

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
от 30.11.2022 г. протокол № 13

Рабочая программа дисциплины

Современные методы математической физики

Уровень высшего образования
магистратура

Направление подготовки
01.04.03 Механика и математическое моделирование

Направленность образовательной программы
Информационное и программное обеспечение. Инженерия

Квалификация (степень)
магистр

Форма обучения
очная

Нижегород

2023

1. Место и цели дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина <i>Б1.О.05, Современные методы математической физики</i> относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.04.03 Механика и математическое моделирование.

2. Планируемые результаты обучения соотношенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине	
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы её совершенствования на основе самооценки	УК-6.1. Знать принципы планирования и определения приоритетов собственной деятельности. УК-6.2. Уметь реализовывать приоритеты собственной деятельности на основе планирования. УК-6.3. Владеть способами совершенствования собственной деятельности на основе самооценки.	Знает методы анализа и синтеза, принципы абстрактного мышления для исследования неклассических задач математической физики	Задача (практическое задание)
ОПК-1 Способен находить, формулировать и решать актуальные проблемы механики и математики	ОПК-1.1. Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук.	Знает основные классы дифференциальных уравнений в частных производных, используемых в естественных науках, классические математические модели, применяемые в естественных науках	Задача (практическое задание)
	ОПК-1.3. Имеет практический опыт постановки и решения актуальных задач математики и механики.	Владеет опытом создания новых математических моделей, опытом исследования этих моделей	Задача (практическое задание), контрольная работа

<p>ОПК-2 Способен разрабатывать и применять новые методы математического моделирования в научно-исследовательской и опытно-конструкторской деятельности</p>	<p>ОПК-2.3. Имеет практический опыт разработки новых методов математического моделирования для решения задач профессиональной и научной деятельности</p>	<p>Владеет опытом разработки новых математических моделей, опытом исследования корректности этих моделей, методами математического моделирования</p>	<p>Задача (практическое задание), контрольная работа</p>
<p>ПК-1. Владеет методами математического и экспериментального исследования при анализе проблем механики на основе знаний фундаментальных физико-математических и компьютерных наук и навыками проблемно-задачной формы представления научных знаний</p>	<p>ПК-1.1. Знает теоретические основы фундаментальных методов исследования проблем механики. ПК-1.2. Умеет самостоятельно применять полученные знания для анализа объекта исследования, определения целей и задач исследования, а также выбора корректного метода исследования научной проблемы. ПК-1.3. Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области механики, а именно решения научных задач в соответствии с поставленной целью и выбранной методикой.</p>	<p>Знает теоретические основы фундаментальных методов исследования проблем механики.</p> <p>Умеет самостоятельно применять полученные знания для анализа объекта исследования.</p> <p>Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области механики</p>	

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе	
контактная работа:	65
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	43
Промежуточная аттестация – зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины, форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего, час.	В том числе				Самостоятельная работа, час.
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы, из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1. Уравнения математической физики	9	2	2		4	2
2. Пробные и обобщённые функции	10	2	2		4	4
3. Дифференцирование обобщённых функций	9	2	2		4	2
4. Прямое произведение и свёртка обобщённых функций	10	2	2		4	4
5. Обобщённые функции медленного роста	9	2	2		4	2
6. Преобразование Фурье обобщённых функций медленного роста	10	2	2		4	4
7. Обобщённые решения линейных дифференциальных уравнений	9	2	2		4	4
8. Элементы общей теории линейных дифференциальных уравнений (L_2 -теория)	10	2	2		4	4
9. Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений дивергентного вида	9	2	2		4	2
10. Задачи на собственные значения и собственные функции для основных краевых задач для эллиптических уравнений дивергентного вида	9	2	2		4	2
11. Гладкость обобщённых решений	8	2	2		4	4
12. Классические решения уравнений Лапласа и Пуассона	9	2	2		4	2
13. Обобщённые решения смешанных задач для волнового уравнения	13	4	4		8	2
14. Обобщённые решения смешанных задач для параболических уравнений.	9	2	2		4	2
15. Смешанные задачи для системы уравнений Максвелла.	9	2	2		4	3
Текущий контроль	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
Итого	108	32	32		65	43

Практические занятия (семинарские занятия) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

На проведение практических занятий (семинарских занятий /лабораторных работ) в форме практической подготовки отводится 32 часа.

