### МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

# Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

### Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО решением Ученого совета ННГУ протокол от «30» ноября 2022 г. № 13

### Рабочая программа дисциплины

Метод конечных элементов

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования специалитет

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы Фундаментальная механика и приложения

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения очная

(очная / очно-заочная / заочная)

### 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений

<b>№</b> вари анта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД		
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	01.05.01 Фундаментальные математика и механика, формируемой участниками образовательных		
		отношений.		

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые	Планируемые результат (модулю), в соответствии комп	Наименование	
компетенции (код, содержание компетенции)	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	оценочного средства
ПК-12. Владение навыками применения математически сложных алгоритмов в современных специализированных программных комплексах,	ПК-12.1. Знает теоретические основы фундаментальных компьютерных наук.  ПК-12.2. Умеет ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики.	Знать вариационные постановки статических и динамических задач механики деформируемого твердого тела и смежных дисциплин и алгоритмы их решения методом конечных элементов. Уметь ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики; осуществлять анализ и выбор формулировок и методов решения статических и динамических задач механики деформируемого твердого тела и смежных дисциплин.	Собеседование
реализации в них собственных методов, моделей и алгоритмов	ПК-12.3. Имеет практический опыт использования математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах, включая реализацию в них собственных методов и моделей	Владеть опытом решения задач механики деформируемого твердого тела и смежных дисциплин методом конечных элементов с использованием математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах, включая реализацию в них собственных методов и моделей.	

### 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	<u>5</u> 3.e.
Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	32
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	46
Промежуточная аттестация - экзамен	36

### 3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения						
Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В ТОМ ЧИСЛЕ  Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них  ЗЛеТ <sup>2</sup> ЗСеТ <sup>3</sup> ЗЛаТ <sup>4</sup> Всего				
Основы МКЭ. Постановка задачи теории упругости и теплопроводности. Вариационная постановка. МКЭ как вариант метода Ритца. Простейшие задачи.	18	4	4	4	12	6
Обобщенные вариационные формулировки	5	2			2	3
Простейшие аппроксимации в конечных элементах	18	4	4	4	12	6
Семейства конечных элементов различной мерности	18	4	4	4	12	6
Криволинейные элементы. Изопараметрическая технология	22	4	6	6	16	6
Точность, устойчивость, сходимость метода конечных элементов. Проблемы сдвигового и объемного запирания	18	4	4	4	12	6
Вычислительные вопросы МКЭ	18	4	4	4	12	6
МКЭ для задач устойчивости и динамики конструкций	24	6	6	6	18	7
	142	32	32	32	96	46

<sup>1</sup> Самостоятельная работа обучающегося.

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий (семинарских занятий, лабораторные работы) в форме практической подготовки отводится 64 часа.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП: решения задач механики деформируемого твердого тела и смежных дисциплин методом конечных элементов с

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Занятия лекционного типа.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Занятия семинарского типа.

<sup>4</sup> Занятия лабораторного типа.

использованием математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах.

- компетенций – ПК-12.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского и лабораторного типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (экзамен).

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное решение задач (3 задачи в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

**Фонд оценочных средств включает** контрольные материалы для проведения текущего контроля в расчетно-графических работ, собеседования и промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к экзамену.

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения				
сформированности		компетенций)				
компетенций		<u>Знания</u>	<u>Умения</u>	<u>Навыки</u>		
плохо	не зачтено	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа		
неудовлетворительно	<b>Е ЭН</b>	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.		
удовлетворительно		Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами		
хорошо	зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.		
очень хорошо		Уровень знаний в объеме,	Продемонстрированы все основные умения.	Продемонстрированы базовые навыки при		

Шкала оценивания сформированности	Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)			
компетенций	Знания	<u>Умения</u>	<u>Навыки</u>	
	соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полномобъеме без недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач	

Шкала оценки при промежуточной аттестации

	шкала оценки при промежуточной аттестации					
	Оценка	Уровень подготовки				
	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»				
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»				
зачтено	очень хорошо  Все компетенции (части компетенций), на формирование котор направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «оч хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»					
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»				
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»				
зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»				
Неза	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»				

