

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от
«30» ноября 2022 г. № 13

**Рабочая программа дисциплины
Группы Ли и дифференциальные уравнения**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
специалитет

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
01.05.01 Фундаментальные математика и механика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Фундаментальная механика и приложения

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения
очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород
2023 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.05.02 «Группы Ли и дифференциальные уравнения» относится к части ООП специальность 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, формируемой участниками образовательных отношений.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-6. Владение навыками самостоятельного анализа поставленной задачи, выбора корректного метода ее решения, построения алгоритма и его реализации	ПК-6.1. Умеет самостоятельно анализировать задачу, выбирать методы решения, создавать алгоритм решения и реализовывать его.	Уметь самостоятельно анализировать задачу, выбирать методы решения, создавать алгоритм решения и реализовывать его.	Собеседование
	ПК-6.2. Владеет навыками решения практических задач, анализа результатов решения.	Владеть навыками решения практических задач, анализа результатов решения.	Собеседование Разноуровневые задачи и задания

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	3 з.е.
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	65
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	43
Промежуточная аттестация – зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1. Векторные поля и потоки	17	6	6		12	5
Тема 2. Группы Ли	22	6	6		12	10
Тема 3. Расслоение джетов. Продолжение векторного поля	13	3	3		6	7
Тема 4 . Симметрии дифференциальных уравнений.	30	10	10		20	10
Тема 5. Понижение порядка обыкновенных дифференциальных уравнений.	25	7	7		14	11
Текущий контроль (КСР)	1					
Промежуточная аттестация - зачет	0					
Итого	108	32	32		64	43

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий (семинарских занятий) в форме практической подготовки отводится 32 часа.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП: построения алгоритма понижения порядка ОДУ с помощью метода дифференциальных инвариантов, алгоритма понижения порядка ОДУ с помощью метода канонических переменных.
- компетенций – ПК-6.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением.

Изучение литературы и проработка теоретического материала лекционных занятий.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Понтрягин Л.С. Непрерывные группы. М.: Наука, 1973, С. 519
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Pontryagin1973ru.djvu>
2. Зайцев В.Ф. Введение в современный групповой анализ. Часть 1: Группы преобразований на плоскости (учебное пособие к спецкурсу). СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена, 1996, с.39
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zajcev_t1_1996ru.pdf
3. Зайцев В.Ф. Введение в современный групповой анализ. Часть 2: Уравнения первого порядка и допускаемые ими точечные группы (учебное пособие к спецкурсу). СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена, 1996, С. 40
http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zajcev_t2_1996ru.pdf

4. . Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике. М.: Наука, 1983, С.280

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ibragimov1983ru.djvu>

5. Ибрагимов Н.Х. Азбука группового анализа. М.: Знание, 1989, С.48

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ibragimov1989ru.djvu>

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств включает: контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме *задач (практических заданий), контрольных работ* и контрольные материалы для проведения промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к *зачету*.

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		<u>Знания</u>	<u>Умения</u>	<u>Навыки</u>
плохо	не зачтено	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа
неудовлетворительно		Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
удовлетворительно	зачтено	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами
хорошо		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
очень хорошо		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
отлично		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.

Шкала оценивания сформированности компетенций	Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
	Знания	Умения	Навыки
		недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
Не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы

Вопросы	Код формируемой компетенции
1. Левоинвариантные векторные поля на группе Ли и их свойства. Примеры.	ПК-6
2. Левоинвариантные дифференциальные формы на группе Ли.	ПК-6
3. Теорема Фробениуса для распределений, заданных с помощью векторных полей.	ПК-6

Вопросы	Код формируемой компетенции
4. Теорема Фробениуса для распределений, заданных с помощью линейных дифференциальных форм.	ПК-6
5. Построение локальной группы Ли по структурным уравнениям,	ПК-6
6. Инфинитезимальный критерий инварианта действия группы.	ПК-6
7. Инфинитезимальный критерий инвариантности подмногообразия.	ПК-6
8. Продолжения преобразований многообразия на расслоения джетов	ПК-6
9. Продолжения векторного поля на расслоении джетов.	ПК-6
10. Общая формула продолжения векторного поля.	ПК-6
11. Инфинитезимальный критерий симметрии системы дифференциальных уравнений	ПК-6
12. Алгоритм понижения порядка ОДУ с помощью метода дифференциальных инвариантов.	ПК-6
13. Алгоритм понижения порядка ОДУ с помощью метода канонических переменных.	ПК-6
14. Интегрируемость ОДУ в квадратурах.	ПК-6

5.2.2 Типовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. Является ли вполне интегрируемым распределение на $R \setminus 0 = ((x, y, z) \in R^3 \mid (x, y, z) \neq (0, 0, 0))$, заданное векторными полями $V_1 = y\partial_x - x\partial_y$, $V_2 = z\partial_x - x\partial_z$, $V_3 = y\partial_z - z\partial_y$?

2. Является ли векторное поле $V = b\partial_x - a\partial_U$ симметрией уравнения $U'' = F(ax + bU, U')$?

Типовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-6

3. Проверить, что векторное поле $V = (x, nU)$ определяет симметрии уравнения $U''x^{2-n} = F(Ux^{-n}, U'x^{1-n})$ и понизить порядок этого уравнения с помощью метода дифференциальных инвариантов

4. Проверить, что векторное поле $V = (x, nU)$ определяет симметрии уравнения $U''x^{2-n} = F(Ux^{-n}, U'x^{1-n})$ и понизить порядок этого уравнения с перехода к каноническим переменным

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике. М.: Наука, 1983, С.280

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ibragimov1983ru.djvu>

2. Ибрагимов Н.Х. Азбука группового анализа. М.: Знание, 1989, С.48

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Ibragimov1989ru.djvu>

б) дополнительная литература:

1. Понтрягин Л.С. Непрерывные группы. М.: Наука, 1973, С. 519

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Pontryagin1973ru.djvu>

2. Зайцев В.Ф. Введение в современный групповой анализ. Часть 1: Группы преобразований на плоскости (учебное пособие к спецкурсу). СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена, 1996, с.39

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zajcev_t1_1996ru.pdf

3. Зайцев В.Ф. Введение в современный групповой анализ. Часть 2: Уравнения первого порядка и допускаемые ими точечные группы (учебное пособие к спецкурсу). СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена, 1996, С. 40

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zajcev_t2_1996ru.pdf

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)

<http://www.lib.unn.ru/>

Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>

Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.05.01
Фундаментальные математика и механика.

Автор

к.ф.-м.н., доцент Баландин А.В.

Заведующий кафедрой
алгебры, геометрии и
дискретной математики

д.ф.-м.н., профессор Кузнецов М.И.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.