

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Вероятностные модели

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

01.03.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы

Прикладная математика и информатика (общий профиль)

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.20 Вероятностные модели относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции<br>(код, содержание компетенции)   | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции   |   | Наименование оценочного средства                                 |                              |
|--|---|---|--|------------------------------|
|  | Индикатор достижения компетенции<br>(код, содержание индикатора)  | Результаты обучения по дисциплине   | Для текущего контроля успеваемости                               | Для промежуточной аттестации |
| ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1: Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук<br>ОПК-1.2: Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний<br>ОПК-1.3: Имеет практический опыт применения фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности | ОПК-1.1:<br>Знать:<br>- базовое задание и классификацию ре-альных экспериментов;<br>- основные принципы отличия детерми-нированных, полудетерминированных и случайных экспериментов;<br>- основные понятия и предмет теории вероятностных моделей.<br>Понимать прикладные и математические особенности статистически устойчивых экспериментов.<br><br>ОПК-1.2:<br>Уметь:<br>- анализировать и использовать основы знаний вероятностного моделирования для формирования мировоззренческой позиции на случайные эксперименты;<br>- применять методы построения тео-ретико-множественных моделей стан-дартных и реальных статистически устойчивых экспериментов;<br>- решать парадоксы при построении теоретико-множественных моделей статистически устойчивых | Задания<br>Задачи<br>Собеседование<br>Тест<br>Контрольная работа | Зачёт:<br>Задания<br>Задачи  |

|  |   |   |   |  |
|--|---|---|---|--|
|  |   | <p>экспериментов.</p> <p>ОПК-1.3:<br/>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- различными приемами и практикой построения теоретико-множественных моделей стандартных и реальных статистически устойчивых экспериментов;</li> <li>- основными приёмами доказательств свойств теоретико-множественных моделей стандартных и реальных статистически устойчивых экспериментов.</li> </ul>   |   |  |
| ОПК-3: Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности | <p>ОПК-3.1: Знает математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности и методы их модификации</p> <p>ОПК-3.2: Умеет использовать, анализировать и модифицировать математические модели в современном естествознании и технике</p> <p>ОПК-3.3: Имеет практический опыт применения математических моделей для решения задач в области профессиональной деятельности</p> | <p>ОПК-3.1:<br/>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- на интуитивном и формальном уровне следующих понятий: эксперимент, множество условий проведения эксперимента, множество результатов эксперимента, множество элементарных исходов, множество наблюдаемых исходов, регулярность случайных экспериментов;</li> <li>- типы вероятностных моделей статистически устойчивых априорных и условных экспериментов.</li> </ul> <p>ОПК-3.2:<br/>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- самостоятельно с помощью информационных технологий приобретать и использовать новые знания в практической деятельности к разработке имитационных моделей случайных экспериментов;</li> <li>- проводить классификацию случайных событий и операций над ними;</li> <li>- определять вероятности случайных событий на интуитивном уровне;</li> <li>- понимать отношение между априорным и условным</li> </ul> | <p>Задачи</p> <p>Задания</p> <p>Собеседование</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Тест</p> | <p>Зачёт:</p> <p>Задания</p> <p>Задачи</p> |

|  |  |   |  |  |
|--|--|---|--|--|
|  |  | <p>экспериментами;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- отличать свойства условных и без-условных вероятностей;</li> <li>- самостоятельно с помощью информационных технологий приобретать и использовать новые знания в практической деятельности к разработке имитационных моделей случайных экспериментов.</li> </ul> <p>ОПК-3.3:</p> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами вычисления вероятности случайных событий для классических экспериментов;</li> <li>-техникой определения вероятности случайных событий для статистически устойчивых экспериментов произвольной природы;</li> <li>-практикой построения вероятностных моделей статистически устойчивых условных экспериментов.</li> </ul> |  |  |
|--|--|---|--|--|

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

|  | очная        |
|--|--------------|
| <b>Общая трудоемкость, з.е.</b>  | <b>2</b>     |
| <b>Часов по учебному плану</b>   | <b>72</b>    |
| в том числе  |              |
| <b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>                           |              |
| - занятия лекционного типа   | <b>16</b>    |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | <b>16</b>    |
| - КСР  | <b>1</b>     |
| <b>самостоятельная работа</b>  | <b>39</b>    |
| <b>Промежуточная аттестация</b>  | <b>0</b>     |
|  | <b>Зачёт</b> |

