

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Радиофизический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«31» мая 2023 № 6

Рабочая программа дисциплины

**Интегралы, зависящие от параметров,
и операционное исчисление**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Информационные системы и технологии

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

бакалавр

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Интегралы, зависящие от параметров, и операционное исчисление» относится к дисциплинам по выбору Блока Б1 «Дисциплины (модули)» ОПОП по направлению 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» с направленностью программы «Информационные системы и технологии». Дисциплина предназначена для освоения в 4 семестре.

Студенты к моменту освоения дисциплины «Интегралы, зависящие от параметров, и операционное исчисление», согласно ОС ННГУ, ознакомлены с основными теоретическими понятиями и прикладными знаниями, полученными в рамках изучения дисциплин «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Теория функций комплексного переменного».

К моменту изучения дисциплины у студентов присутствуют устойчивые представления, касающиеся математического анализа, дифференциальных уравнений и функций комплексного переменного, студенты владеют основами аналитической геометрии и линейной алгебры.

Целями освоения дисциплины являются:

- знать правила дифференцирования и вычисления интегралов, зависящих от параметров, основные свойства преобразования Лапласа;
- уметь вычислять несобственные интегралы методом дифференцирования и интегрирования по параметру, находить изображение по Лапласу различных временных сигналов, используя свойства преобразования;
- иметь навыки исследования несобственных интегралов первого и второго рода на сходимость, представление о равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра, об основных интегральных преобразованиях.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции (Код компетенции, Этап формирования)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
ПК-2: Способность к применению общенаучных базовых знаний математических и естественных наук, фундаментальной информатики и информационных технологий; применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и методы параллельной обработки данных, операционные системы, электронные библиотеки и пакеты программ, сетевые технологии. Этап формирования базовый	31 (ПК-2): Знать базовые понятия естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой. 32 (ПК-2): Знать принципы моделирования, классификацию способов представления моделей; приемы, методы, способы формализации объектов, процессов, явлений и реализации математических моделей на компьютере; достоинства и недостатки различных вычислительных методов. У1 (ПК-2): Уметь представить модель в математическом и алгоритмическом виде; оценить качество модели; показать теоретические основания модели; проводить статистическое моделирование;

	<p>моделировать процессы, протекающие физических системах.</p> <p>В1 (ПК-2): Владеть навыками применения современных компьютерных технологий для решения научно-исследовательских и производственно-технологических задач профессиональной деятельности; приёмами построения компьютерных моделей реальных объектов; навыками построения имитационных моделей информационных процессов и программирования в системах моделирования.</p>
--	---

Окончательное завершение формирования компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины, происходит после сдачи экзамена по этой дисциплине.

3. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 4 зачетные единицы, всего 144 часа, из которых 50 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (32 часа занятия лекционного типа, 16 часов занятия семинарского типа, 2 часа мероприятия текущего контроля), 40 часов составляет самостоятельная работа обучающегося, 54 часа – экзамену.

Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, Форма промежуточно й аттестации по дисциплине	Всего (часы)			В том числе															Самостоятельная работа обучающегося, часы		
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы																	
	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное	Очное	Очно-заочное	Заочное			
Тема 1 Интегралы, зависящие от параметров	66			20			12						20			34					
Тема 2 Операционное исчисление	34			12			2						14			20					
В т.ч.текущий контроль	2						2						2								

Текущий контроль успеваемости проходит в рамках занятий семинарского и практического типа. Итоговый контроль осуществляется на экзамене.

4. Образовательные технологии

В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов. Учебный процесс в аудитории осуществляется в форме практических занятий.

Образовательные технологии, способствующие формированию компетенций используемые на занятиях лекционного типа:

- лекции с проблемным изложением учебного материала;
- лекции с детальным объяснением нового материала и его связи с уже пройденным материалом;

используемые на занятиях практического типа:

- регламентированная самостоятельная деятельность студентов;
- частично-поисковая деятельность при решении задач повышенной сложности,
- текущий контроль знаний студентов с помощью контрольной работы.