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- практических навыков в соответствии с профилем ОП: теоретические, численные и экспериментальные исследования явлений и процессов различной природы методами математического, компьютерного и экспериментального моделирования.
- компетенций - УК-6, ОПК-1, ОПК-2, ПК-1.

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

3.3. Темы, изучаемые на занятиях лекционного и семинарского типа

1. Уравнения математической физики. Уравнение колебаний, уравнения диффузии и теплопроводности (стационарные и нестационарные). Системы уравнений Максвелла в различных приближениях (электростатика, магнитостатика, квазистационарные электрические и магнитные приближения, полная нестационарная система).
2. Пробные и обобщённые функции. Полнота пространства обобщённых функций. Регулярные и сингулярные обобщённые функции. Линейная замена в обобщённых функциях.
3. Дифференцирование обобщённых функций. Свойства обобщённых производных. Первообразная обобщённой функции.
4. Прямое произведение и свёртка обобщённых функций. Свойства прямого произведения. Свойства свёртки. Регуляризация обобщённых функций.
5. Обобщённые функции медленного роста. Обобщённые функции с точечными носителями.
6. Преобразование Фурье обобщённых функций медленного роста. Свойства преобразования Фурье.
7. Обобщённые решения линейных дифференциальных уравнений. Фундаментальные решения. Фундаментальные решения оператора теплопроводности, волнового оператора, оператора Лапласа, Гельмгольца. Фундаментальное решение оператора переноса.
8. Элементы общей теории линейных дифференциальных уравнений (L2-теория). Теорема существования решения произвольного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Корректные задачи.
9. Обобщённые решения краевых задач для эллиптических уравнений дивергентного вида. Предварительные сведения из теории гильбертовых пространств. Пространства Соболева. Теорема о полноте пространств Соболева. Следы функций. Обобщённые формулировки основных краевых задач и вариационные принципы.
10. Задачи на собственные значения и собственные функции для основных краевых задач для эллиптических уравнений дивергентного вида. Свойства разрешающего оператора вспомогательной задачи (ограниченность, самосопряжённость, вполне непрерывность). Применение теоремы Гильберта-Шмидта к задачам на собственные значения и собственные функции.
11. Гладкость обобщённых решений. Классические решения.
12. Классические решения уравнений Лапласа и Пуассона. Гармонические функции.
13. Обобщённые решения смешанных задач для волнового уравнения. Обобщённая формулировка смешанных задач для гиперболических уравнений. Теоремы о существовании и единственности обобщённого решения смешанных задач.
14. Обобщённые решения смешанных задач для параболических уравнений. Обобщённые формулировки задач и теоремы о существовании и единственности решения. Метод Галёркина.
15. Смешанные задачи для системы уравнений Максвелла. Формулировка основных задач для нестационарной системы уравнений Максвелла и для системы уравнений Максвелла в квазистационарных и стационарных приближениях. Пространства вектор-функций. Энергетические неравенства и теоремы о существовании и единственности решений основных краевых задач для системы уравнений Максвелла в стационарном приближении.
16. Краевые и смешанные задачи для стационарной и нестационарной задачи Стокса. Теоремы существования и единственности обобщённого решения. Метод Галёркина.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа является важной частью учебного процесса. Цель самостоятельной работы – формирование способностей и навыков к самообразованию и профессиональному совершенствованию. Она вырабатывает у студента культуру умственного труда, воспитывает целеустремленность, систематичность и последовательность в работе, развивает исследовательские способности.

4.1. Виды самостоятельной работы

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы:

- работа над основной и дополнительной литературой;
- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- выполнение домашних практических заданий (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (зачет).

