

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 12 от 26.12.2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Численные методы

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

15.03.03 - Прикладная механика

---

Направленность образовательной программы

Инженерное приложение суперкомпьютерного моделирования

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.21 Численные методы относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;	ОПК-1.1: Демонстрирует знание основ проведения работ с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности. ОПК-1.2: Демонстрирует умение применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности. ОПК-1.3: Владеет методикой проведения работ с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.1: Знать основы проведения работ с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности  ОПК-1.2: Уметь применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности  ОПК-1.3: Владеть навыками и методами проведения работ с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.	Задачи	Зачёт: Контрольные вопросы  Экзамен: Контрольные вопросы
ОПК-6: Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на	ОПК-6.1: Демонстрирует знание методов решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе	ОПК-6.1: Знать методы решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе	Задачи	Зачёт: Контрольные вопросы

основе информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий;	информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий. ОПК-6.2: Умеет осуществлять решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий. ОПК-6.3: Владеет методикой решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий	информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий.  ОПК-6.2: Уметь решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий  ОПК-6.3: Владеть методикой решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий.		Экзамен: Контрольные вопросы
---	--	--	--	------------------------------------

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>7</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>252</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>64</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>96</b>
- КСР	<b>3</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>53</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>экзамен, зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	Ф	Ф	Ф	Ф	Ф
Тема 1. Введение в дисциплину	26	8	10	18	8
Тема 2. Основы теории погрешностей	26	8	10	18	8
Тема 3. Основы теории приближений	32	8	16	24	8
Тема 4. Решение нелинейных уравнений с одной переменной	35	10	16	26	9
Тема 5. Численные методы линейной алгебры	51	16	24	40	11
Тема 6. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	43	14	20	34	9
Аттестация	36				
КСР	3			3	
Итого	252	64	96	163	53

#### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Введение в дисциплину

Тема 2. Основы теории погрешностей

Тема 3. Основы теории приближений

Тема 4. Решение нелинейных уравнений с одной переменной

Тема 5. Численные методы линейной алгебры

Тема 6. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

- Калашников А.Л., Федоткин А.М., Фокина В.Н.. Методические указания к решению задач по численному дифференцированию. Учебно-методическое пособие. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ, 2016. -27 с., 1127.16.06 (Электронный ресурс, <http://www.unn.ru/books/resources.html>)
- Калашников А.Л., Федоткин А.М., Фокина В.Н.. Методические указания к решению задач по численному интегрированию. Учебно-методическое пособие. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ, 2016. -31 с., 1129.16.06 (Электронный ресурс, <http://www.unn.ru/books/resources.html>)

- Калашников А.Л., Фокина В.Н., Федоткин .А.М. Методические указания к решению задач по интерполяции функций. Учебно-методическое пособие. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ, 2016. -35 с., 1133.16.06 (Электронный ресурс, <http://www.unn.ru/books/resources.html>)

## 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

### 5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

#### 5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Задача 1. По точкам  $(-3,-3)$ ,  $(-1,1)$ ,  $(1,-1)$ ,  $(3,3)$  построить интерполяционный полином Ньютона.

Задача 2. По точкам  $(-3,3)$ ,  $(-1,1)$ ,  $(1,-1)$ ,  $(3,3)$  построить интерполяционный полином Ньютона.

Задача 3. По точкам  $(-3,-6)$ ,  $(-1,2)$ ,  $(1,-3)$ ,  $(3,3)$  построить интерполяционный полином Ньютона.

Задача 4. По точкам  $(-3,6)$ ,  $(-1,0)$ ,  $(1,2)$ ,  $(3,6)$  построить интерполяционный полином Ньютона.

Задача 5. Для функции  $f(x) = \cos \frac{\pi}{12} x$  построить интерполяционный полином, выбрав узлы

$x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 3$ . Вычислить  $\cos \frac{\pi}{10}$ .

Задача 6. Для функции  $f(x) = \ln x$  построить интерполяционный полином по значениям

$\ln 2 = 0,693$ ,  $\ln 3 = 1,099$ ,  $\ln 5 = 1,609$ . Вычислить  $\ln 4$ .

Задача 7. Дана таблица значений функции:

$x$	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22
$y$	6,27	6,405	6,487	6,505	6,436	6,259

Найти приближенно  $f(x)$  при  $x = 0,168$ , используя интерполяцию

Задача 8. По таблице функции найти значение  $\bar{X}$  для которого  $\bar{Y} = 0$ .

$x$	1	2	25	3
$y$	-6	-1	5,625	16

Задача 9. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения:  
 $u'' + 5u' + 4u = 0$ ,  $u(0) = 1$ ,  $u'(0) = -1$ .

Задача 10. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения:  
 $u'' + 5u' + 6u = 0$ ,  $u(0) = 1$ ,  $u'(0) = -2$ .

Задача 11. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения:  
 $u'' + 5u' + 4u = 0$ ,  $u(0) = 1$ ,  $u'(0) = -1$ .