На лекциях раскрываются следующие основные темы изучаемого курса, которые входят в рабочую программу: определение собственных интегралов, зависящих от параметра с постоянными пределами интегрирования, теоремы о непрерывности, интегрируемости и дифференцируемости таких интегралов, определение собственных интегралов, зависящих от параметра с переменными пределами интегрирования, теоремы о непрерывности и дифференцируемости интегралов с переменными пределами, формула Лейбница, равномерная сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра, критерий Коши равномерной сходимости, достаточные признаки равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра (Вейерштрасса, Дирихле, Абеля, Дини), теоремы о непрерывности и дифференцируемости несобственного интеграла, зависящего от параметра, теорема об интегрировании несобственного интеграла по параметру на конечном отрезке, теорема о несобственном интегрировании по параметру, примеры вычисления именных несобственных интегралов (Дирихле, Пуассона, Френеля), определение бета- и гамма-функций, их области существования, непрерывность эйлеровых интегралов внутри области определения, свойства гамма-функции: существование производной любого порядка, формула приведения, график гамма-функции; свойства бета-функции: симметрия по аргументам, формулы приведения; формула связи эйлеровых интегралов, различные представления бета-функции и следствия из них, вывод формулы дополнения для гамма-функции, примеры вычисления несобственных интегралов с помощью гамма- и бета-функций, краткая история символического (операционного) исчисления, определение преобразования Лапласа, основные требования, предъявляемые к функции-оригиналу, расширение класса функций, допускающих преобразование Лапласа, теорема об области существования изображения, ее следствие, простейшие свойства преобразования Лапласа: линейность, теорема подобия, теорема запаздывания, теорема сдвига, изображение по Лапласу периодической функции, дифференцирование оригинала и изображения, предельные теоремы, отыскание изображения по Лапласу функции Бесселя нулевого порядка, интегрирование оригинала и изображения, применение теоремы об

интегрировании изображения для вычисления несобственных интегралов, изображение свертки двух оригиналов, примеры применения теоремы о свертке к решению интегральных уравнений Вольтерра и расчета коэффициента передачи радиотехнических цепей, обобщенная теорема о свертке, теорема об обращении преобразования Лапласа ее следствие, формула Римана-Меллина, достаточные условия существования оригинала, теоремы разложения, лемма Жордана, изображение по Лапласу оператора дробного дифференцирования.

На практических занятиях более подробно изучается программный материал в плоскости отработки практических умений и навыков и усвоения следующих тем:

1. Собственные интегралы, зависящие от параметра.
2. Признаки сходимости несобственных интегралов.
3. Равномерная сходимость несобственных интегралов.
4. Вычисление несобственных интегралов дифференцированием и интегрированием по параметру.
5. Вычисление несобственных интегралов путём сведения к именным.
6. Эйлеровы интегралы.
7. Вычисление несобственных интегралов с помощью гамма- и бета-функций.
8. Задачи на преобразование Лапласа.

Формой **итогового контроля** знаний студентов по дисциплине является **экзамен**, в ходе которого оценивается уровень теоретических знаний и навыки решения практических задач.

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов направлена на выполнение домашних заданий по темам практических занятий, а также подготовку к экзамену по указанной дисциплине. При подготовке к практическому занятию необходимо помнить, что данная дисциплина тесно связана с ранее изучаемыми дисциплинами «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексного переменного».

Цель самостоятельной работы - подготовка современного компетентного специалиста и формирование способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

На семинарских занятиях студент должен уметь последовательно излагать свои мысли и аргументировано их отстаивать.

Для достижения этой цели необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы изучаемой дисциплины;
- 2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- 3) изучить рекомендованную учебно-методическим комплексом литературу по данной теме;
- 4) тщательно изучить лекционный материал.

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

6.1. Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

ПК-2: Способность к применению общенаучных базовых знаний математических и естественных наук, фундаментальной информатики и информационных технологий; применять в профессиональной деятельности современные языки программирования и методы параллельной обработки данных, операционные системы, электронные библиотеки и пакеты программ, сетевые технологии.