4.2. Задания для самостоятельной работы

1. Уравнения механики сплошных сред (уравнения газодинамики и задача Стокса, уравнения теории упругости).
2. Линейная замена в обобщённых функциях.
3. Дифференцирование обобщённых функций. Первообразная обобщённой функции.
4. Регуляризация обобщённых функций.
5. Прямое произведение и свёртка обобщённых функций медленного роста.
6. Преобразование Фурье обобщённых функций медленного роста.
7. Задача Коши для уравнения теплопроводности и волнового уравнения.
8. Элементы общей теории линейных дифференциальных уравнений (L2-теория). Теорема существования решения произвольного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Корректные задачи.
9. Теоремы о существовании и единственности решений основных краевых задач. Свойства разрешающих операторов.
10. Свойства разрешающего оператора вспомогательной задачи. Гладкость обобщённых собственных функций.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Индикаторы компетенции	Оценка сформированности компетенций						
	не зачтено		зачтено				
Знания	отсутствие знаний материала	наличие грубых ошибок в основном материале	знание основного материала с рядом негрубых ошибок	знание основного материала с рядом заметных погрешностей	знание основного материала с незначительными погрешностями	знание основного материала без ошибок и погрешностей	знание основного и дополнительного материала без ошибок
Умения	полное отсутствие умений	недостаточно умений	умение использовать отдельные приемы при наличии су-	умение использовать отдельные приемы при наличии незначитель-	умение использовать отдельные приемы	умение использовать приемы	умение использовать приемы и способность принимать

			щественных ошибок	ных ошибок			решение на этой основе
Навыки	полное отсутствие навыков	отсутствие навыков	наличие минимальных навыков	посредственное владение навыками	достаточное владение навыками	хорошее владение навыками	всестороннее владение навыками

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций, и контроля сформированности компетенций

5.2.1. Примеры задач (практических заданий) для текущего контроля

1. Доказать существование и единственность обобщённого решения первой краевой задачи для уравнения упругости в случае постоянных сред.	УК-6
2. Доказать неравенство Фридрихса для случая $\Omega = (a, b) \subset R^1$.	ОПК-1
3. Установить, что смешанная обобщённая производная не зависит от порядка дифференцирования.	ОПК-2

5.2.2. Примеры вопросов, выносимых на зачет

1. Лебеговы пространства L_p и их свойства.	УК-6
2. Полнота пространства W_2 .	ОПК-2
3. Дифференцирование обобщенных функций	ОПК-1

5.2.3. Примеры задач (практических заданий), выносимых на зачет

1. Доказать существование и единственность обобщённого решения первой краевой задачи для уравнения упругости в случае постоянных сред.	УК-6, ПК-1
2. Доказать, что если $\Omega \subset R^n$ – ограниченная область с регулярной границей, то для любой функции $u \in L_2(\Omega)$ найдется такая постоянная C_u , что $\ u - C_u\ _{2,\Omega} \leq C_u(\Omega) \ \text{grad } u\ _{2,\Omega}$.	ОПК-1
3. Показать, что если в области Ω функция $u(\vec{x})$ имеет обобщённую производную $\partial_\alpha u$, то и в любой подобласти $\Omega' \subset \Omega$ функция $u(\vec{x})$ имеет обобщённую производную $\partial_\alpha u$.	ОПК-2

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Основная литература

1. Берс Л., Джон Ф., Шехтер М. Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1966 (djvu) .
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/pde.htm>
2. Мизохата С. Теория уравнений с частными производными. М.: Мир, 1977 (djvu) .
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/pde.htm>
3. Калинин А.В., Тюхтина А.А. Введение в современные методы математической физики: Эл. учебное пособие. ННГУ. 2014. 120 с. (<http://www.unn.ru/books/resources> .html, Рег. № 864.14.06)
4. Жидков А.А., Калинин А.В., Тюхтина А.А. Математические основы современной теории краевых задач для уравнений с частными производными. Эл. уч.-мет. пособие. ННГУ. 2012. 82 с. (<http://www.unn.ru/books/resources>. html, Рег. № 488.12.06)

6.2. Дополнительная литература

5. Калинин А.В., Дерендяев Н.В. Проекционный метод Фурье. Эл. уч.-мет. пособие. ННГУ. 2012. 75 с. (<http://www.unn.ru/books/resources> html, Рег. № 523.12.08)
6. Михлин С.Г. Линейные уравнения в частных производных. – М.: Высшая школа, 1977. – 431 с. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/pde.htm>
7. Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа (2-е изд.). М.: Наука, 1973 (djvu) .
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/pde.htm>
8. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1976 (djvu) . <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/pde.htm>

6.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. Фонд образовательных электрон. ресурсов ННГУ <http://www.unn.ru/books/resources>
2. Библиотека Eqworld (<http://eqworld.ipmnet.ru/>)

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению 01.04.03 Механика и математическое моделирование.

Автор А.В. Калинин

Заведующий кафедрой, профессор А.В.Калинин

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30.11.2022 года, протокол № 3.