

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Дифференциальные уравнения

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

01.03.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы

Прикладная математика и информатика (общий профиль)

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.10 Дифференциальные уравнения относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации УК-1.2: Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3: Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов	УК-1.1: Знает: – методы, основанные на сборе, анализе и интерпретации научных данных; – основные принципы, факты, понятия, аналитические и численные методы, изучаемые в дисциплине:  УК-1.2: Умеет: – интерпретировать новую информацию в предметной области; – строить простейшие математические модели и исследовать их; – доказывать ранее изученные в рамках дисциплины математические утверждения; – решать математические задачи ДУ –линейные первого порядка, Бернулли, Рикатти, однородные, в полных дифференциалах, линейные ДУ n-го порядка и линейные системы. А также ДУ, которые, требуют некоторой оригинальности мышления  УК-1.3: Владеет: – терминологией предметной	Кolloквиум Тест	Экзамен: Контрольные вопросы Задачи  Зачёт: Контрольные вопросы

		<p>области;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– принципами построения и выбора эффективных методов решения и интерпретации результатов;</li> <li>– навыками поиска информации в рамках предметной области в сети Интернет и других источниках;</li> <li>– навыками использования универсальных математических пакетов для выполнения для исследования динамических моделей;</li> <li>– навыками интерпретации результатов численного исследования динамических систем и дифференциальных уравнений;</li> <li>– навыками математического моделирования для несложных динамических систем.</li> </ul>		
<p>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1: Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК-1.2: Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p> <p>ОПК-1.3: Имеет практический опыт применения фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1:</p> <p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные факты из математического анализа, геометрии и алгебры и других дисциплин, на которые опирается изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения»</li> </ul> <p>ОПК-1.2:</p> <p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять базовые знания естественных наук, математики и информатики</li> <li>– решать основные типы дифференциальных уравнений</li> </ul> <p>ОПК-1.3:</p> <p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– математическим мышлением, математической культурой ;</li> </ul> <p>способностью уточнить, переспросить, задать вопрос на тему предметной области; основными приемами проведения математических</p>	<p>Контрольная работа</p>	<p>Зачёт:</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Экзамен:</p> <p>Задачи</p>

		доказательств		
--	--	---------------	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>7</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>252</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>64</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>96</b>
- КСР	<b>3</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>53</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен, Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора торные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Тема 1. Введение: примеры и задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (ДУ)	6	2	2	4	2
Тема 2. ДУ первого порядка, интегрируемые в квадратурах	34	10	16	26	8
Тема 3. ДУ первого порядка, не разрешенные относительно производной	12	4	4	8	4
Тема 4 Математические модели детерминированных явлений.	18	4	10	14	4
Тема 5. Линейные ДУ n-го порядка	14	6	4	10	4
Тема 6. Линейные ДУ n-го порядка с постоянными коэффициентами	23	6	12	18	5
Тема 7. Системы линейных ДУ первого порядка	23	8	10	18	5
Тема 8. Линейные системы ДУ с постоянными коэффициентами	23	8	10	18	5
Тема 9. Существование и единственность решений	13	4	4	8	5
Тема 10. Автономные системы.	24	6	14	20	4
Тема 11. Устойчивость по Ляпунову	17	4	8	12	5
Тема 12. Первые интегралы	6	2	2	4	2

Аттестация	36				
КСР	3			3	
Итого	252	64	96	163	53

### Содержание разделов и тем дисциплины

3 семестр

Тема 1. Введение: примеры и задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (ДУ)

Тема 2. ДУ первого порядка, интегрируемые в квадратурах

Тема 3. ДУ первого порядка, не разрешенные относительно производной

Тема 4 Математические модели детерминированных явлений.

Тема 5. Линейные ДУ n-го порядка

Тема 6. Линейные ДУ n-го порядка с постоянными коэффициентами

4 семестр

Тема 7. Системы линейных ДУ первого порядка

Тема 8. Линейные системы ДУ с постоянными коэффициентами

Тема 9. Существование и единственность решений

Тема 10. Автономные системы.