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания (дескрипторы)						
	«плохо»	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«очень хорошо»	«отлично»	«превосходно»
Знания 1. <i>Знать</i> базовые понятия естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой. 2. <i>Знать</i> принципы моделирования, классификацию способов представления моделей; приемы, методы, способы формализации объектов, процессов, явлений и реализации математических моделей на компьютере; достоинства и недостатки различных вычислительных методов.	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможно оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний теоретического материала ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
Умения <i>Уметь</i> представить модель в математическом и алгоритмическом виде; оценить качество модели; показать теоретические	Отсутствие минимальных умений. Невозможно оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами,	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без

основания модели; проводить статистическое моделирование; моделировать процессы, протекающие в физических системах..			полном объеме..	объеме, но некоторые с недочетами	некоторые с недочетами.	выполнены все задания в полном объеме	недочетов.
Навыки Владеть навыками применения современных компьютерных технологий для решения научно-исследовательских и производственных технологических задач профессиональной деятельности; приёмами построения компьютерных моделей реальных объектов; навыками построения имитационных моделей информационных процессов и программирования в системах моделирования.	Отсутствие опыта владения материалом. Невозможно оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки .	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов .	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов .	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач
Шкала оценок по проценту правильно выполненных контрольных заданий	0 – 20 %	20 – 50 %	50 – 70 %	70-80 %	80 – 90 %	90 – 99 %	100%

6.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Итоговый контроль качества усвоения студентами содержания дисциплины проводится в виде экзамена, на котором определяется:

- уровень усвоения студентами основного учебного материала по дисциплине;
- уровень понимания студентами изученного материала;
- способности студентов использовать полученные знания для решения конкретных задач.

Экзамен проводится в устной форме и заключается в ответе студента, после предварительной подготовки, на теоретические вопросы по курсу и представлении решения практических задач с последующим их обоснованием.

Превосходно	Превосходная подготовка с очень незначительными погрешностями
Отлично	Подготовка с некоторыми ошибками, уровень которой существенно выше среднего
Очень хорошо	В целом хорошая подготовка с рядом заметных ошибок, принципиально не искажающих суть излагаемой на экзамене задачи (проблемы)
Хорошо	Хорошая подготовка с заметными ошибками, частично искажающими суть излагаемой на экзамене задачи (проблемы)
Удовлетворительно	Подготовка, удовлетворяющая минимальным требованиям
Не удовлетворительно	Необходима дополнительная подготовка для успешного прохождения испытания.
Плохо	Подготовка, совершенно недостаточная для понимания сути задачи (проблемы)

6.3. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине, характеризующих сформированность компетенций

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- устные и письменные опросы.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и владений используются следующие процедуры и технологии:

- практические контрольные задания, включающих одну или несколько задач (вопросов).

Для проведения итогового контроля сформированности компетенции используются:

- письменные и устные ответы на теоретические вопросы,
- решение практических задач.

6.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих сформированность компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

Список вопросов по теории к экзамену (для оценки сформированности знаний компетенции ПК-2)

1. Определение собственных интегралов, зависящих от параметра с постоянными пределами интегрирования. Непрерывность собственных интегралов, зависящих от параметра с постоянными пределами интегрирования.
2. Интегрирование и дифференцирование собственных интегралов, зависящих от параметра с постоянными пределами интегрирования.
3. Определение собственных интегралов, зависящих от параметра с переменными пределами интегрирования. Непрерывность собственных интегралов, зависящих от параметра с переменными пределами интегрирования.
4. Дифференцирование собственных интегралов, зависящих от параметра с

- переменными пределами интегрирования.
5. Равномерная сходимость несобственного интеграла, зависящего от параметра. Критерий Коши равномерной сходимости.
 6. Признак Вейерштрасса и признак Абеля равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра.
 7. Признак Дирихле и признак Дини равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра.
 8. Свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра.
 9. 1-я теорема о несобственном интегрировании по параметру.
 10. 2-я теорема о несобственном интегрировании по параметру.
 11. Интеграл Пуассона.
 12. Интегралы Френеля.
 13. Определение эйлеровых интегралов. Область сходимости эйлеровых интегралов.
 14. Непрерывность эйлеровых интегралов.
 15. Свойства гамма-функции. Свойство симметрии бета-функции. Формула приведения для бета-функции.
 16. Связь между эйлеровыми интегралами.
 17. Вывод формулы дополнения.
 18. Определение преобразования Лапласа. Область существования.
 19. Расширение класса функций, допускающих преобразование Лапласа.
 20. Линейность изображения. Теорема подобия. Примеры.
 21. Теорема запаздывания. Примеры.
 22. Изображение периодической функции. Пример.
 23. Изображение производной и изображение интеграла.
 24. Изображение свертки. Пример.
 25. Дифференцирование и интегрирование изображения.
 26. Применение теоремы интегрирования изображения для вычисления несобственных интегралов. Теорема смещения.
 27. Лемма Жордана. Следствие.
 28. Формула Меллина.
 29. Достаточные условия существования оригинала.
 30. Теорема разложения.
 31. Способы введения дробной производной.
 32. Решение уравнений в дробных производных.