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

|  |       |             |
|--|-------|-------------|
| Наименование разделов и тем дисциплины | Всего | в том числе |
|--|-------|-------------|

|   | (часы)      | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них |  |             | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
|---|-------------|--|--|-------------|---|
|   |             | Занятия лекционного типа   | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего       |   |
|   | О<br>Ф<br>О | О<br>Ф<br>О  | О<br>Ф<br>О  | О<br>Ф<br>О | О<br>Ф<br>О                               |
| Тема 1. Методы построения теоретико-множественной модели случайных экспериментов. | 18          | 4  | 4  | 8           | 10  |
| Тема 2. Вероятностные модели классических случайных экспериментов.                | 18          | 4  | 4  | 8           | 10  |
| Тема 3. Вероятностные модели произвольных случайных экспериментов.                | 18          | 4  | 4  | 8           | 10  |
| Тема 4. Вероятностные модели условных случайных экспериментов.                    | 17          | 4  | 4  | 8           | 9   |
| Аттестация  | 0           |  |  |             |   |
| КСР   | 1           |  |  | 1           |   |
| Итого   | 72          | 16   | 16   | 33          | 39  |

### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Основные понятия при построении теоретико-множественной модели случайных экспериментов. Задание реальных экспериментов. Статические и эволюционные эксперименты. Классификация реальных экспериментов. Предмет теории вероятностей с точки зрения построения вероятностных моделей статистически устойчивых экспериментов. Свойство регулярности случайных экспериментов, их допустимые и элементарные исходы. Случайные события, их классификация и операции над ними. Основные законы теоретико-множественных операций над событиями. Теоретико-множественная модель статистически устойчивых экспериментов и сигма-алгебра наблюдаемых событий. Примеры и интерпретация простейших сигма -алгебр наблюдаемых событий случайного эксперимента.

Тема 2. Понятие вероятности на интуитивном уровне. От-ношение правдоподобия между случайными событиями и субъективное измерение шанса появления случайного события. Классическое определение вероятности и различные способы построения вероятностных моделей для опытов с конечным множеством равновозможных элементарных исходов. Геометрические вероятности и построение вероятностных моделей для случайных экспериментов с не-счётным множеством равновозможных элементарных исходов.

Тема 3. Свойства относительной частоты появления события и эмпирический подход к приближенному вычислению вероятности исходов случайных экспериментов. Аксиоматическое определение вероятностной функции, и её простейшие свойства. Подход Колмогорова к построению общей вероятностной модели статистически устойчивых экспериментов. Обоснование парадоксов при построении вероятностных моделей классических экспериментов с помощью под-хода Колмогорова.

Тема 4. Понятие об условном эксперименте. Определение условной вероятности и его обоснование. Построение унифицированной и локализованной вероятностных моделей условных экспериментов. Теорема умножения и математическое описание независимости случайных событий. Формула полной вероятности и теорема Байеса. Вероятностная модель схемы независимых испытаний Бернулли. Приближенные формулы для биномиальных вероятностей.

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:  
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Вероятностные модели, <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=248>.

## **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:**

1. Производится три выстрела по мишени. Пусть  $A_1$  — попадание в мишень при первом выстреле,  $A_2$  — при втором выстреле,  $A_3$  — при третьем выстреле,  $A$  — ровно одно попадание. Выразить событие  $A$  через события  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  (**тема 1**).

2. Два судна должны подойти к одному и тому же причалу. Их появления суть независимые случайные события, равновозможные в течение суток. Найти вероятность того, что одному из судов придется ждать освобождения причала, если время стоянки первого судна равно одному часу, а второго равно двум часам (**тема 2**).

3. В крупный маркет с 13 до 15 часов, равновозможно в любой момент времени из этого интервала, должны подойти два фургона с продуктами. В зависимости от ситуации первый из них может занимать место разгрузки либо 30 минут с вероятностью 0.4, либо 45 минут с вероятностью 0.6. Построить вероятностную модель ( $W$ ,  $\mathcal{F}$ ,  $P(\cdot)$ ) этого опыта и определить вероятность того, что второму фургону придется ожидать освобождения места разгрузки, но не более 15 минут (**тема 3**).

#### **5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:**

1. Сформулировать основной закон комбинаторики (правило умножения). Дать определения и доказать основные формулы для сочетаний, размещений, перестановок, сочетаний с повторениями, размещений с повторениями (**тема 2**).

2. Имеется 5 каналов связи первого типа, 2 канала связи второго типа и 3 канала связи третьего типа. Вероятность правильной передачи по каждому каналу первого типа равна 0.8, второго типа – 0.7, и третьего типа – 0.9. Наудачу выбран канал и по нему передано 4 сообщения. Найти вероятность того, что правильно передано ровно 2 сообщения (**тема 4**).

#### **Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)**

| Оценка     | Критерии оценивания   |
|------------|---|
| зачтено    | Выполнена основная часть задания, возможно с незначительными недочетами |
| не зачтено | Выполнено менее половины задания, есть существенные недочеты            |

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Пусть достоверное

событие  $W = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$  и  $P(w_1) = P(w_2) = 3/8$ ,  $P(w_3) = P(w_4) = 1/8$ ,  $A = \{w_1, w_3\}$ ,  $B = \{w_2, w_3\}$ ,  $C = \{w_2, w_3\}$ . Показать, что события  $A, B, C$  не являются независимыми в совокупности.

