2, -1)$, $\mathbf{e}_4 = (0, 1, -1, 1)$, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$.

4. Найти матрицу перехода от старого базиса к новому.

а) старый базис $\mathbf{e}_1 = (1, 2)$, $\mathbf{e}_2 = (1, 1)$; новый базис $\mathbf{e}'_1 = (1, 0)$, $\mathbf{e}'_2 = (0, 1)$;

б) старый базис $\mathbf{e}_1 = (2, 3)$, $\mathbf{e}_2 = (1, 2)$; новый базис $\mathbf{e}'_1 = (1, 4)$, $\mathbf{e}'_2 = (5, -1)$;

в) старый базис $\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)$, $\mathbf{e}_2 = (0, 1, 0)$, $\mathbf{e}_3 = (0, 0, 1)$; новый базис $\mathbf{e}'_1 = (2, 1, -1)$, $\mathbf{e}'_2 = (1, 2, -3)$, $\mathbf{e}'_3 = (-2, 1, 2)$;

г) старый базис $\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)$, $\mathbf{e}_2 = (0, 0, -1)$, $\mathbf{e}_3 = (0, 1, 0)$; новый базис $\mathbf{e}'_1 = (1, 0, 0)$, $\mathbf{e}'_2 = (0, 1, 0)$, $\mathbf{e}'_3 = (0, 0, 1)$;

5. Найдите размерность и базис линейных подпространств, содержащих следующие системы векторов:

а) $\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0, -1)$, $\mathbf{e}_2 = (2, 1, 1, 0)$, $\mathbf{e}_3 = (1, 1, 1, 1)$, $\mathbf{e}_4 = (1, 2, 3, 4)$, $\mathbf{e}_5 = (0, 1, 2, 3)$;

б) $\mathbf{a} = (1, 1, 1, 1)$, $\mathbf{b} = (-1, 0, 0, 1)$, $\mathbf{c} = (0, 1, 1, 2)$, $\mathbf{d} = (1, -1, 1, -1)$;

в) $\mathbf{a} = (1, 1, 1, 1)$, $\mathbf{b} = (-1, 0, 0, 1)$, $\mathbf{c} = (0, 1, 1, 2)$, $\mathbf{d} = (2, 1, 1, 0)$;

6. Найдите систему линейных уравнений, задающую линейное подпространство, содержащее следующие векторы:

а) $\mathbf{a}_1 = (1, 2)$;

б) $\mathbf{a}_1 = (1, 2, 3)$, $\mathbf{a}_2 = (2, -1, 1)$;

в) $\mathbf{a}_1 = (2, -1, 3)$;

г) $\mathbf{a}_1 = (1, 1, 2, -1)$, $\mathbf{a}_2 = (1, -1, 0, 1)$;

7. Дополните векторы до ортогонального базиса.

а) $\mathbf{a} = (1, 1, 0, 0)$, $\mathbf{b} = (0, 0, 1, 1)$;

б) $\mathbf{a} = (1, 0, -2, 1)$, $\mathbf{b} = (-1, 1, 1, 3)$;

в) $\mathbf{a} = (1, 1, 1, 2)$, $\mathbf{b} = (1, 2, 3, -3)$.

8. Применяя процесс ортогонализации, постройте ортонормированный базис евклидова пространства по заданному базису:

а) $\mathbf{a} = (0, 2)$, $\mathbf{b} = (1, 1)$;

б) $\mathbf{a} = (1, 1)$, $\mathbf{b} = (1, 2)$;

в) $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (0, 3)$;

г) $\mathbf{a} = (0, 1, 0)$, $\mathbf{b} = (0, 2, 4)$, $\mathbf{c} = (-3, 2, 1)$;

Тема 4. Линейные отображения

1. Найдите образ у вектора $\mathbf{x} = (1, 0, 1)$, если линейный оператор задан матрицей

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 6 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Найдите базис ядра и размер дефекта оператора, представленного матрицей:

а) $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} -4 & -3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$;

3. Матрица P линейного оператора задана в старом базисе. Определите, какой вид имеет матрица оператора в новом базисе.

а) $P = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$; новый базис: $\mathbf{a}_1 = (0, 1)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, -2)$;

б) $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; новый базис: $\mathbf{a}_1 = (1, 1, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (-2, -1, 2)$, $\mathbf{a}_3 = (1, 2, 1)$;

в) $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -6 \\ 0 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$; новый базис: $\mathbf{a}_1 = (1, 0, 1)$, $\mathbf{a}_2 = (3, 1, 0)$, $\mathbf{a}_3 = (2, 1, 2)$.

