

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

---

Институт информационных технологий, математики и механики  
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол  
№13 от 30.11.2022 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Избранные главы геометрии и  
алгебры**

---

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

**бакалавриат**

---

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

**09.03.03 «Прикладная информатика»**

---

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

**Прикладная информатика в области обработки данных**

---

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

**Очно-заочная**

---

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижний Новгород

2023

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.3 Избранные главы геометрии и алгебры относится к части ООП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции и (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-10.</b> Способен осуществлять локальную модернизацию системы, адаптировать бизнес-процессы организации к возможностям ИС (ИИС)	<b>ПК-10.1.</b> Демонстрирует знание методологических основ документирования бизнес-процессов.	Знать основные понятия и утверждения аналитической геометрии 1) понятие геометрического вектора ; 2) операции с геометрическими векторами; 3) понятия коллинеарных и компланарных векторов; 4) понятия базиса на плоскости и в пространстве; 5) понятие системы координат; 6) понятие скалярного произведения геометрических векторов; 7) понятие векторного произведения; 8) понятие смешанного произведения; 9) геометрический смысл определителей 2-го и 3-го порядков; 10) способы задания прямых и плоскостей; 11) геометрический смысл коэффициентов в общем уравнении плоскости; 12) геометрический смысл линейного неравенства; 13) варианты взаимного расположения двух прямых в пространстве; 14) понятие кривой и поверхности 2-го порядка; 15) понятие аффинного преобразования; 16) понятие ортогонального преобразования (изометрии); 17) аффинная классификация кривых на плоскости; 18) аффинная классификация поверхностей в пространстве; 19) понятие центра кривой и поверхности; 20) центральные и нецентральные кривые и поверхности 2-го порядка; 21) геометрические определения эллипса, гиперболы и параболы; 22) аффинные инварианты; 23) ортогональная классификация кривых и поверхностей 2-го порядка; ортогональные инварианты.	Собеседование

	<b>ПК-10.2.</b> Демонстрирует умение организовать и поддерживать репозиторий ИС, хранящий информацию о сопровождении и системы в процессе ее жизненного цикла.	Уметь решать математические задачи и проблемы, аналогичные ранее изученным. 1) Находить площадь треугольника; 2) Находить объем параллелепипеда; 3) выполнять операции с геометрическими векторами; 4) находить скалярное, векторное и смешанное произведения векторов; 5) находить взаимное расположение прямых и плоскостей; 6) находить проекции точки на прямую и плоскость; 7) находить расстояния от точки до прямой и плоскости; 8) находить углы между прямыми и между прямой и плоскостью; 9) находить общий перпендикуляр к двум прямым; приводить кривую и поверхность 2-го порядка к каноническому виду аффинным и ортогональным преобразованием; 10) выяснить взаимное расположение прямой и поверхности 2-го порядка; 11) вычислять аффинные и ортогональные инварианты кривых и поверхностей 2-го порядка.	Задачи Контрольная работа Собеседование
	<b>ПК-10.3.</b> Имеет практический опыт документирования бизнес-процессов и адаптации их к возможностям конкретной ИС.	Владеть различными методами и алгоритмами аналитической геометрии (методы решения различных метрических задач аналитической геометрии, алгоритмы приведения кривых и поверхностей 2-го порядка к каноническому виду аффинным и ортогональным преобразованием).	Задачи Собеседование

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очно-заочная форма обучения
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>6 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>216</b>
<b>в том числе</b>	
аудиторные занятия (контактная работа): 2 сем	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	3
самостоятельная работа	129
Промежуточная аттестация – экзамен	36
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>6 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>216</b>

<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа): 3 сем</b>	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	3
<b>самостоятельная работа</b>	129
<b>Промежуточная аттестация – экзамен</b>	36

### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
<b>Линейные преобразования</b> векторного пространства, действия с ними, их матрицы, изменение матрицы линейного преобразования при изменении базиса, подобие матриц. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и числа. Характеристический многочлен линейного преобразования. Выражение его коэффициентов через элементы матрицы. Теорема о существовании собственного вектора над полем комплексных чисел и ее вещественный аналог. Диагонализуемые преобразования.	73	0	8	0	8	65
<b>Евклидово (унитарное) пространство.</b> Неравенство Коши–Буняковского–Шварца. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов. Запись скалярного произведения через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. Изоморфизм унитарных пространств. Нахождение псевдорешения несовместных систем линейных уравнений (метод наименьших квадратов). Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара.	72	0	8	0	8	64
Текущий контроль (КСР)	3					
Промежуточная аттестация – экзамен	36					
<b>Квадратичные формы</b> и их матрицы. Изменение матрицы квадратичной функции при изменении базиса. Теорема Лагранжа и Якоби о приведении квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Критерий Сильвестра положительной определенности, связь со скалярным произведением.	73	0	8	0	8	65