2. Слово «вероятность» разрезали на отдельные буквы. Карточки с буквами перемешали и наудачу выложили в ряд. Построить вероятностную модель  $(W, \mathcal{F}, P(\cdot))$  этого опыта и найти вероятность появления слова «вероятность» (тема 3).

### 5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

1. События  $A_1, A_2, \dots, A_n$  независимы в совокупности и вероятность  $P(A_k) = p_k$ . Найти вероятности следующих событий: 1) не произойдет ни одного из событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ;

2) произойдет хотя бы одно из событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ; 3) произойдет одно и только одно из событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$ .

2. Две различные игральные кости брошены один раз. Пусть событие  $A$  состоит в том, что на второй кости выпадает цифра или 1, или 2, или 5. Далее, событие  $B$  означает, что на второй кости появится цифра или 4, или 5, или 6. Наконец, событие  $C$  означает выпадение суммы очков на игровых костях, равной 9. Доказать, что в этом эксперименте независимость тройки событий  $A, B$  и  $C$  не влечет их попарную независимость.

3. Используя таблицы, найти вероятность того, что в обществе из 1095 человек ровно 10 человек родились в первый день нового года

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

| Оценка     | Критерии оценивания  |
|------------|--|
| зачтено    | Выполнены все или большая часть этапов решения задачи или задача решена с незначительными недочетами. Результаты работы представлены преподавателю в срок.   |
| не зачтено | Выполнены не все практические задания или выполнены не в полном объеме (представлено не полное описание этапов выполнения заданий, получен неверный ответ, результаты работы не представлены преподавателю). |

### 5.1.5 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

#### Задание 1.

Доказать основные законы, которым удовлетворяют теоретико-множественные операции над случайными событиями.

#### Задание 2.

Привести примеры построения простейших  $S$ -алгебр.

#### Задание 3.

Опыт состоит в бросании трёх монет. Пусть монеты занумерованы и события  $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$  означают выпадение герба на первой, второй и третьей монетах соответственно. Пусть событие  $A$  означает выпадение одного герба и двух цифр, а событие  $B$  есть выпадение не более одного герба. Выразить через  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  события  $A$  и  $B$ .

### **5.1.6 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:**

#### Задание 1.

Пусть эксперимент  $E$  заключается в непреднамеренном подбрасывании с помощью некоторого механизма на поверхность стола двух монет. На одной стороне каждой монеты изображен герб, а на другой — решетка. Предположим, что невозможно зафиксировать сторону второй монеты, если на первой монете выпадает герб. Построить теоретико-множественную модель для этого эксперимента.

#### Задание 2.

Подбрасывается монета до первого выпадения герба с помощью некоторого механизма, обеспечивающего произвольное вращение монеты в воздухе и ее непреднамеренное падение на поверхность стола. Назвать для этого эксперимента достоверное событие, некоторое элементарное событие и невозможное событие. Показать, что появление решетки не более трех раз является случайным событием.

#### Задание 3.

В Нижнем Новгороде имеется три транспортных моста через реку Ока. Рассматривается ежедневная возможность переезда наземного транспорта через реку. Обозначим через  $A_1$  событие, которое заключается в исправности первого моста. Пусть событие  $A_2$  состоит в исправности второго моста и, наконец, событие  $A_3$  — в исправности третьего моста. Представить событие  $A$  через события  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ , где событие  $A$  означает отсутствие возможности переезда через реку.

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)**

| Оценка  | Критерии оценивания   |
|---------|---|
| зачтено | Студент дал развернутый ответ на все вопросы без существенных ошибок. |



| Оценка     | Критерии оценивания  |
|------------|--|
|            |  |
| не зачтено | При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале. |

### 5.1.7 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Тип — проверка ответов.

Из игральной колоды, в которой  $r$  карт, а валет, дама и король являются фигурами, вынимаются наудачу две карты. Вычислить вероятность  $P(A(r))$  того, что вынуты две фигуры при: 1)  $r = 36$ ; 2)  $r = 37$ ; 3)  $r = 52$ .

Ответ для задачи 1): вероятность  $P(A(36)) = 11/105$ ;

ответ для задачи 2): вероятность  $P(A(37)) = 11/111$ ;

ответ для задачи 3): вероятность  $P(A(52)) = 11/221$ .

2. Тип — проверка ответов.

Бросают один раз три игральные разноцветные кости. Пусть события  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$  означают выпадение три различных числа очков на гранях костей, суммы очков 11 и суммы очков 12 соответственно. Вычислить вероятности: 1)  $P(A_1)$ ; 2)  $P(A_2)$ ; 3)  $P(A_3)$ .