4. Найдите собственные значения и собственные векторы линейных операторов, заданных в некотором базисе матрицами:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; е) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$;

ж) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; з) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; и) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; к) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; л) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$;

5. Найдите ортонормированный базис, состоящий из собственных векторов симметричного оператора, заданного матрицей:

а) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$;

е) $\begin{pmatrix} 10 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & -1 \\ 1 & -1 & 10 \end{pmatrix}$; ж) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; з) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; и) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

6. Записать матрицу квадратичной формы.

1. $2x_1^2 - x_2^2 + 4x_1x_2$; 2. $x_1^2 + 3x_2^2 - x_1x_2$; 3. $x_1^2 - 2x_2^2$;

4. $x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 - 6x_1x_3$; 5. $4x_1^2 + x_2^2 - 2x_2x_3$;

7. Приведите к каноническому виду квадратичную форму и определите ее ранг.

а) $\hat{L}(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2$;

б) $\hat{L}(\mathbf{x}) = x_1^2 + 2x_2^2 + 7x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3$;

в) $\hat{L}(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_2x_3$;

г) $\hat{L}(\mathbf{x}) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3$.

8. Исследуйте квадратичную форму на знакоопределенность.

а) $\hat{L}(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2$;

б) $\hat{L}(\mathbf{x}) = x_1^2 + 4x_1x_2$;

в) $\hat{L}(\mathbf{x}) = x_1^2 + 7x_2^2 + 3x_1x_2$;

г) $\hat{L}(\mathbf{x}) = -x_1^2 - 6x_2^2 - 4x_1x_2$;

д) $\hat{L}(\mathbf{x}) = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2$;

Тема 5. Комплексные числа

Даны четыре комплексных числа a_1, a_2, b_1, b_2.

Найти : $a_1 + a_2, a_1 - a_2, a_1 \cdot a_2, \dfrac{a_1}{a_2}, \left(b_1 / b_2\right)^{12}, \sqrt[3]{b_1 / b_2}$.

Вариант № 1 $a_1 = 3 - i,$ $a_2 = 2 + 3i,$ $b_1 = 2\sqrt{2},$ $b_2 = 1 - i.$

Вариант № 2 $a_1 = 3 + i,$ $a_2 = 2 - 3i,$ $b_1 = 4,$ $b_2 = 1 - i\sqrt{3}.$

Вариант № 3 $a_1 = 2 + i,$ $a_2 = 3 + i,$ $b_1 = 2\sqrt{2},$ $b_2 = 1 + i.$

Вариант № 4 $a_1 = 1 + 2i,$ $a_2 = 7 - i,$ $b_1 = 2\sqrt{2},$ $b_2 = -1 - i.$

5.2.3. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции УК-1

Вариант 1

1.Установить соответствие между матрицей А и транспонированной к ней матрицей:

Матрица А	Транспонированная матрица A^T
1) $A=\begin{pmatrix}4&2&3\\7&0&1\\0&5&6\end{pmatrix}$	а) $A^T=\begin{pmatrix}9&4&5\\1&2&3\end{pmatrix}$ б) $A^T=\begin{pmatrix}1&9&0\\2&4&5\\3&5&6\end{pmatrix}$
2) $A=\begin{pmatrix}0&2&1\\5&4&5\end{pmatrix}$	в) $A^T=\begin{pmatrix}0&5\\2&4\\1&5\end{pmatrix}$ г) $A^T=\begin{pmatrix}4&7&0\\2&0&5\\3&1&6\end{pmatrix}$

2.Установить соответствие между парой матрицей А и В и их произведением $A \cdot B$:

Матрицы А и В	Произведение $A \cdot B$
1) $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&-5\\2&1\end{pmatrix}$	а) $\begin{pmatrix}2&3\\1&-2\end{pmatrix}$
2) $A=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&-1&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2&1\\-1&3\\0&1\end{pmatrix}$	б) $\begin{pmatrix}2&-4\\3&-6\end{pmatrix}$
3) $A=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1&-2\end{pmatrix}$	в) $\begin{pmatrix}0&4\\-3&0\end{pmatrix}$
4) $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&4\\-1&0\end{pmatrix}$	г) $\begin{pmatrix}0&-5\\6&3\end{pmatrix}$