Тема 11. Устойчивость по Ляпунову

Тема 12. Первые интегралы

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Дифференциальные уравнения, <https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=28>.

Иные учебно-методические материалы:

Виды самостоятельной работы студентов:

- проработка теоретического материала лекционных занятий;
- подготовка домашних заданий к научно-практическим занятиям;
- подготовка к выполнению письменных контрольных работ;
- подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета или экзамена

Выполняется самостоятельно с использованием лекционных материалов и материалов, разобранных в литературе (список обязательной и дополнительной литературы приводится).

Контроль выполняется также в виде коллоквиума, который проводится в начале 3-го семестра.

Коллоквиум проводится по теоретическому материалу. Ставится оценка по пятибальной системе, которая потом учитывается на экзамене.

Домашние задания выдаются по имеющемуся задачнику (указан в списке литературы), который включает краткий теоретический материал и примеры решения задач из каждого раздела.

Проверка выполнения домашних заданий проводится в начале каждого практического занятия.

Используется две формы контроля: – выборочная проверка выполнения заданий у двух-трех человек из группы; – проверка в форме коллективного обсуждения у доски результатов выполнения отдельных заданий одним или двумя студентами.

К лабораторному практикуму готовится теоретический материал по следующим темам:

Лабораторная работа 1. Математические модели динамических систем в форме обыкновенных дифференциальных уравнений.

Лабораторная работа 2. Численное решение задачи Коши как процесс математического моделирования.

Лабораторная работа 3. Линейный динамический демпфер.

Лабораторная работа 4. Параметрический резонанс.

Проверка уровня подготовки проводится в начале каждого лабораторного занятия.

Используется две формы контроля: – выборочная проверка выполнения заданий у двух-трех человек из группы; – проверка в форме коллективного обсуждения у доски результатов выполнения отдельных заданий одним или двумя студентами

В течение учебного семестра проводится 4 аудиторные (две в 3-ем и две в 4-ом семестре) и две домашние (одна в третьем и одна в четвертом семестре) контрольные работы по материалам всех разделов лекционного курса.

Для подготовки к контрольным работам рекомендуется повторно прочитать теоретические разделы в задачнике, просмотреть полезные разделы в соответствующих источниках из списка рекомендованной литературы, а также самостоятельно решать несколько задач по теме контрольной работы из указанного задачника.

В качестве методических материалов при подготовке к экзамену рекомендуется использовать собственные конспекты лекций, а также источники, рекомендованные в списке литературы раздела 6.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

## **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Коллоквиум) для оценки сформированности компетенции УК-1:**

1. Определения, формулировки: ДУ (дифференциальное уравнение) первого порядка: определение общего решения, частного решения, неявного решения (общий интеграл). Геометрия решений - изоклины.

Задача Коши. Формулировка теоремы существования.

2. Линейные ДУ первого порядка. Свойства решений однородного уравнения.

3. Линейные ДУ первого порядка. Решение неоднородного ДУ методом вариации произвольной постоянной. Свойства решений неоднородного ДУ

4.Метод Коши решения линейного ДУ первого порядка.

5.Уравнение в полных дифференциалах.

Вопросы для оценки компетенции «ОПК-1»:

1. Линейные ДУ  $n$ -го порядка. Линейный дифференциальный оператор порядка  $n$ . Линейно-зависимые и линейно – независимые функции.

2. Необходимое условие линейной зависимости функций.

3. Свойство решений линейного однородного ДУ

4. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (форм.)

5.\* Теорема об определителе Вронского для линейного однородного ДУ (альтернатива)

6. Формула Лиувилля – Остроградского.

7. Пространство решений линейного однородного ДУ. Теорема о существовании  $n$  линейно независимых решений. ФСР.