Ответ для задачи 1): вероятность  $P(A_1) = 5/9$ ;

ответ для задачи 2): вероятность  $P(A_2) = 1/8$ ;

ответ для задачи 3): вероятность  $P(A_3) = 25/216$ .

3. Тип — проверка ответов.

В некоторой точке  $K$  электрического провода  $MN$  длиной  $L$  произошёл разрыв. Вычислить вероятность  $P(A(L, l))$  того, что точка  $K$  удалена от точки  $M$  на расстояние не менее  $l$  при 1)  $L = 10$ ,  $l = 5$ ; 2) при  $L = 20$ ,  $l = 9$ ; 3) при  $L = 15$ ,  $l = 8$ .

Ответ для задачи 1):  $P(A(10, 5)) = 1/2$ ;

ответ для задачи 2):  $P(A(20, 10)) = 11/20$ ;

ответ для задачи 3):  $P(A(15, 8)) = 7/15$ .

4. Тип — проверка ответов.

Два парохода прибывают к одному причалу, причём время прихода каждого из пароходов равномерно в течение суток. Вычислить вероятность  $P(A(r, q))$  того, что ни одному из пароходов не придётся ожидать освобождения причала, если время стоянки первого парохода составляет  $r$  часов, а второго —  $q$ , где 1)  $r = 1$ ,  $q = 2$ ; 2)  $r = 2$ ,  $q = 3$ ; 3)  $r = 3$ ,  $q = 4$ .

Ответ для задачи 1):  $P(A(1, 2)) \approx 0,879$ ;

ответ для задачи 2):  $P(A(2, 3)) \approx 0,802$ ;

ответ для задачи 3):  $P(A(3, 4)) \approx 0,730$ .

### 5.1.8 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

5. Тип — проверка ответов.

Стержень длины  $l$  разломали в двух наудачу выбранных точках на три части. Вычислить вероятность  $P(A(l))$  того, что из полученных частей можно составить треугольник, где 1)  $l = 1$ ; 2)  $l = 2$ ; 3)  $l = 3$ .

Ответ для задачи 1):  $P(A(1)) = 0,25$ ;

ответ для задачи 2):  $P(A(2)) = 0,25$ ;

ответ для задачи 3):  $P(A(3)) = 0,25$ .

6. Тип — проверка ответов.

Радиосигналы по одному от каждой из двух станций поступают на видео экран в любой промежуток времени длительностью  $L$ . На экране появляется отметка, если разность между моментами поступления будет меньше  $l$ . Вычислить вероятность  $P(A(L, l))$  появления отметки, где 1)  $L = 11, l = 1$ ; 2)  $L = 22, l = 2$ ; 3)  $L = 13, l = 3$ .

Ответ для задачи 1):  $P(A(11, 1)) = 21/121$ ;

ответ для задачи 2):  $P(A(22, 2)) = 21/121$ ;

ответ для задачи 3):  $P(A(13, 3)) = 69/169$ .

6. Тип — проверка ответов.

Радиосигналы по одному от каждой из двух станций поступают на видео экран в любой промежуток времени длительностью  $L$ . На экране появляется отметка, если разность между моментами поступления будет меньше  $l$ . Вычислить вероятность  $P(A(L, l))$  появления отметки, где 1)  $L = 11, l = 1$ ; 2)  $L = 22, l = 2$ ; 3)  $L = 13, l = 3$ .

Ответ для задачи 1):  $P(A(11, 1)) = 21/121$ ;

ответ для задачи 2):  $P(A(22, 2)) = 21/121$ ;

ответ для задачи 3):  $P(A(13, 3)) = 69/169$ .

7. Тип — проверка ответов.

На окружности радиуса  $r$  наугад выбрано две точки. Вычислить вероятность  $P(A(r))$  того, что расстояние между ними превысит величины  $\sqrt{3}r$ , где 1)  $r = 1$ ; 2)  $r = 2$ ; 3)  $r = 3$ .

Ответ для задачи 1):  $P(A(1)) = 1/3$ ;

ответ для задачи 2):  $P(A(2)) = 1/3$ ;

ответ для задачи 3):  $P(A(3)) = 1/3$ .

## Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

| Оценка     | Критерии оценивания                        |
|------------|--|
| зачтено    | как минимум 80% правильных ответов в тесте |
| не зачтено | менее 80% правильных ответов в тесте       |

### 5.1.9 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

#### Задание 1.

Два судна должны подойти к одному и тому же причалу. Их появления суть независимые случайные события, равновозможные в течение суток. Найти вероятность того, что одному из судов придется ждать освобождения причала, если время стоянки первого судна равно одному часу, а второго равно двум часам.