### 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы

5.2.1. Контрольные вопросы	
Вопросы	Код
	формируемой

	компетенции
1. Основная идея МКЭ.	ПК-12
2. Метод Ритца на кусочно-гладких базисных функциях	ПК-12
3. Общая схема МКЭ.	ПК-12
4. Локальная и глобальная системы координат. Преобразование матрицы жесткости и вектора узловых сил КЭ при переходе к новой системе координат.	ПК-12
5. Локальная и глобальная нумерация неизвестных. Составление глобальной матрицы жесткости системы. Полуширина ленты СЛАУ. Рациональная и нерациональная нумерация узлов.	ПК-12
6. Учет граничных условий	ПК-12
7. Учет граничных условий в системе координат, не совпадающей с глобальной.	ПК-12
8. Вычисление внутренних усилий в элементах фермы.	ПК-12
9. Особенности расчета пространственных ферм.	ПК-12
10. Дифференциальная и вариационная постановки задачи плоской задачи теории упругости.	ПК-12
11. Треугольный элемент с линейными функциями формы.	ПК-12
12. Четырехугольный элемент с билинейными функциями формы.	ПК-12
13. Анализ аппроксимаций перемещений. Ложный сдвиг. Моментная схема конечных элементов.	ПК-12
14. Гибридная формулировка, основанная на предположении о законе изменения напряжений.	ПК-12
15. Прямоугольные КЭ. Сирендипово семейство функций формы.	ПК-12
16. Прямоугольные КЭ. Лагранжево семейство функций формы.	ПК-12
17. Семейство треугольных элементов. Естественные координаты.	ПК-12
18. Криволинейные конечные элементы. Аппроксимация геометрии КЭ. Суб-, изо- и суперпараметрические КЭ.	ПК-12
19. Технология построения матрицы жесткости изопараметрических КЭ. Численное интегрирования. Квадратурные формулы Гаусса. Выбор необходимого порядка точности интегрирования.	ПК-12
20. КЭ для решения задач изгиба пластин. Проблема совместности.	ПК-12
21. Четырех и треугольные КЭ для пластин по модели Кирхгофа.	ПК-12
22. Расчет пространственных и оболочечных систем. Конечные элементы стержней и пластин по модели Рейснера-Тимошенко. Требование СО непрерывности базисных функций.	ПК-12

23. Изопараметрические элементы для расчета пластин и оболочек.	ПК-12
24. Понятие и определение точности, сходимости и устойчивости	ПК-12
численного метода.	
25. Ошибки, возникающие при применении МКЭ. Анализ ошибок вычислений. Число обусловленности матриц СЛАУ. Зависимость числа	ПК-12
обусловленности от различных факторов.	
26. Совместные элементы. Критерий полноты.	ПК-12
27. Несовместные элементы. Кусочный тест Айронса.	ПК-12
28. Анализ сходимости решений для различных типов конечных элементов.	ПК-12

### 5.2.2. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-12

- 1. Записать принцип Лагранжа для случая плоской теории упругости
- **2.** Сформулировать критерий полноты. Показать эквивалентность альтернативных формулировок в виде одного и двух утверждений

### 5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ПК-12

- 1. Характеризовать методы решения систем линейных уравнений в программном комплексе ANSYS
- 2. Записать основной алгоритм МКЭ

#### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) основная литература:

- 1. Капустин С.А. Метод взвешенных невязок решения задач механики деформируемых тел и теплопроводности: учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2010. 60 с. (<a href="http://www.unn.ru/pages/e-library/methodmaterial/files/19.pdf">http://www.unn.ru/pages/e-library/methodmaterial/files/19.pdf</a>).
- 2. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. М.: Мир, 1984. 428 с. 3экз. https://dwg.ru/dnl/3236
- 3. Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летальных аппаратов. М.: ВШ, 1985. . 391 с. 3экз. <a href="http://bookfi.net/book/543719">http://bookfi.net/book/543719</a>

#### б) дополнительная литература:

- 1. Деклу Ж. Метод конечных элементов, перев. с фр. М.: Мир, 1976. 96 с. (<a href="http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Deklu1976ru.djvu">http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Deklu1976ru.djvu</a>).
- 2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике, перев с англ. М.: Мир, 1975. 543 с. (<a href="http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zenkevich1975ru.djvu">http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zenkevich1975ru.djvu</a>).
- 3. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов, перев. с англ. М.: Мир, 1977. 351 с. (<a href="http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/StrengFiks1977ru.djvu">http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/StrengFiks1977ru.djvu</a>).
- 4. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. . 392 с. 5экз.
- 5. Норри Дж., Де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов. М.-: Мир, 1981. 304 с. 5экз
- 6. Рикардс Р.Б. Метод конечных элементов в теории пластин и оболочек. Рига.: Зинатне, 1988. (1 экз.)
- 7. Голованов А.И., Корнишин М.С. Введение в метод конечных элементов статики тонких оболочек. Казань, 1989, 269 с. 1экз..
- 8. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир, 1987. 542 с.. 4экз..

### в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

(в соответствии с содержанием дисциплины)

- 1. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm
- 2. ANSYS Help версии 15, 16, 17
- 3. <a href="http://www.emt.ru">http://www.emt.ru</a>
- 4. <a href="http://www.fea.ru/">http://www.fea.ru/</a>
- 5. <a href="http://www.cae.ru/">http://www.cae.ru/</a>
- 6. <a href="http://mysopromat.ru/cgi-bin/yabb2/YaBB.pl?catselect=feaprogramms">http://mysopromat.ru/cgi-bin/yabb2/YaBB.pl?catselect=feaprogramms</a>

### 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран). Компьютерные классы 2 и 6 корпусов ННГУ, лицензионные программы ANSYS Academic Teaching Advanced (25 Tasks) – 2 лицензии.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.05.01 Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы) к.т.н., доцент Леонтьев Н.В

Заведующий кафедрой теоретической, компьютерной и

экспериментальной механики д.ф.-м.н., профессор Игумнов Л.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.