3.Установить соответствие между определителем матрицы и его значением

Определители	Значение определителя
1) $\begin{vmatrix}2&5\\3&7\end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix}3&-1\\4&1\end{vmatrix}$; 3) $\begin{vmatrix}2&-1&4\\0&3&5\\0&2&1\end{vmatrix}$	а) 7 б) 29 в) -1 г) -14

4. Установить соответствие между элементом матрицы $A=\begin{pmatrix}2&0&1\\-1&5&3\\1&7&6\end{pmatrix}$ и соответствующим ему алгебраическим дополнением:

Элемент матрицы	Алгебраическое дополнение
1) $a_{11}=2$	а) $+\begin{vmatrix}0&1\\5&3\end{vmatrix}$
2) $a_{23}=3$	б) $-\begin{vmatrix}0&1\\7&6\end{vmatrix}$
3) $a_{21}=-1$	в) $+\begin{vmatrix}5&3\\7&6\end{vmatrix}$
4) $a_{31}=1$	г) $-\begin{vmatrix}2&0\\1&7\end{vmatrix}$

5. Дана система $\begin{cases} x_1+3x_2-x_3=0, \\ 2x_1-4x_2+x_3=3, \\ x_1+5x_3=6. \end{cases}$

Установить соответствие между Δ_{x_j} и определителями, выписанными из системы, согласно правилу Крамера:

Δ_{x_j}	Определители из системы
1) Δ	а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 6 \end{vmatrix}$
2) Δ_{x_1}	б) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & 5 \end{vmatrix}$
3) Δ_{x_2}	в) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$
4) Δ_{x_3}	г) $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 3 & -4 & 1 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

6. Укажите обратную матрицу, соответствующую матрице $A=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$.

7. Расставьте матрицы в порядке возрастания их рангов:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$

8. Укажите количество базисных неизвестных системы $\begin{cases} x_1+3x_2-5x_3+x_4=2, \\ 5x_1-4x_2-2x_3+3x_4=5, \\ 6x_1-x_2-7x_3+4x_4=7. \end{cases}$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

9. Дана система линейных уравнений $\begin{cases} 3x_1-x_2=2, \\ x_1+5x_2=6 \end{cases}$ x_1, x_2 - решение системы. Укажите x_1+x_2

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

10. Найти значение *m*, при котором система $\begin{cases} x_1+2x_2=0, \\ 3x_1+mx_2=0. \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений.

1) 2 2) 4 3) 6 4) 8.

11. Укажите количество свободных неизвестных системы $\begin{cases} x_1+3x_2-5x_3+x_4+x_5=2, \\ 5x_1-4x_2-2x_3+3x_4+2x_5=5, \\ 6x_1-x_2-7x_3+4x_4+3x_5=7. \end{cases}$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

12. Укажите решение соответствующее системе $\begin{cases} x_1-2x_2+x_3=-1, \\ 2x_1+3x_2-5x_3=5, \\ 3x_1+2x_2-x_3=5. \end{cases}$

1) $(0;1;1)$ 2) $(1;0;1)$ 3) $(1;1;0)$ 4) $(1;1;1)$

13. Укажите характеристическое уравнение, соответствующее матрице $A=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$:

1) $\lambda^2+10\lambda+21=0$; 2) $\lambda^2-10\lambda+21=0$; 3) $\lambda^2-10\lambda+29=0$; 4) $\lambda^2+10\lambda+29=0$

14. Найдите собственные числа матрицы $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

1) $\lambda_1=2$, $\lambda_2=2$, $\lambda_2=5$ 2) $\lambda_1=-1$, $\lambda_2=3$, $\lambda_2=5$
3) $\lambda_1=1$, $\lambda_2=3$, $\lambda_2=5$ 4) $\lambda_1=-2$, $\lambda_2=-2$, $\lambda_2=5$

15. Какое множество точек комплексной плоскости задается условием: $|z+i|=1$?
1) точки лежат на окружности единичного радиуса с центром в точке $z_1=-i$;
2) точки лежат на окружности единичного радиуса с центром в точке $z_1=i$;
3) точки лежат на окружности единичного радиуса с центром в точке $z_1=1-i$;
4) нет верного ответа.

16. Модуль комплексного числа $z=-5-2\sqrt{6}i$ равен:
1) $2\sqrt{6}$; 2) 5; 3) 49; 4) 7.

17. Матрице $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ соответствует квадратичная форма…
1) $x^2-4xy+3y^2$; 2) $x^2-2xy+3y^2$;
3) $3x^2-4xy+3y^2$; 4) $x^2+4xy-3y^2$.