#### Задание 2.

По крейсеру выпустили независимо три торпеды, и он затонул. Вероятность попадания каждой из них равна 0,2. При попадании одной торпеды вероятность гибели крейсера равна 0,1; при двух — 0,3, а при трех — 0,7. Определить наиболее вероятное число

попаданий.

Задание 3.

События  $A_1, A_2, \dots, A_n$  независимы в совокупности и вероятность  $P(A_k) = p_k$ . Найти вероятности следующих событий: 1) не произойдет ни одного из событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ; 2) произойдет хотя бы одно из событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ; 3) произойдет одно и только одно из событий  $A_1, A_2, \dots, A_n$ .

#### 5.1.10 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:

Задание 1.

В урне находятся черные и белые шарики. Если из урны последовательно и без возвращения наудачу извлекается два шарика, то вероятность того, что они оба будут белыми, оказывается равна  $1/2$ . Каково минимально возможное число шариков в урне?

Задание 2.

Двое по очереди бросают игральную кость. Выигрывает тот, у кого первым выпадет цифра 6. Какова вероятность того, что игра закончится до пятого бросания?

Задание 3.

В урне находится 4 белых и 6 черных шаров. Вынимают последовательно (без возврата) три шара. Какова вероятность того, что третий шар будет белым?

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

| Оценка              | Критерии оценивания   |
|---------------------|---|
| превосходно         | Студент получил верный ответ во всех заданиях. При этом студент продемонстрировал знание дополнительного материала. |
| отлично             | Студент получил верный ответ во всех заданиях.  |
| очень хорошо        | Студент получил верный ответ в большинстве заданий.   |
| хорошо              | Студент решил большую часть задач с незначительными недочетами.   |
| удовлетворительно   | Студент решил большую часть задач с существенными недочетами.   |
| неудовлетворительно | Студент допускает грубые ошибки в решении стандартных задач.  |
| плохо               | Отсутствие знаний материала, отсутствует способность решения стандартных задач.                                     |

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | плохо   | неудовлетворительно  | удовлетворительно  | хорошо  | очень хорошо  | отлично  | превосходно  |
|--|---|--|--|---|---|--|--|
|  | не зачтено  |  | зачтено  |   |   |  |  |
| <u>Знания</u>  | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки                          | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок   | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок                               | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.   | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.   |
| <u>Умения</u>  | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа              | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u>  | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа                | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки  | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами                                     | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами  | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов  | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов   | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач  |

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка | Уровень подготовки |
|--------|--------------------|
|--------|--------------------|

|                   |                            |  |
|-------------------|----------------------------|--|
|                   |                            |  |
| <b>зачтено</b>    | <b>превосходно</b>         | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
|                   | <b>отлично</b>             | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».  |
|                   | <b>очень хорошо</b>        | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»  |
|                   | <b>хорошо</b>              | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».   |
|                   | <b>удовлетворительно</b>   | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»                                     |
| <b>не зачтено</b> | <b>неудовлетворительно</b> | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».   |
|                   | <b>плохо</b>               | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»  |

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

##### Задание 1.

Имеется три одинаковых шара, и они произвольно распределяются по трём одинаковым ящикам. Чем объяснить потребность в задании множества  $S$  условий проведения этого эксперимента и множества  $\dot{A}$  всех его исходов (размещений шаров по ящикам)?

- Так как множество  $S$  этого эксперимента является неопределяемым основным интуитивным понятием в теории вероятностных моделей.
- Так как задание множества  $\dot{A}$  всех исходов этого эксперимента позволяет провести этот эксперимент.
- Так как задание множеств  $S$  и  $\dot{A}$  позволяет провести этот эксперимент любое конечное число раз и построить в дальнейшем его теоретико-множественную модель.

##### Задание 2.

Какие из приведенных примеров будут случайными и статистически устойчивыми экспериментами?

- В чайнике нагревается один литр воды при естественных условиях до ста градусов по шкале Цельсия и наблюдается состояние воды.

- Имеется три разных шара, и они произвольно распределяются по трём разным урнам. Наблюдается размещение шаров в урнах.
- Наблюдаются высоты при свободном падении с некоторой башни тел, одинаковых по форме, размеру и различных по массе.
- Непреднамеренно выбирается группа людей из пятидесяти человек, которые проживают в России. При этом интересуются только числом курящих людей.

### Задание 3.

Эксперимент  $E$  заключается в непреднамеренном подбрасывании с помощью некоторого механизма на поверхность стола двух различных монет. Определите утверждение, которое не является аксиомой выбора элементарных исходов для этого эксперимента.

