

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины
Дифференциальная геометрия и топология

Уровень высшего образования
Бакалавриат

Направление подготовки / специальность
15.03.03 - Прикладная механика

Направленность образовательной программы
Инженерное приложение суперкомпьютерного моделирования

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.25 Дифференциальная геометрия и топология относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;	ОПК-1.1: Демонстрирует знание основ проведения работ с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности ОПК-1.2: Демонстрирует умение применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности ОПК-1.3: Владеет методикой проведения работ с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знать основы проведения работ с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности ОПК-1.2: Уметь применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности ОПК-1.3: Владеть навыками и методами проведения работ с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности.	Собеседование Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы Задачи
ОПК-6: Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на	ОПК-6.1: Демонстрирует знание методов решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе	ОПК-6.1: Знать методы решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе	Собеседование Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы Задачи

основе информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий;	информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий ОПК-6.2: Умеет осуществлять решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий ОПК-6.3: Владеет методикой решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий	информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий. ОПК-6.2: Уметь решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий ОПК-6.3: Владеть методикой решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно- коммуникационных технологий.		
---	--	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	4
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
самостоятельная работа	42
Промежуточная аттестация	36
	Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Теория гладких кривых	34	8	10	18	16
Теория гладких поверхностей	54	18	16	34	20
Введение в топологию	18	6	6	12	6
Аттестация	36				
КСР	2				2
Итого	144	32	32	66	42

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Теория гладких кривых. Вектор-функции одной переменной. Регулярные и гладкие кривые. Длина дуги. Теорема о натуральной параметризации. Кривизна и кручение, формулы и базис Френе. Вычисление кривизны и кручения для произвольной параметризации. Геометрический смысл кручения. Натуральные уравнения. Определение кривой по натуральным уравнениям..
2. Теория гладких поверхностей. Вектор-функции от двух переменных. Гладкие поверхности. Касательная плоскость. Нормаль. Первая квадратичная форма поверхности. Вторая квадратичная форма. Теорема Менье. Формула Эйлера. Главные кривизны и главные направления, полная и средняя кривизны, вычислительные формулы. Классификация точек поверхности по знаку полной кривизны. Асимптотические линии и линии кривизны. Деривационные формулы Гаусса и Вейнгартена, символы Кристоффеля. Геодезическая кривизна кривой. Геодезические линии на поверхности, их уравнения. Ковариантное дифференцирование.
3. Введение в топологию. Метрические и топологические пространства. Индуцированная топология. Базы, критерии базы. Классификация точек относительно подмножества. Непрерывные отображения.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа, решение задач по списку, представленному

преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),

- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Определение регулярной кривой. Касательная прямая и нормальная плоскость
2. Кривизна и кручение кривой.
3. Определение регулярной поверхности. Касательные векторы и касательная плоскость.
4. Главные кривизны и главные направления поверхности.
5. Полная (гауссова) и средняя кривизны поверхности.
6. Топологическое пространство. Метрическая топология
7. Внутренность, граница, замыкание подмножества

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-6:

1. Алгоритм построения базиса Френе
2. Формулы Френе.
3. Вычисление кривизны кривой в произвольной параметризации
4. Вычисление кручения кривой в произвольной параметризации
5. Натуральные уравнения кривой
6. Определение гладкой поверхности.
7. Вычисление угла между кривыми на поверхности.
8. Формула Эйлера.
9. Главные кривизны и главные направления поверхности.
10. Вычисление символов Кристоффеля через первую квадратичную форму.

11. Теорема Гаусса.

12. Геодезические линии и их уравнения.

13. Критерий базы в топологическом пространстве

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя.

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Задание 1. Для кривой $(a \cos t, a \sin t, bt)$ найти касательную в точке $t = 0$.

Задание 2. Для кривой $(3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$ найти нормальную плоскость в точке $t = 1$.

Задание 3. Найти касательную плоскость к поверхности $(v \cos u, v \sin u, u)$ в точке $(u = \pi, v = 1)$.

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-6:

Задание 1. Найти кручение кривой $(v \cos u, v \sin u, u)$.

Задание 2. Найти кривизну кривой $(3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$ в точке $t = 1$.

Задание 3. Найти среднюю кривизну поверхности $(v \cos u, v \sin u, u)$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок

Оценка	Критерии оценивания
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

	ответа		и недочетами	недочетами		недочетов	
--	--------	--	-----------------	------------	--	-----------	--

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Определение регулярной кривой. Касательная прямая и нормальная плоскость
2. Кривизна и кручение гладкой кривой.
3. Определение регулярной поверхности. Касательные векторы и касательная плоскость.
4. Главные кривизны и главные направления поверхности.
5. Полная (гауссова) и средняя кривизны поверхности.
6. Топологическое пространство. Метрическая топология
7. Внутренность, граница, замыкание подмножества

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-6

1. Длина дуги регулярной кривой, натуральная параметризация
2. Формулы Френе.
3. Формулы для вычисления кривизны и кручения.
4. Первая квадратичная форма поверхности.