<b>Линейные преобразования евклидовых и унитарных пространств.</b> Связь линейных преобразований и билинейных функций в унитарном пространстве. Сопряженное преобразование, свойства операции сопряжения. Нормальное преобразование унитарного пространства, существование у него базиса из собственных векторов. Теорема о нормальном преобразовании евклидова пространства. Унитарные и ортогональные преобразования. Сопряженные и симметричные преобразования. Приведение квадратичной формы к главным осям.	72	0	8	0	8	64
Текущий контроль (КСР)	2					
Промежуточная аттестация – экзамен	36					

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет, экзамен)

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа проходит в форме контрольных задач.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные

	наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	умения. Имели место грубые ошибки.	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код компетенции
1. Евклидово пространство. Следствия из аксиом.	ПК-10

2. Матрица Грама. Выражение скалярного произведения векторов через координаты векторов.	
3. Ортогональные и ортонормированные системы.	
4. Неравенство Коши–Буняковского–Шварца.	
5. Неравенство треугольника. Теорема Пифагора.	
6. Линейная независимость ортогональной системы ненулевых векторов.	
7. Запись скалярного произведения через координаты в произвольном, ортогональном и ортонормированном базисах.	
8. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта.	
9. Нормальное решение системы линейных уравнений.	
10. Псевдорешения систем линейных уравнений.	
11. Метод наименьших квадратов.	
12. Ортогональное дополнение к множеству векторов евклидова пространства.	
13. Разложение пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.	
14. Объем системы векторов. Геометрический смысл определителя. Неравенство Адамара.	
15. Теорема о длине перпендикуляра.	
16. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Изменение матрицы квадратичной формы при линейной замене переменных.	
17. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому и нормальному видам	
18. Теорема инерции квадратичных форм.	
19. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичных форм.	
20. Нормальные, ортогональные и симметричные преобразования. Критерий нормального преобразования.	
21. Теорема о существовании ортонормированного базиса из собственных векторов у симметричной матрицы	
22. Теорема о приведении квадратичной формы к главным осям.	

### 5.2.2. Типовые задачи для оценивания ПК-10

1. Квадратичную форму  $x^2 - 2y^2 + z^2 + 2xy + 4xz + 2yz$  привести к каноническому виду матричным методом, методом Лагранжа выделения полных квадратов и с помощью теоремы Якоби.

2. Квадратичную форму  $3x^2 + 4xy + 3y^2$  привести к главным осям.

1. Применяя процесс ортогонализации Грама–Шмидта, найти ортогональный базис в

линейной оболочке системы векторов  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ .

2. Найти проекцию и перпендикуляр вектора  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  на линейную оболочку векторов  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

3. Найти псевдорешения системы  $\begin{cases} 2a + 3b - c = 2, \\ -a + 2b - 3c = 0, \\ -3a - b - 2c = -1. \end{cases}$

### 5.2.3. Типовая контрольная работа для оценивания ПК-10

В пространстве  $R^3$  задано линейное преобразование  $\varphi(x) = \begin{pmatrix} 2x_1 - x_2 + x_3 \\ x_1 + 3x_3 \\ 4x_1 + x_2 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу

этого преобразования в стандартном базисе и базисе  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ .

2. Линейное преобразование задано своей матрицей  $\begin{pmatrix} 6 & 12 & 2 \\ -2 & -4 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

Найти все собственные числа. Для каждого из них указать его алгебраическую и геометрическую кратности.

Выяснить, диагонализируемо ли преобразование

а) в вещественном пространстве; б) в комплексном пространстве.

Если да, то записать матрицу перехода к базису из собственных векторов и матрицу преобразования в этом базисе.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) *основная литература:*

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. - М.: Физматлит, 2009. – 312 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2109> - Загл. с экрана.

2. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. – СПб.: Лань, 2013. - 432 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/30198> — Загл. с экрана.

3. Беклемишева Л. А., Беклемишев Д.В., Петрович А. Ю., Чубаров И. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. – СПб.: Лань, 2016. - 496 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/72575> - Загл. с экрана.

б) *дополнительная литература:*

1. Икрамов, Х.Д. Задачник по линейной алгебре. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2006. — 320 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/165> — Загл. с экрана.  
2. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2010. — 480 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/529> — Загл. с экрана.

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа (практических занятий), проведения лабораторных работ, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет». Учебная и научная



литература, учебно-методические материалы, представленные в библиотечном фонде, в электронных библиотеках и на кафедре.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ с учетом рекомендаций и ОПОП ВО по направлению (профилю) **09.03.03 Прикладная информатика**

Автор \_\_\_\_\_ Сидоров С.В.

Рецензент \_\_\_\_\_ профессор Федосенко Ю.С.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ М.Х.Прилуцкий

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

30.11.2022 года, протокол № 3