- При проведении эксперимента обязательно наступает один из элементарных исходов.
- Ни один элементарный исход не выражается через остальные.
- Если происходит некоторый элементарный исход, то все остальные элементарные исходы наступать в этом испытании не могут.
- По наблюдаемому элементарному исходу можно определить наступление или ненаступление любого допустимого исхода  $A$ .

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-3

#### Задание 1.

Опыт  $E$  заключается в непреднамеренном подбрасывании на поверхность стола двух неразличимых монет. Определите утверждения, которые являются аксиомами выбора элементарных исходов для этого опыта.

- При проведении эксперимента всегда наступает один из элементарных исходов.
- Каждый элементарный исход имеет единственное описание.
- Если происходит некоторый элементарный исход, то все остальные элементарные исходы наступать в этом испытании не могут.
- По наблюдаемому элементарному исходу можно определить наступление или ненаступление любого допустимого исхода  $A$ .

#### Задание 2.

Непреднамеренно подбрасывается симметричная монета до первого выпадения орла. При  $i = 1, 2, \dots$  обозначим через  $A_{\Phi i}$  элементарный исход, когда в этом эксперименте проведено  $i$  бросков, и через  $A_{\Phi}$  элементарный исход, когда в этом эксперименте выпадают только решетки. Из списка определить множество  $\dot{A}_{\Phi}$ , которое не является регулярным.

- Пусть  $\{A_{\Phi 1}, A_{\Phi 2}\}$ .
- Пусть  $\{A_{\Phi 1}, A_{\Phi 2}, \dots, A_{\Phi 100}\}$ .

- Пусть  $\{A\phi_1, A\phi_2, \dots\}$ .
- Пусть  $\{A\phi, A\phi_1, A\phi_2, \dots\}$ .

### Задание 3.

Наудачу выбирается группа из 100 человек. Интересуемся только числом курящих людей. Элементарное событие  $\{w_i\}$  означает выбор ровно  $i = 0, 1, \dots, 100$  курящих людей. Определить множества  $\dot{A}, \dot{A}\phi, W$  и привести примеры элементарных случайных событий, случайных событий, достоверного случайного события и невозможного случайного события.

- Пусть  $\dot{A} = \{\{w_0\}, \{w_{100}\}\}$ .
- Пусть  $\dot{A}\phi = \{\{w_0\}, \{w_1\}, \dots, \{w_{100}\}\}$ .
- Пусть  $W = \{\{w_0\}, \{w_1\}, \dots, \{w_{100}\}\}$ .
- Пусть  $W = \{w_0, w_1, \dots, w_{100}\}$ .
- Пусть  $\dot{A} = \{A: A \cap \{w_0, w_1, \dots, w_{100}\}\}$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

| Оценка     | Критерии оценивания  |
|------------|--|
| зачтено    | Студент ответил на большую часть вопросов возможно с незначительными недочетами.             |
| не зачтено | При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и решении стандартных задач. |

### 5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задача 1.

Пусть  $A$  и  $B$  случайные события. Определить такое событие  $H$ , для которого имеет место равенство  $(H \cup A) \cup \overline{H \cup A} = B$ .

- Событие  $H = A$ .
- Событие  $H = B$ .
- Событие  $H = \overline{B}$ .

Задача 2.

Опыт состоит в бросании трёх различных монет. Пусть события  $C_1, C_2$  и  $C_3$  означают выпадение герба на первой, второй и третьей монетах соответственно. Пусть событие  $A$  означает выпадение одного герба и двух цифр, а событие  $B$  есть выпадение не более одного герба. Указать равенства, которые определяют событиями  $A$  и  $B$  через  $C_1, C_2, C_3$ .

- Событие  $A = (C_1 \cap \overline{C_2} \cap \overline{C_3}) \cup (\overline{C_1} \cap C_2 \cap \overline{C_3}) \cup (\overline{C_1} \cap \overline{C_2} \cap C_3)$ .
- Событие  $A$  имеет вид  $(C_1 \cap \overline{C_2} \cap \overline{C_3}) \cup (\overline{C_1} \cap C_2 \cap \overline{C_3}) \cup (\overline{C_1} \cap \overline{C_2} \cap C_3)$ .
- Событие  $B$  имеет вид

- Событие  $B$  имеет вид

$$(C_1 \cap \bar{C}_2 \cap \bar{C}_3) \cup (\bar{C}_1 \cap C_2 \cap \bar{C}_3) \cup (\bar{C}_1 \cap \bar{C}_2 \cap C_3) \cup (\bar{C}_1 \cap \bar{C}_2 \cap \bar{C}_3).$$

- Событие  $B$  имеет вид

$$(C_1 \cap \bar{C}_2 \cap \bar{C}_3) \cup (\bar{C}_1 \cap C_2 \cap \bar{C}_3) \cup (\bar{C}_1 \cap \bar{C}_2 \cap C_3) \cup (C_1 \cap C_2 \cap C_3).$$

Задача 3.