18. Квадратичная форма $L=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_ix_j$ имеет канонический вид, если

1) $L=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\dfrac{x_i}{x_j}$; 2) $L=\sum_{i=1}^{n}a_ix_i$; 3) $L=\sum_{i=1}^{n}a_ix_i^2$; 4) нет верного варианта ответа.

19. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a}=\{1;0;3\}$ и $\vec{b}=\{2;6;1\}$
1) -2; 2) 2; 3)5; 4) 7.

Вариант 2

1.Установить соответствие между матрицей А и транспонированной к ней матрицей:

Матрица А	Транспонированная матрица A^T
3) $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\9&4&5\\0&5&6\end{pmatrix}$	b) $A^T=\begin{pmatrix}9&4&5\\1&2&3\end{pmatrix}$ б) $A^T=\begin{pmatrix}1&9&0\\2&4&5\\3&5&6\end{pmatrix}$
4) $A=\begin{pmatrix}1&2&3\\9&4&5\end{pmatrix}$	в) $A^T=\begin{pmatrix}1&9\\2&4\\3&5\end{pmatrix}$ г) $A^T=\begin{pmatrix}1&0&2\\2&5&4\\3&6&5\end{pmatrix}$

2.Установить соответствие между парой матрицей А и В и их произведением $A \cdot B$:

Матрицы А и В	Произведение $A \cdot B$
1) $A=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&-1&1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}2&1\\-1&3\\0&1\end{pmatrix}$	а) $\begin{pmatrix}2&3\\1&-2\end{pmatrix}$
2) $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}0&-5\\2&1\end{pmatrix}$	б) $\begin{pmatrix}0&4\\-3&0\end{pmatrix}$
3) $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}0&4\\-1&0\end{pmatrix}$	в) $\begin{pmatrix}2&-4\\3&-6\end{pmatrix}$
4) $A=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}\ B=\begin{pmatrix}1&-2\end{pmatrix}$	г) $\begin{pmatrix}0&-5\\6&3\end{pmatrix}$

3.Установить соответствие между определителем матрицы и его значением

Определители	Значение определителя
1) $\begin{vmatrix}3&2\\1&4\end{vmatrix}$ 2) $\begin{vmatrix}4&-1\\5&2\end{vmatrix}$ 3) $\begin{vmatrix}2&-1&4\\0&3&5\\0&0&5\end{vmatrix}$	а) 13 б) 30 в) -1 г) 10

4. Установить соответствие между элементом матрицы $A=\begin{pmatrix}3&0&1\\-6&4&5\\7&7&6\end{pmatrix}$ и соответствующим ему алгебраическим дополнением:

Элемент матрицы	Алгебраическое дополнение
1) $a_{11}=3$	а) $+\begin{vmatrix}0&1\\4&5\end{vmatrix}$
2) $a_{23}=5$	б) $-\begin{vmatrix}0&1\\7&6\end{vmatrix}$
3) $a_{21}=-6$	в) $+\begin{vmatrix}4&3\\7&6\end{vmatrix}$
4) $a_{31}=7$	г) $-\begin{vmatrix}3&0\\7&7\end{vmatrix}$

5. Дана система $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_3 = 3. \end{cases}$

Установить соответствие между Δ_{x_j} и определителями, выписанными из системы, согласно правилу Крамера:

Δ_{x_j}	Определители из системы
1) Δ	а) $\begin{vmatrix} 0 & 5 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$
2) Δ_{x_1}	б) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$
3) Δ_{x_2}	в) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$
4) Δ_{x_3}	г) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

6. Укажите обратную матрицу, соответствующую матрице. $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$ 3) $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$.

9. Расставьте матрицы в порядке возрастания их рангов:

1) $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 0 & 3 & 8 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 7 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -7 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & -3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

8. Укажите количество базисных неизвестных системы $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 3, \\ 4x_1 + 8x_2 - 5x_3 + 4x_4 = 4. \end{cases}$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

9. Дана система линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 2, \\ x_1 + 7x_2 = 1 \end{cases}$ x_1, x_2 - решение системы. Укажите $x_1 + x_2$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

10. Найти значение m, при котором система $\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 0, \\ 2x_1 + mx_2 = 0. \end{cases}$ имеет бесконечное множество решений.

1) 2 2) 4 3) 6 4) 8.

