

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Математическая логика и теория алгоритмов

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

09.03.04 - Программная инженерия

---

Направленность образовательной программы

Разработка программно-информационных систем

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.07 Математическая логика и теория алгоритмов относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации УК-1.2: Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3: Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов	УК-1.1: Знать основные понятия, факты и алгоритмы математической логики и теории алгоритмов  УК-1.2: Уметь систематизировать явления в терминах формул логики предикатов  УК-1.3: Иметь практический опыт применения методов математической логики и теории алгоритмов	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы
ОПК-7: Способен применять в практической деятельности основные концепции, принципы, теории и факты, связанные с информатикой;	ОПК-7.1: Знает область применения в практической деятельности основных концепций, принципов, теорий и фактов, связанных с информатикой ОПК-7.2: Умеет применять в практической деятельности основные концепции, принципы, теории и факты, связанные с информатикой ОПК-7.3: Имеет навыки применять в практической деятельности основные концепции, принципы, теории и факты, связанные с информатикой	ОПК-7.1: Знать основные определения и утверждения математической логики и теории алгоритмов  ОПК-7.2: Уметь выражать отношения для заданных структур, строить поисковое дерево для заданного утверждения, строить равносильные префиксные и антипрефиксные формулы для заданной формулы, находить области истинности заданной формулы, выполнять редукцию в заданном лямбда-	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы

		<p>терме, проводить реализацию основных этапов метода элиминации кванторов на примерах теории плотного линейного порядка без концевых точек, составлять простейшие программы на машине Тьюринга и нормальные алгорифмы Маркова, оценивать трудоёмкость алгоритмов.</p> <p>ОПК-7.3: Владеть навыками в проведении синтаксического разбора формул логики первого порядка; навыками в анализе моделей логических формул; навыками в вычислении объема и доли выполнимости простейших формул, в том числе формул, содержащих свободные переменные; навыками в преобразованиях формул логики первого порядка к логически равносильным формулам канонического вида (префиксным, антипрефиксным, Г-формулам); навыками в определении значения предела доли выполнимости формул логики первого порядка, приведенных к антипрефиксному виду и не содержащих функциональных и нульместных предикатных символов (пользуясь доказательством теоремы Глебского); навыками в построении поисковых деревьев для доказательства или опровержения истинности логических утверждений; навыками написания тьюринговых программ и алгорифмов Маркова; навыками оценивания трудоёмкости алгоритмов.</p>		
--	--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>4</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>42</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора торные работы), часы	Всего	
	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
Элементы логического языка первого порядка	8	2	2	4	4
Модели формул логического языка первого порядка	8	2	2	4	4
Логический вывод	12	4	4	8	4
Канонические формы предложений в логике первого порядка	12	4	4	8	4
Приближенное выражение свойств структур в логике первого порядка	12	4	4	8	4
Приложения логического языка первого порядка к моделированию математических теорий	12	4	4	8	4
Тьюрингова модель вычислений	14	4	4	8	6
Нормальные алгорифмы Маркова	14	4	4	8	6
Вычислимость, разрешимость, алгоритмическая сложность	14	4	4	8	6
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	144	32	32	66	42

Содержание разделов и тем дисциплины

### 1. Элементы логического языка первого порядка:

Логический язык первого порядка. Понятия универса, константы, переменной, функции, терма, предиката. Число всех  $k$ -местных предикатов и функций на  $n$ -элементном универсе. Синтаксис логического языка первого порядка: описание алфавита, построение переменных, термов и формул, примеры. Понятие подформулы, области действия квантора, связанной и свободной переменной, предложения. Примеры.

### 2. Модели формул логического языка первого порядка:

Понятие интерпретации формул логического языка первого порядка. Определение истинностного значения формул, примеры. Понятие алгебраической системы (структуры) заданной сигнатуры.

Основные понятия, связанные с интерпретацией: общезначимые, выполнимые и невыполнимые формулы, примеры; понятия логического следования, равносильных формул, примеры; понятие модели множества формул, примеры. Понятие изоморфизма структур, примеры и контрпримеры. Элементарно эквивалентные структуры, примеры и контрпримеры.

Графический и табличный способы задания структур на конечных универсах, примеры. Формула подсчета числа всех структур на конечных универсах. Понятие числа моделей и доли выполнимости предложений логического языка первого порядка, примеры ее вычисления. Понятие исключающих кванторов, модификация правил построения формул, связанная с введением исключающих кванторов. Выражение истинностных значений формул, содержащих исключающие кванторы, через истинностные значения формул без исключающих кванторов. Понятие  $\Gamma$ -формулы. Логическая равносильность любой формулы языка первого порядка некоторой  $\Gamma$ -формуле, примеры.