Пусть  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$  и  $A = \{\omega_1, \omega_2\}$  и  $B = \{\omega_2, \omega_3\}$ . Определить  $\sigma$ -алгебру, порожденную только событиями  $A$  и  $B$ .

- Искомая  $\sigma$ -алгебра имеет вид  $\mathcal{S} = \{A, \bar{A}, \Omega, \emptyset\}$ .
- Искомая  $\sigma$ -алгебра имеет вид  $\mathcal{S} = \{A, B, \bar{A}, \bar{B}, A \cup B, \bar{A} \cup \bar{B}, \overline{A \cup B}, A \cap B\}$ .
- Искомая  $\sigma$ -алгебра имеет вид  $\mathcal{S} = \{\Omega, \emptyset\}$ .

### 5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-3



#### Задача 1.

На поверхность стола наудачу подбрасывается монета с номером один и монета с номером два. На одной стороне каждой монеты изображён герб (Г), а на другой — решётка (Р). Наблюдается сторона каждой из подброшенных монет. Определите из предложенных вариантов теоретико-множественную модель  $(\Omega, \mathcal{F})$  для этого эксперимента.

- Искомая модель имеет вид  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ ,  $\mathcal{F} = \{\{\omega_1, \omega_2\}, \emptyset\}$ , где событие  $\{\omega_1\}$  означает появление двух гербов и событие  $\{\omega_2\}$  означает появление не более одного герба.
- Искомая модель имеет вид  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ ,  $\mathcal{F} = \{\{\omega_1\}, \{\omega_2\}, \{\omega_1, \omega_2\}, \emptyset\}$ , где событие  $\{\omega_1\}$  означает появление двух гербов и событие  $\{\omega_2\}$  означает появление не более одного герба.
- Искомая модель имеет вид  $\Omega = \{(P, P), (P, \Gamma), (\Gamma, P), (\Gamma, \Gamma)\}$ ,  $\mathcal{F} = \{A: A \subset \Omega\}$ , где событие  $\{(P, P)\}$  означает появление решётки на первой монете и на второй монете, событие  $\{(P, \Gamma)\}$  означает появление решётки на первой монете и герба на второй монете. Аналогичный смысл имеют события  $\{(\Gamma, P)\}$ ,  $\{(\Gamma, \Gamma)\}$ .

#### Задача 2.

Имеется три одинаковых шара и они распределяются по трём разным ящикам  $Y_1$ ,  $Y_2$  и  $Y_3$ . Наблюдается размещение шаров в ящиках. Найти описание такого случайного события  $A$  этого эксперимента, когда в каждом ящике будет не более двух шаров.

- Искомое описание имеет вид  $A = \{(1, 1, 1), (2, 1, 0)\}$ , где множество  $\{1, 1, 1\}$  есть описание такого исхода эксперимента, когда каждый из ящиков содержит по одному шару и множество  $\{2, 1, 0\}$  есть описание такого исхода эксперимента, когда все шарики попали в два ящика.
- Искомое описание имеет вид  $A = \{(1, 1, 1), (2, 1, 0), (2, 0, 1), (1, 2, 0), (1, 0, 2), (0, 2, 1), (0, 1, 2)\}$ , где вектор  $(x_1, x_2, x_3)$  есть описание такого исхода эксперимента, когда число шаров в ящике  $Y_i$  будет  $x_i$  при каждом  $i = 1, 2, 3$ .

- Искомое описание события есть  $A = \{(1, 1, 1), (2, 1, 0), (1, 2, 0), (0, 2, 1)\}$ , где  $(x_1, x_2, x_3)$  является описанием такого исхода эксперимента, когда число шаров в ящике  $Y_i$  будет  $x_i$  при каждом  $i = 1, 2, 3$ .

#### Задача 7.

Наудачу выбирается группа из 20 человек, и интересуются числом курящих. Определить теоретико-множественную модель для этого эксперимента и математическое описание такого случайного события  $A$ , когда большинство людей выборки будут курящими.

- Теоретико-множественную модель имеет вид  $(\Omega, \mathcal{F})$ , где  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{20}\}$ ,  $\mathcal{F} = \{A: A \subset \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{20}\}, A = \{\omega_{11}, \omega_{12}, \dots, \omega_{20}\}\}$  и символ  $\omega_i$  означает, что в отобранной группе будет ровно  $i = 1, \dots, 20$  курящих.
- Теоретико-множественную модель имеет вид  $(\Omega, \mathcal{F})$ , где  $\Omega = \{\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{20}\}$ ,  $\mathcal{F} = \{\{\omega_{11}, \dots, \omega_{20}\}, \{\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{10}, \Omega, \emptyset\}, A = \{\omega_{11}, \omega_{12}, \dots, \omega_{20}\}\}$  и символ  $\omega_i$  означает, что в отобранной группе будет ровно  $i = 0, 1, \dots, 20$  курящих.
- Теоретико-множественную модель имеет вид  $(\Omega, \mathcal{F})$ , где множество  $\Omega = \{\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{20}\}$ ,  $\mathcal{F} = \{A: A \subset \{\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{20}\}, A = \{\omega_{11}, \omega_{12}, \dots, \omega_{20}\}\}$  и символ  $\omega_i$  означает, что в отобранной группе будет ровно  $i = 0, 1, \dots, 20$  курящих.