11. Укажите количество свободных неизвестных системы $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 5, \\ 6x_1 - x_2 - 7x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 7. \end{cases}$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

12. Укажите решение соответствующее системе $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = -1. \end{cases}$

1) $(0;1;1)$ 2) $(1;0;1)$ 3) $(1;1;0)$ 4) $(1;1;1)$

13. Укажите характеристическое уравнение, соответствующее матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$:

1) $\lambda^2 + 6\lambda + 5 = 0$; 2) $\lambda^2 - 6\lambda + 5 = 0$; 3) $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$; 4) $\lambda^2 + 5\lambda + 6 = 0$

14. Найдите собственные числа матрицы $\begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

1) $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_2 = 7$ 2) $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_2 = 5$

3) $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_2 = 7$ 4) $\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = -2$, $\lambda_2 = 5$

15. Вычислить выражение: $(4+i)(5+3i)-(3+i)(3-i)$.

1) $-7+17i$; 2) $7+17i$; 3) $7-17i$; 4) $-7-17i$.

16. Комплексное число $z = \frac{\sqrt{3}}{8} - \frac{1}{8}i$ в показательной форме имеет вид:

1) $\frac{1}{16}e^{-i\frac{\pi}{6}}$; 2) $\frac{1}{4}e^{-i\frac{\pi}{3}}$; 3) $e^{-i\frac{\pi}{6}}$; 4) $\frac{1}{4}e^{-i\frac{\pi}{6}}$.

17. При каких m квадратичная форма $L = mx_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2$ является положительно определенной?

1) $m < 9$; 2) $m > 9$; 3) $m = 9$; 4) ни при каком m.

18. Квадратичная форма $L = 4x^2 - 6xy + y^2$ в матричном виде имеет вид:

1) $(x,y)\cdot\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$; 2) $(x,y)\cdot\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$; 3) $(x,y)\cdot\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$; 4) $(x,y)\cdot\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

19. Вычислить площадь параллелограмма построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 6$, угол между векторами $\frac{\pi}{6}$

1) 1; 2) 2; 3) 4; 4) 6

5.2.4. Темы для докладов-презентаций

1. Использование матриц в решении экономических задач.
2. Экономические примеры систем линейных уравнений.
3. Экономическая интерпретация собственных чисел и собственных векторов.
4. Квадратичные формы.
5. Закон инерции квадратичных форм.
6. Определитель Грамма, его геометрический смысл и свойства. Определение положительно определенной квадратичной формы и положительно определенной матрицы.
7. Критерий Сильвестра положительной определенности симметрической матрицы.
8. Критерий Якоби. Треугольное разложение положительно определенной матрицы. Квадратный корень из положительно определенной симметрической матрицы.
9. Комплексные числа.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература

1. Малугин, В. А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач : для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 478 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02976-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/450583.
2. Бурмистрова, Е. Б. Линейная алгебра : учебник и практикум для академического бакалавриата / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 421 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3588-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/425852.
3. Бортаковский, А.С. Линейная алгебра в примерах и задачах : учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. - 3-е изд., стер. - Москва: ИНФРА-М, 2020. - 592 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010586-4. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1045621
4. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/450038.

б) дополнительная литература

1. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 281 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03009-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/449950
2. Привалов, И. И. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / И. И. Привалов. — 40-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 233 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01262-0. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/451192
3. Потапов, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 309 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01232-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/451035
4. Татарников, О. В. Линейная алгебра : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнев. Москва: Издательство Юрайт, 2019. 334 с. (Бакалавр. Прикладной курс). ISBN 978-5-9916-3568-4. Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/425853
5. Рудык, Б. М. Линейная алгебра : учеб. пособие / Б.М. Рудык. - М. : ИНФРА-М, 2019. - 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-004533-7. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1010102

в) программное обеспечение и интернет-ресурсы

1. MS Office;
2. ИПС «Консультант +»;
3. ИПС «Гарант»;
4. Поисковые система «Яндекс», «Google»;
5. ЭБС znanium.com;
6. ЭБС «biblio-online.ru».

7.Материально-техническое обеспечение дисциплины

Реализация программы предполагает наличие:

- учебных аудиторий для проведения занятий лекционных типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.
- компьютерного класса, имеющего компьютеры, объединенные сетью с выходом в Интернет;
- лицензионного (операционная система Microsoft Windows, пакет прикладных программ Microsoft Office) и свободно распространяемого программного обеспечения.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО/ОС ННГУ по направлению 09.03.03 Прикладная информатика (приказ №349-ОД от 21.06.2021).

Автор(ы):
к.э.н., доцент Маева Л.С.

Программа одобрена Методической комиссией Дзержинского филиала ННГУ
от 10.11.2022 года, протокол № 12