### 3. Логический вывод:

Формальные понятия доказательства и правила вывода, пример. Разветвляющие и неразветвляющие правила. Существование конечного числа правил вывода и математического понятия доказательства, при помощи которых можно ответить на вопрос: «Верно ли, что из множества формул  $\Gamma$  логически следует формула  $A$ ?». Пример. Определение поискового дерева, правила его расширения. Лемма о поисковых последовательностях. Понятие дерева-доказательства. Понятие выводимости формулы  $A$  из множества гипотез  $\Gamma$ . Теорема о корректности дедуктики. Теоремы о полноте и об адекватности дедуктики. Теорема о компактности, пример ее использования.

### 4. Канонические формы предложений в логике первого порядка:

Префиксные (Предваренные) нормальные формы. Алгоритм приведения любой формулы к префиксному виду, примеры. Понятие сингулярной и примарной формул. Алгоритм приведения любой сингулярной формулы к булевой комбинации примарных, пример. Антипрефиксные формы. Алгоритм приведения любой формулы к антипрефиксному виду, примеры.

### 5. Приложения логического языка первого порядка к моделированию математических теорий:

Аксиоматические и структурные теории, примеры, их развитие. Понятие теорем и элементарных теорий. Свойства элементарных теорий: полнота, алгоритмическая разрешимость. Метод элиминации кванторов для доказательства алгоритмической разрешимости некоторых теорий (общий алгоритм). Основной этап алгоритма для доказательства алгоритмической разрешимости теории плотного линейного порядка без конечных точек, пример.

### 6. Тьюрингова модель вычислений:

Представление и преобразование информации, тьюринговы программы, их запись при помощи ориентированных графов. Методика Флойда для доказательства частичной правильности тьюринговых программ. Пример. Представление тьюринговых программ в виде аналитических выражений (псевдокодов). Правила композиции тьюринговых программ. Примеры с доказательством частичной корректности.

### 7. Нормальные алгорифмы Маркова:

Нормальные алгорифмы Маркова (НАМ) и их запись. Принцип нормализации. Алгоритмическая эквивалентность НАМ и машины Тьюринга.

### 8. Вычислимость, разрешимость, алгоритмическая сложность:

Понятия алгоритмической разрешимости и полурешимости. Примеры неразрешимых задач.

Проблема Туэ. Проблема самоприменимости. Трудоемкость алгоритма, ее виды (временная, емкостная). Понятие эффективного алгоритма. Классы задач P и NP. Проблема равенства P и NP. Алгоритмическая сводимость. Класс NP-полных задач. Примеры NP-полных задач. Псевдополиномиальные алгоритмы.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Таланов В.А. Математическая логика и модели вычислений : учебное пособие / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 1994. - 115 с. - б/ц.

В.Н. Пильщиков, В.Г. Абрамов, А.А. Вылиток, И.В. Горячая Машина Тьюринга и алгоритмы Маркова. Решение задач. 2016. - 72 с. (Электронная библиотека МГУ, режим доступа: <https://al.cs.msu.ru/system/files/MT-HAM-tasks2016.pdf>)

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

##### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

##### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:**

1. В структуре  $(N0, +, *, =, 0, 1)$ , где  $N0$  – множество, состоящее из натуральных чисел и нуля, выразить предикат  $P(x, y)$ : "x и y – взаимно простые числа".
2. Пусть  $U$  – множество точек плоскости. Рассмотрим два предиката.  $B(a, b, c)$ : точки a, b, c лежат на одной прямой, причем b между a и c.  $D(a, b, c, d)$  – расстояние  $|ab|$  равно  $|cd|$ . В структуре  $\langle U; B, D \rangle$  выразить предикат  $P(a, b, c, d)$ : Существует окружность, описанная вокруг четырёхугольника abcd.
3. Найти число структур соответствующей сигнатуры на универсе из n элементов, в которых истинно предложение:  $\forall x \forall y [R(x, y) \wedge R(y, x)]$ .
4. Доказать или найти контрмодель логического следования  $\Gamma \Rightarrow A$ , построив поисковое дерево:  
 $\Gamma = \{ \forall x [P(x) \rightarrow \forall y R(x, y)], \exists x \forall y \neg R(x, y), \forall x [P(x) \rightarrow \neg Q(x)] \};$   
 $A = \exists x [Q(x) \wedge \forall y \neg R(x, y)]$ .
5. Привести формулу к антипрефиксному виду  $\forall x \exists y [(\neg P(x) \rightarrow P(y)) \wedge Q(y)]$ .
6. Применить метод элиминации кванторов для выяснения истинности формулы в структуре  $(Q; =, <, +, -, \langle \text{рациональные константы} \rangle)$ :  $\exists z \forall y \exists x [(z + 3/5 < 6y + 1/4) \vee (5x + 1 < y + z + 1/4) \wedge (y < x)]$ .