Задача 12. На отрезке  $[-3;3]$  аппроксимировать кубическим сплайном функцию:

$$y(x) = \frac{1}{4 + 4x^2}.$$

**5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-6:**

Задача 1. На отрезке  $[-3;3]$  аппроксимировать кубическим сплайном функцию:  $y(x) = \frac{1}{1+x^2}$ .

Задача 2. Написать разностную производную третьего порядка. Оценить погрешность.

Задача 3. Написать разностную производную четвертого порядка. Оценить погрешность.

Задача 4. Построить методом наименьших квадратов полином 2-ой степени по данным:

$x$	-1	-0.4	0	0.5	1
$y$	-2	-1	0	1.2	2.05

Задача 5. Дана таблица значений функции:

$x$	0	1	2	3	4
$y$	1	2	1	0	4

Построить многочлен 1-ой степени и сравнить его значение со значениями в узлах.

Задача 6. Для  $n = 4$  вычислить по формуле трапеций  $J = \int_{-1}^3 (2+x)^{-1} dx$ .

Задача 7. Для  $n = 4$  вычислить по формуле левых прямоугольников  $J = \int_{-1}^3 (2+x)^{-1} dx$ ,

Задача 8. Вычислить с точность до 0.1  $J = \int_0^4 (2+x)^{-1} dx$  по формуле трапеций.

Задача 9. Найти интеграл с помощью формулы Симпсона с погрешностью 0,01.

$$\int_0^{\pi} \sin x dx$$

Задача 10. Найти интеграл с помощью формулы Симпсона с погрешностью 0,01.

$$\int_0^{\pi} (\sqrt{3} \sin x + \cos x) dx$$

Задача 11. Решить методом прогонки

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 = 6 \\ 2x_1 + 6x_2 - x_3 = 7 \\ x_2 + 3x_3 - x_4 = 3 \\ x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases}$$

Задача 12. Решить методом прогонки

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 4 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 11 \\ x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$$

Задача 13. Решить методом Зейделя

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 + 8x_2 - 3x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$

Задача 14. Решить методом Зейделя

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 + 6x_2 - 3x_3 - x_4 = 3 \\ x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.

#### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

## Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

## Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
--------	--------------------



<b>зачтено</b>	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Квадратурные формулы Гаусса. Составные квадратурные формулы. Оценка погрешности.
2. Интегрирование функций многих переменных. Кубатурные формулы.
3. Метод простой итерации, обратной интерполяции, хорд, касательных решения уравнения с одной неизвестной.
4. Метод Гаусса, прогонки и квадратного корня для систем линейных алгебраических уравнений.
5. Метод простой итерации решения систем линейных алгебраических уравнений.

#### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-6

1. Частичная проблема собственных значений. Степенной метод..
2. Полная проблема собственных значений. QR, QL - алгоритмы
3. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.
4. Методы типа Рунге-Кутты. Примеры.
5. Многошаговые методы решения задачи Коши. Формулы Адамса

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок

Оценка	Критерии оценивания
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.

### 5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Общая постановка задач вычислительной математики. Погрешность вычислений, ее составные части. Абсолютная и относительная погрешности приближенного числа.
2. Общая постановка задачи приближенного вычисления функции. Интерполяционный полином Лагранжа.
3. Разделенные разности. Определение, свойства, примеры. Интерполяционный полином Ньютона. Случай неравноотстоящих узлов.
4. Конечные разности. Интерполяционные полиномы Ньютона, Гаусса, Стирлинга, Бесселя.

### 5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-6

1. Погрешность интерполяции. Способы ее уменьшения. Сходимость интерполяционного процесса. Достаточные условия сходимости.
2. Интерполяция сплайнами. Построение сплайнов 1-го, 2-го и 3-го порядков..
3. Задача численного дифференцирования. Построение формул численного дифференцирования, погрешность.
4. Задача численного интегрирования. Простейшие квадратурные формулы. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
5. Уточнение квадратурных формул. Правило Рунге.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки

Оценка	Критерии оценивания
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Бахвалов Н. С. Численные методы : учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Бином. Лаборатория знаний, 2003. - 632 с. : ил. - (Технический университет). - ISBN 5-94774-060-5 : 165.00., 45 экз.
2. Демидович Борис Павлович. Основы вычислительной математики : [для вузов]. - Изд. 4-е, испр. - М. : Наука, 1970. - 664 с. : черт. - 0.77., 24 экз.
3. Березин Иван Семенович. Методы вычислений : [учеб. пособие для вузов]. Т. 2. - М. : Физматгиз, 1959. - 620 с. : черт. - 1.41., 40 экз.

Дополнительная литература:

1. Крылов Владимир Иванович. Вычислительные методы : [учеб. пособие для вузов]. Т. 1. - М. : Наука, 1976. - 303 с. : ил. - 0.71., 15 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

.

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 15.03.03 - Прикладная механика.

Автор(ы): Петров Андрей Николаевич, кандидат физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 10.10.2023 г., протокол № 2.