

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Оптимальное управление динамическими системами

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы

Прикладная математика и информатика (общий профиль)

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.06.01 Оптимальное управление динамическими системами относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства | |
|---|--|---|------------------------------------|-------------------------------|
| | Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации |
| ПК-6: Способен изучать и применять программное обеспечение, проводить расчётные работы и выполнять обработку результатов исследований | <p>ПК-6.1: Знает методы применения современных программных комплексов, пакетов прикладных программ и автоматизированных систем для решения прикладных задач при проведении исследований</p> <p>ПК-6.2: Умеет самостоятельно проводить расчётные работы, выбирать и применять современные программные комплексы, пакеты прикладных программ и автоматизированные системы, обрабатывать и анализировать полученные результаты</p> <p>ПК-6.3: Имеет практический опыт применения современного программного обеспечения для решения прикладных задач</p> | <p>ПК-6.1:</p> <p>Знать и понимать:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Формулировку принципа максимума как необходимого условия оптимальности. 2. Постановки задач с ограничениями типа равенств и неравенств на фазовые и управляющие переменные. 3. Постановки задач оптимального быстродействия. 4. Методы синтеза оптимального управления и построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости.. 5. Формулировку принципа оптимальности Беллмана (метод динамического программирования). 6. Вывод уравнение Беллмана. 7. Метод решения линейно-квадратичной задачи на конечном интервале времени с применением метода динамического программирования. 8. Применение второго метода Ляпунова в задаче оптимальной стабилизации. 9. Метод решения | Собеседование Задачи | Зачёт: Контрольные вопросы |

| | | | | |
|--|--|---|--|--|
| | | <p>стационарной линейно-квадратичной задачи с использованием алгебраического уравнение Риккати.</p> <p>10. Численные методы, использующие необходимые условия оптимальности.</p> <p>11. Способы решения краевых задач методом переноса граничных условий.</p> <p>12. Метод Крылова и Черноусько.</p> <p>13. Методы, использующие функции штрафа.</p> <p>ПК-6.2: Уметь использовать математические методы обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований</p> <p>ПК-6.3: Владеть практическими навыками использования математических методов обработки информации</p> | | |
|--|--|---|--|--|

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

| | очная |
|--|--------------|
| Общая трудоемкость, з.е. | 2 |
| Часов по учебному плану | 72 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | |
| - занятия лекционного типа | 16 |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | 16 |
| - КСР | 1 |
| самостоятельная работа | 39 |
| Промежуточная аттестация | 0 |
| | Зачёт |

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе | | | |
|--|-----------------|--|--|-------------|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего | |
| | о ф о | о ф о | о ф о | о ф о | о ф о |
| Тема 1. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ | 18 | 4 | 4 | 8 | 10 |
| Тема 2. МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ | 18 | 4 | 4 | 8 | 10 |
| Тема 3. ОПТИМАЛЬНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ | 16 | 4 | 4 | 8 | 8 |
| Тема 4. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ | 19 | 4 | 4 | 8 | 11 |
| Аттестация | 0 | | | | |
| КСР | 1 | | | 1 | |
| Итого | 72 | 16 | 16 | 33 | 39 |

Содержание разделов и тем дисциплины

1. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

- 1.1. Особенности задач оптимального управления с ограничениями на функцию управления.
- 1.2. Принцип максимума как необходимое условие оптимальности.
- 1.3 Задачи с ограничениями типа равенств и неравенств на фазовые и управляющие переменные.
- 1.4. Задачи оптимального быстродействия. Синтез оптимального управления.
- 1.5. Построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости. Кривые переключения управлений.
- 1.6. Теорема Фельдбаума о числе переключений. Условие общности положения

2. МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

- 2.1. Принцип оптимальности Беллмана.
- 2.2. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана.
- 2.3. Линейно-квадратичная задача на конечном интервале времени.
- 2.4. Связь между принципом оптимальности Беллмана и принципом максимума Понтрягина.

3. ОПТИМАЛЬНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ

- 3.1. Постановка задачи о стабилизации системы.
- 3.2. Управляемость линейных систем. Второй метод Ляпунова в задаче оптимальной стабилизации.
- 3.3. Стационарная линейно-квадратичная задача. Алгебраическое уравнение Риккати.
- 3.4. Нестационарные линейно-квадратичные задачи

4. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

- 4.1. Общая классификация численных методов решения задач оптимального управления.
- 4.2. Численные методы, использующие необходимые условия оптимальности.
- 4.3. Способы решения краевых задач. Перенос граничных условий.
- 4.4. Метод Крылова и Черноусько.
- 4.5. Методы, использующие функции штрафа.
- 4.6. Численное решение задач оптимального быстродействия.
- 4.7. Методы теории возмущений.
- 4.8. Прямые методы решения задач оптимального управления. Конечномерные аналоги задач. Сведение к задаче нелинейного программирования.
- 4.9. Метод локальных вариаций.
- 4.10. Проблемы устойчивости численных методов.
- 4.11. Численные методы решения задач на бесконечном интервале времени.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

Примеры вопросов:

3. Задачи оптимального быстродействия. Синтез оптимального управления.
4. Построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости. Кривые переключения управлений.
5. Принцип оптимальности Беллмана.
6. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана.
7. Линейно-квадратичная задача на конечном интервале времени.
8. Второй метод Ляпунова в задаче оптимальной стабилизации.
9. Стационарная линейно-квадратичная задача. Алгебраическое уравнение Риккати.
10. Численные методы, использующие необходимые условия оптимальности.
11. Способы решения краевых задач. Перенос граничных условий.
13. Метод Крылова и Черноусько.

Полный перечень приведен в ФОС:

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|---|
| зачтено | Ответы на вопросы верны или содержат незначительные ошибки. |
| не зачтено | Ответов нет или они содержат грубые ошибки. |

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

Примеры задач:

Задача 1. Записать необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина для задачи оптимального управления со свободным правым концом.

Задача 2. Записать необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина для задачи оптимального управления с интегральным критерием качества.

Задача 3. Записать необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина для задачи оптимального управления системой второго порядка с векторным управлением, компоненты которого принадлежат эллипсу.

Полный перечень приведен в ФОС дисциплины.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|---|
| зачтено | Задача решена верно или с незначительными ошибками. |
| не зачтено | Задача не решена или допущены грубые ошибки. |

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций) | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
|---|---|---|--|--|--|--|--|
| | не зачтено | | зачтено | | | | |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |

| | | | | | | | |
|---------------|--|--|--|---|--|--|--|
| | знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | | много негрубых ошибок | подготовки . Допущено несколько негрубых ошибок | подготовки . Допущено несколько несущественных ошибок | подготовк и. Ошибок нет. | |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами | Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов | Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов | Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка | | Уровень подготовки |
|------------|----------------------------|--|
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
| | отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично». |
| | очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо» |
| | хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо». |
| | удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно». |

| | | |
|--|-------|---|
| | плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |
|--|-------|---|

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-6

Примеры вопросов:

| |
|---|
| Принцип максимума как необходимое условие оптимальности. |
| Задачи с ограничениями типа равенств и неравенств на фазовые и управляющие переменные. |
| Задачи оптимального быстродействия. Синтез оптимального управления. |
| Построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости. Кривые переключения управлений. |
| Принцип оптимальности Беллмана. |
| Функция Беллмана. Уравнение Беллмана. |
| Линейно-квадратичная задача на конечном интервале времени. |

Полный перечень приведен в ФОС дисциплины.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|---|
| зачтено | Ответы на вопросы верны или допущены незначительные ошибки. |
| не зачтено | Ответов нет или допущены грубые ошибки. |

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Неймарк Юрий Исаакович. Математические модели в естествознании и технике : учеб. для студентов вузов, обучающихся по направлению 510200 "Прикладная математика и информатика" и специальности 010200 "Прикладная математика и информатика" / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. ун-та, 2004. - 401 с. - ISBN 5-85746-496-X : 80.00., 156 экз.

Дополнительная литература:

1. Черноусько Феликс Леонидович. Вариационные задачи механики и управления. Численные методы / АН СССР, Ин-т проблем механики. - М. : Наука, 1973. - 238 с. : черт. - 1.04., 1 экз.
 2. Неймарк Юрий Исаакович. Динамические системы и управляемые процессы. - М. : Наука, 1978. - 336 с. : ил. - 1.50., 40 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-lib.unn.ru/MegaPro/Web/SearchResult/ToPage/1>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Баландин Дмитрий Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.