

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Оптимальное управление динамическими системами

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы
Математическое моделирование и искусственный интеллект

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.06.01 Оптимальное управление динамическими системами относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-6: Способен изучать и применять программное обеспечение, проводить расчётные работы и выполнять обработку результатов исследований	<p>ПК-6.1: Знает методы применения современных программных комплексов, пакетов прикладных программ и автоматизированных систем для решения прикладных задач при проведении исследований</p> <p>ПК-6.2: Умеет самостоятельно проводить расчётные работы, выбирать и применять современные программные комплексы, пакеты прикладных программ и автоматизированные системы, обрабатывать и анализировать полученные результаты</p> <p>ПК-6.3: Имеет практический опыт применения современного программного обеспечения для решения прикладных задач</p>	<p>ПК-6.1:</p> <p>Знать и понимать:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Формулировку принципа максимума как необходимого условия оптимальности. 2. Постановки задач с ограничениями типа равенств и неравенств на фазовые и управляющие переменные. 3. Постановки задач оптимального быстродействия. 4. Методы синтеза оптимального управления и построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости.. 5. Формулировку принципа оптимальности Беллмана (метод динамического программирования). 6. Вывод уравнение Беллмана. 7. Метод решения линейно-квадратичной задачи на конечном интервале времени с применением метода динамического программирования. 8. Применение второго метода Ляпунова в задаче оптимальной стабилизации. 9. Метод решения 	Собеседование Задачи	Зачёт: Контрольные вопросы

		<p>стационарной линейно-квадратичной задачи с использованием алгебраического уравнение Риккати.</p> <p>10. Численные методы, использующие необходимые условия оптимальности.</p> <p>11. Способы решения краевых задач методом переноса граничных условий.</p> <p>12. Метод Крылова и Черноусько.</p> <p>13. Методы, использующие функции штрафа.</p> <p>ПК-6.2: Уметь использовать математические методы обработки информации, полученной в результате экспериментальных исследований</p> <p>ПК-6.3: Использует на практике ПО для решения прикладных задач</p>		
--	--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация	0
	Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
Ф	Ф	Ф	Ф	Ф	
Тема 1. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ	18	4	4	8	10
Тема 2. МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ	18	4	4	8	10
Тема 3. ОПТИМАЛЬНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ	16	4	4	8	8
Тема 4. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ	19	4	4	8	11
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	72	16	16	33	39

Содержание разделов и тем дисциплины

1. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

- 1.1. Особенности задач оптимального управления с ограничениями на функцию управления.
- 1.2. Принцип максимума как необходимое условие оптимальности.
- 1.3 Задачи с ограничениями типа равенств и неравенств на фазовые и управляющие переменные.
- 1.4. Задачи оптимального быстродействия. Синтез оптимального управления.
- 1.5. Построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости. Кривые переключения управлений.
- 1.6. Теорема Фельдбаума о числе переключений. Условие общности положения

2. МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

- 2.1. Принцип оптимальности Беллмана.
- 2.2. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана.
- 2.3. Линейно-квадратичная задача на конечном интервале времени.
- 2.4. Связь между принципом оптимальности Беллмана и принципом максимума Понтрягина.

3. ОПТИМАЛЬНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ

- 3.1. Постановка задачи о стабилизации системы.
- 3.2. Управляемость линейных систем. Второй метод Ляпунова в задаче оптимальной стабилизации.
- 3.3. Стационарная линейно-квадратичная задача. Алгебраическое уравнение Риккати.
- 3.4. Нестационарные линейно-квадратичные задачи

4. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

- 4.1. Общая классификация численных методов решения задач оптимального управления.

- 4.2. Численные методы, использующие необходимые условия оптимальности.
- 4.3. Способы решения краевых задач. Перенос граничных условий.
- 4.4. Метод Крылова и Черноусько.
- 4.5. Методы, использующие функции штрафа.
- 4.6. Численное решение задач оптимального быстродействия.
- 4.7. Методы теории возмущений.
- 4.8. Прямые методы решения задач оптимального управления. Конечномерные аналоги задач. Сведение к задаче нелинейного программирования.
- 4.9. Метод локальных вариаций.
- 4.10. Проблемы устойчивости численных методов.
- 4.11. Численные методы решения задач на бесконечном интервале времени.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

Примеры вопросов:

3. Задачи оптимального быстродействия. Синтез оптимального управления.
4. Построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости. Кривые переключения управлений.
5. Принцип оптимальности Беллмана.
6. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана.
7. Линейно-квадратичная задача на конечном интервале времени.
8. Второй метод Ляпунова в задаче оптимальной стабилизации.
9. Стационарная линейно-квадратичная задача. Алгебраическое уравнение Риккати.
10. Численные методы, использующие необходимые условия оптимальности.
11. Способы решения краевых задач. Перенос граничных условий.
13. Метод Крылова и Черноусько.

Полный перечень приведен в ФОС:

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответы на вопросы верны или содержат незначительные ошибки.

Оценка	Критерии оценивания
не зачтено	Ответов нет или они содержат грубые ошибки.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

Примеры задач:

Задача 1. Записать необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина для задачи оптимального управления со свободным правым концом.

Задача 2. Записать необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина для задачи оптимального управления с интегральным критерием качества.

Задача 3. Записать необходимые условия оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина для задачи оптимального управления системой второго порядка с векторным управлением, компоненты которого принадлежат эллипсу.

Полный перечень приведен в ФОС дисциплины.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задача решена верно или с незначительными ошибками.
не зачтено	Задача не решена или допущены грубые ошибки.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
		не зачтено		зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	обучающегося от ответа			негрубых ошибок	несущественных ошибок		
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-6

Примеры вопросов:

Принцип максимума как необходимое условие оптимальности.
Задачи с ограничениями типа равенств и неравенств на фазовые и управляющие переменные.
Задачи оптимального быстродействия. Синтез оптимального управления.
Построения оптимальных траекторий на фазовой плоскости. Кривые переключения управлений.
Принцип оптимальности Беллмана
Функция Беллмана. Уравнение Беллмана.
Линейно-квадратичная задача на конечном интервале времени.

Полный перечень приведен в ФОС дисциплины.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответы на вопросы верны или допущены незначительные ошибки.
не зачтено	Ответов нет или допущены грубые ошибки.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Неймарк Юрий Исаакович. Математические модели в естествознании и технике : учеб. для студентов вузов, обучающихся по направлению 510200 "Прикладная математика и информатика" и специальности 010200 "Прикладная математика и информатика" / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. ун-та, 2004. - 401 с. - ISBN 5-85746-496-X : 80.00., 156 экз.

Дополнительная литература:

1. Черноусько Феликс Леонидович. Вариационные задачи механики и управления. Численные методы / АН СССР, Ин-т проблем механики. - М. : Наука, 1973. - 238 с. : черт. - 1.04., 1 экз.
2. Неймарк Юрий Исаакович. Динамические системы и управляемые процессы. - М. : Наука, 1978. - 336 с. : ил. - 1.50., 40 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-lib.unn.ru/MegaPro/Web/SearchResult/ToPage/1>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Баландин Дмитрий Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.