#### Задача 8.

На отрезке  $[0, 2]$  оси  $Ox$  выбирается наудачу точка. Определить для этого эксперимента адекватные теоретико-множественные модели  $(\Omega, \mathcal{F})$ .

- Теоретико-множественную модель имеет вид  $(\Omega, \mathcal{F})$ , где множество  $\Omega = [0, 2] = \{\omega = x: 0 \leq x \leq 2\}$ ,  $\mathcal{F} = \{A: A \subset [0, 2], \text{длина множества } A \text{ существует}\}$  и символ  $\omega = x$  есть абсцисса выбранной точки.

## Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

| Оценка  | Критерии оценивания  |
|---------|--|
| зачтено | Студент ответил на большую часть вопросов возможно с незначительными недочетами. |

| Оценка     | Критерии оценивания  |
|------------|--|
|            |  |
| не зачтено | При ответе студент допускает грубые ошибки в основном материале и решении стандартных задач. |

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### Основная литература:

1. Федоткин Михаил Андреевич. Лекции по анализу случайных явлений : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям ВПО 010400 "Приклад. математика и информатика" и 010300 "Фундам. информатика и информ. технологии" / ННГУ. - М. : Физматлит, 2016. - 464 с. - ISBN 978-5-9221-1679-4 : 599.50., 250 экз.
2. Федоткин Михаил Андреевич. Модели в теории вероятностей : учебник. - М. : Физматлит : ННГУ, 2012. - 608 с. - (Библиотека Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского). - ISBN 978-5-9221-1384-7 : 600.00., 200 экз.
3. Федоткин Михаил Андреевич. Основы прикладной теории вероятностей и статистики : учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика". - М. : Высшая школа, 2006. - 368 с. : ил. - ISBN 5-06-005328-8 : 215.60., 183 экз.
4. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций : учеб. пособие / под общ. ред. А. А. Свешникова. - 2-е изд., доп. - М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1970. - 656 с. - 60.00., 97 экз.

### Дополнительная литература:

1. Гнеденко Борис Владимирович. Курс теории вероятностей : [учеб. для мех.-мат. специальностей ун-тов]. - 6-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1988. - 466, [1] с. : ил. - ISBN 5-02-013761-8 (в пер.) : 1.20., 483 экз.
2. Вентцель Елена Сергеевна. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. - М. : Наука, 1988. - 480 с. : ил. - (Физико-математическая библиотека инженера). - ISBN 5-02-013748-0 (в пер.) : 1.80., 25 экз.
3. Феллер Вильям. Введение в теорию вероятностей и ее приложения : в 2 т. Т. 1 / пер. с пересмотр. 3-го англ. изд. Ю. В. Прохорова ; предисл. А. Н. Колмогорова. - М. : Мир, 1984. - 527 с. : ил. - 2.60., 14 экз.
4. Феллер Вильям. Введение в теорию вероятностей и ее приложения : в 2 т. Т. 2 / пер. со 2-го англ. изд. Ю. В. Прохорова. - М. : Мир, 1984. - 751 с. : граф. - 3.50., 15 экз.
5. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций : учеб. пособие / под общ. ред. А. А. Свешникова. - Изд. 3-е, перераб. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2007. - 448 с. : ил. - (Лучшие классические учебники. Математика) (Классические задачки и практикумы) (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0708-8 : 271.92., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

- 1) интернет - ресурсы электронного портала Института ИТММ;
- 2) пакет программ «МОНТЕ» специализированное учебно-методическое программное обеспечение, разработанное на кафедре прикладной теории вероятностей и предназначенное для имитационного моделирования случайных статистически устойчивых экспериментов;
- 3) общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru>.
- 4) <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=248>

#### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Используемое программное обеспечение:

1. Операционные системы семейства Microsoft Windows, – лицензия по подписке MicrosoftImagine;
2. Пакет программ «МОНТЕ» специализированное учебно-методическое программное обеспечение, разработанное на кафедре прикладной теории вероятностей с использованием среды разработки семейства Microsoft VisualStudio (лицензия по подписке MicrosoftImagine).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Федоткин Михаил Андреевич, доктор физико-математических наук, профессор.

Заведующий кафедрой: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.