5. Формулы для вычисления длин и углов на поверхности.
6. Вторая квадратичная форма поверхности.
7. Нормальная кривизна кривой на поверхности. Теорема Менье.
8. Формула Эйлера
9. Формулы Гаусса и Вейнгартена.
10. Формулы для вычисления символов Кристоффеля.
11. Геодезические линии поверхности и их уравнения.
12. Ковариантная производная векторного поля.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Дана поверхность $\vec{r} = (3u + 3v, 3u^2 + 3v^2, 2u^3 + 2v^3)$. Какой из следующих векторов $(-2uv, u + v, -1)$, $(4uv, u + v, -1)$ коллинеарен нормали к поверхности.

2. Для поверхности $\vec{r} = (u \cos v, u \sin v, 3u)$, $u > 0$ найти 1-ую квадратичную форму.

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-6

3. Найти асимптотические линии на поверхности $\vec{r} = (3u + 3v, 3u^2 + 3v^2, 2u^3 + 2v^3)$.

4. Для поверхности $\vec{r} = (u \cos v, u \sin v, k \ln u)$, $k = \text{const} \neq 0$ найти 2-ую квадратичную форму.

5. Дана поверхность $\vec{r}(u, v) = (k(u + v), b(u - v), uv)$, $k = \text{const} \neq 0$, $b = \text{const} \neq 0$. Найти полную кривизну поверхности в точке $M(u = 0, v = 0)$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Мищенко Александр Сергеевич. Курс дифференциальной геометрии и топологии : [для мех.-мат. специальностей ун-тов]. - М. : Изд-во МГУ, 1980. - 439 с. : ил. - 1.30., 92 экз.

2. Мищенко Александр Сергеевич. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии : [для мех.-мат. специальностей ун-тов]. - М. : Изд-во МГУ, 1981. - 183 с. - 0.55., 55 экз.

3. Постников Михаил Михайлович. Лекции по геометрии. Семестр 4. Дифференциальная геометрия : [учеб. пособие для вузов по специальности "Математика"]. - М. : Наука, 1988. - 496 с. - ISBN 5-02-013741-1 (в пер.) : 1.20., 153 экз.
4. Александрян Рафаэль Арамович. Общая топология : [учеб. пособие для мат. специальностей вузов]. - М. : Высшая школа, 1979. - 336 с. : ил. - 1.20., 28 экз.

Дополнительная литература:

1. Дубровин Борис Анатольевич. Современная геометрия : методы и прил. : [учеб. пособие для физ.-мат. специальностей ун-тов]. - 2-е изд., перераб. - М. : Наука, 1986. - 759 с. : ил. - 1.90., 3 экз.
2. Гудков Д. А. Начала топологии : метод. разработка. Ч. 1 / ГГУ им. Н. И. Лобачевского, Мех.-мат. фак., Каф. геометрии и высш. алгебры. - Горький : [б. и.], 1981. - 28 с. - б/ц., 16 экз.
3. Гудков Д. А. Начала топологии : метод. разработка. Ч. 2 / ГГУ им. Н. И. Лобачевского, Мех.-мат. фак., Каф. геометрии и высш. алгебры. - Горький : [б. и.], 1982. - 32 с. - б/ц., 20 экз.
4. Гудков Д. А. Начала топологии : метод. разработка. Ч. 3 / ГГУ им. Н. И. Лобачевского, Мех.-мат. фак., Каф. геометрии и высш. алгебры. - Горький : [б. и.], 1982. - 32 с. - б/ц., 19 экз.
5. Гудков Д. А. Начала топологии : метод. разработка. Ч. 4 / ГГУ им. Н. И. Лобачевского, Мех.-мат. фак., Каф. геометрии и высш. алгебры. - Горький : [б. и.], 1982. - 28 с. - б/ц., 20 экз.
6. Гудков Д. А. Начала топологии : метод. разработка. Ч. 5 / ГГУ им. Н. И. Лобачевского, Мех.-мат. фак., Каф. геометрии и высш. алгебры. - Горький : [б. и.], 1983. - 36 с. - б/ц., 19 экз.
7. Гудков Д. А. Начала топологии : метод. разработка. Ч. 6 / ГГУ им. Н. И. Лобачевского, Мех.-мат. фак., Каф. геометрии и высш. алгебры. - Горький : [б. и.], 1983. - 36 с. - б/ц., 20 экз.
8. Введение в топологию : [учеб. пособие для вузов по специальности "Математика"]. - 2-е изд., доп. - М. : Наука : Физматлит, 1995. - 414, [1] с. : ил. - 20000.00., 1 экз.
9. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ : сб. задач : [учеб. пособие для ун-тов]. - 2-е изд., перераб. и доп. - Киев : Вища школа, 1989. - 397, [1] с. : ил. - ISBN 5-11-001416-7 (в пер.) : 0.95., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 15.03.03 - Прикладная механика.

Автор(ы): Баландин Александр Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.