##### **5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-7:**

1. Реализовать Машину Тьюринга, сделать проверку работы МТ на примере, оценить трудоёмкость. УУ (курсор) в начале просматривает пустую ячейку справа от последнего слова. Алфавит  $\{0, 1\}$ .  
В слове из  $3n$  символов поменять местами правую и среднюю трети слова.

2. Написать схему, реализующую нормальный алгоритм Маркова, сделать проверку его работы на примере, оценить трудоёмкость.  
Вычесть 2 из числа, записанного в троичной системе счисления.
3. Обосновать, что задача принадлежит классу NP.  
Являются ли заданные два натуральных числа взаимно простыми?

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объёме без недочётов.
отлично	Решены все основные задачи, с отдельными существенными недочётами. Выполнены все задания в полном объёме.
очень хорошо	Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объёме, но некоторые - с недочётами.
хорошо	Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объёме, но некоторые - с недочётами.
удовлетворительно	Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объёме.
неудовлетворительно	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имеют место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие минимальных умений решения задач. Невозможность оценить наличия умений, вследствие отказа обучающегося от ответа.

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

	вследствие отказа обучающегося от ответа		негрубых ошибок	. Допущено несколько негрубых ошибок	. Допущено несколько несущественных ошибок	и. Ошибок нет.	
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»



### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Синтаксис логического языка первого порядка.
2. Интерпретация формул логического языка первого порядка. Основные понятия.
3. Исключающие кванторы. Логический вывод (правила вывода).
4. Поисковые деревья (лемма о поисковых деревьях).
5. Теоремы о корректности, полноте и адекватности дедуктики.
6. Канонические формы предложения. Префиксная форма.
7. Канонические формы предложения. Сингулярные и примарные формулы.
8. Канонические формы предложения. Антипрефиксная форма в общем виде.
9. Свойства элементарных теорий. Алгоритмически разрешимые теории.
10. Метод Элиминации кванторов

#### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-7

1. Машина Тьюринга, тезис Тьюринга.
2. Алгебра программ, начальное мат. обеспечение
3. Нормальные алгорифмы Маркова, принцип нормализации
4. Алгоритмическая эквивалентность. Теорема о нормализуемости МТ.
5. Алгоритмическая эквивалентность. Теорема о реализуемости НАМ в бинарном алфавите.
6. Алгоритмическая эквивалентность. Реализуемость НАМ на МТ
7. Алгоритмическая неразрешимость. Проблема Туэ.
8. Алгоритмическая неразрешимость. Проблема самоприменимости.
9. Трудоемкость алгоритма, ее виды. Связь временной и емкостной сложности.
10. Класс переборных задач. Класс NP
11. Понятие эффективного алгоритма. Класс P.
12. NP полнота задачи о выполнимости булевой формулы.
13. Алгоритмическая сводимость. NP полнота задачи булевого программирования
14. Алгоритмическая сводимость. NP полнота задачи о размене.
15. Эвристический алгоритм, приближенный алгоритм. Приближенные схемы.
16. Псевдополиномиальный алгоритм, NP полнота в сильном смысле.

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки.

Оценка	Критерии оценивания
	Допущено несколько несущественных ошибок.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Верещагин Н. К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Ч. 2. Языки и исчисления. - М. : МЦНМО, 2000. - 288 с. - (Современные лекционные курсы). - ISBN 5-900916-66-9 : 29.00., 1 экз.
2. Верещагин Н. К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Ч. 3. Вычислимые функции. - М. : МЦНМО, 1999. - 176 с. - (Современные лекционные курсы). - ISBN 5-900916-39-1 : 17.00., 1 экз.
3. Мендельсон Эллиот. Введение в математическую логику / пер. с англ. Ф. А. Кабакова ; под ред. С. И. Адяна. - 3-е изд. - М. : Наука, 1984. - 319 с. : ил. - 1.80., 25 экз.
4. Лавров Игорь Андреевич. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. - 4-е изд. - М. : Физматлит, 2001. - 256 с. - ISBN 5-9221-0026-2 : 97.00., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Таланов Владимир Александрович. Математическая логика и модели вычислений : учебное пособие / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 1994. - 115 с. - б/ц., 53 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://www.unn.ru/books/resources.html>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.04 - Программная инженерия.

Автор(ы): Чирков Александр Юрьевич, кандидат физико-математических наук, доцент  
Мокеев Дмитрий Борисович, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.