Примеры практических заданий для экзамена (для оценки сформированности умений и навыков компетенции ПК-2)

1. Применяя дифференцирование или интегрирование по параметру под знаком интеграла, вычислить несобственный интеграл

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax^2} \sin bx \, dx \quad (a > 0).$$

2. Применяя дифференцирование или интегрирование по параметру под знаком интеграла, вычислить несобственный интеграл

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\ln(1 + p \cos x)}{\cos x} dx \quad (|p| < 1).$$

3. Применяя дифференцирование или интегрирование по параметру под знаком интеграла, вычислить несобственный интеграл

$$\int_0^1 \operatorname{arctg} \left(p\sqrt{1-x^2} \right) \frac{dx}{1-x^2}.$$

4. Определить область существования несобственного интеграла и выразить его через эйлеровы

$$\int_{-1}^1 \frac{(1+x)^{2m-1}(1-x)^{2n-1}}{(1+x^2)^{m+n}} dx.$$

5. Определить область существования несобственного интеграла и выразить его через эйлеровы

$$\int_0^\infty \frac{x^{p-1} - x^{q-1}}{(1+x) \ln x} dx.$$

6. Определить область существования несобственного интеграла и выразить его через эйлеровы

$$\int_0^\infty \frac{\sin \alpha x - \sin \beta x}{x^{\mu+1}} dx.$$

7. Применяя свойства преобразования, найти изображение по Лапласу функции

$$\int_t^\infty \frac{J_0(\tau)}{\tau} d\tau,$$

где $J_0(t)$ - функция Бесселя нулевого порядка.

8. Применяя преобразование Лапласа, найти решение уравнения Эйри

$$y'' - ty = 0,$$

удовлетворяющее начальным условиям: $y(0)=0, y'(0)=1$.

9. Применяя преобразование Лапласа, найти решение интегрального уравнения ($0 < \alpha < 1$)

$$\int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} y(\tau) d\tau = f(t).$$

10. Найти изображение по Лапласу периодической функции

$$f(t) = B |\sin \omega t|.$$

11. Доказать, что если

$$\exists \int_0^\infty \frac{f(\tau)}{\tau} d\tau,$$

то справедливо равенство

$$\int_0^\infty \frac{f(\tau)}{\tau} d\tau = \int_0^\infty F(p) dp,$$

$$f(t) \doteq F(p).$$

6.5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания.

Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утверждённое приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. № 55-ОД,

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 г. № 247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч.2. –М.: Физматлит, 2002. – 448 с. (55 экз. Ссылка в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=389760>).
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т.2. –М.: Высшая школа, 1988 (325 экз. Ссылка в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=298122>).
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.2. –СПб: Лань, 2002 – 464 с. (208 экз. Ссылка в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=298117>).
4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М.: Астрель, 2003. – 558с. (350 экз. Ссылка в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=455736>).

б) дополнительная литература:

1. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1987. – 528 с. (88 экз. Ссылка в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/searchext.php?Type=2&Action=1>).
2. Евграфов М.А. Аналитические функции. – М.: Наука, 1991. – 447 с. (31 экз. Ссылка в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/searchext.php?Type=2&Action=1>).
3. Дёч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. –М.: Наука, 1971. – 288 с. (9 экз. Ссылка в электронном каталоге ФБ ННГУ: <http://www.lib.unn.ru/php/searchext.php?Type=2&Action=1>).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

http://www.unn.ru/books/met_files/Laplace%20transform.pdf

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Для обучения студентов названной дисциплины имеются в наличии: специальные кабинеты, оборудованные мультимедийными средствами обучения; компьютерные классы, где имеется возможность выхода в Интернет; присутствует полный комплект лицензионного обеспечения, необходимый для работы компьютерных программ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ с учетом рекомендаций ОПОП ВО по направлению 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» с направленностью программы «Информационные системы и технологии».

Автор - _____ Дубков А.А.

Рецензент _____ Якимов А.В.

Заведующий кафедрой _____ Дубков А.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии радиофизического факультета от 25 мая 2023, протокол № 04/23.