8. Теорема (утверждение) о существовании линейного однородного ДУ  $n$ -го порядка с данной ФСР

9. Неоднородное линейное ДУ  $n$ -го порядка. Теорема об общем решении.

10. Метод вариации произвольных постоянных.

11. Линейные однородные ДУ  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай простых корней характеристического уравнения.

12. Линейные ДУ  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Случай кратных корней характеристического уравнения.

13. Линейные однородные ДУ  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Вещественные решения вещественного уравнения. Лемма о ФСР.

14. Линейные неоднородные ДУ  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Правая часть – квазиполином. Теорема о частном решении.

15. Резонансные явления при действии внешней периодической силы.

16.\* Уравнение Эйлера.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Коллоквиум)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.

### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1:

#### Вопрос 1

**Тип вопроса** - классификация

**Формулировка вопроса:**

Задано обыкновенное дифференциальное уравнение:  $x(y^2 - 1)dx + y(x^2 - 1)dy = 0$ .

Для каждого из описанных ниже множеств точек определить, чем оно является для данного дифференциального уравнения, указав справа от множества номер одного из трех вариантов: 1. «ветвь изоклины горизонтального наклона»; 2. «ветвь изоклины вертикального наклона»; 3. «не является ветвью изоклины».

**Множество 1:**  $x = 0, \quad y \neq 0$

**Множество 2:**  $x = 1, \quad y \neq \pm 1$

**Множество 3:**  $x = -1, \quad y \neq \pm 1$

**Множество 4:**  $y = 0, \quad x \neq 0$

**Множество 5:**  $y = 1, \quad x \neq \pm 1$

**Множество 6:**  $y = -1, \quad x \neq \pm 1$

## Вопрос 2

**Тип** – множественный выбор

**Формулировка вопроса:**

Указать линейные **однородные** дифференциальные уравнения первого порядка, имеющие частное решение  $y = \sin x$ .

**Варианты ответов:**

- $y' = y \cdot \operatorname{tg} x$
- $y' = y \cdot \operatorname{ctg} x$  (+)
- $y' = y \cdot \cos^2 x$
- $y' + y^2 = \cos x + \sin^2 x$

## <sup>1</sup> Вопрос 3

**Тип вопроса:** множественный выбор

**Формулировка вопроса:**

Указать уравнения с разделяющимися переменными.

**Варианты ответов:**

- $y' = y \ln x$  (+)
- $y' = \frac{xy}{x+y}$
- $e^y(1+x^2)dy - 2x(1+e^y)dx = 0$  .(+)
- $(y+y^2-x^2y-x^2y^2)dx + (x^3y-8y-x^3+8)dy = 0$  (+)

## Вопрос 4

**Тип вопроса:** множественный выбор

**Формулировка вопроса:**

Какие из линий, определяемых приведенными функциями, являются главными изоклинами

интегральных кривых уравнения  $y' = \frac{x-3}{y^2(2x-1)}$

**Варианты ответов:**

- $y = 0$  (+)
- $y = 3x + 4$
- $x = 3$  (+)
- $x = 10$

### Вопрос 5

**Тип вопроса:** одиночный выбор

**Формулировка вопроса:**

Указать, какая из приведенных функций является решением задачи Коши для дифференциального уравнения:  $y' = 3x^2$ ,  $y(0) = 1$ .

**Варианты ответов:**

- $y = x^3$ .
- $y = x^3 + 1$ . (+)
- $y = x^3 - 1$ .
- $y = 3x^3 + 1$
- Нет правильного ответа

### Вопрос 6

**Тип вопроса:** одиночный выбор

**Формулировка вопроса:**

Какое уравнение описывает процесс радиоактивного распада, если  $x(t)$  – количество радиоактивного вещества, которое имеется в рассматриваемый момент времени  $t$ .

**Варианты ответов:**

- $\frac{dx}{dt} = \lambda x$ ,  $\lambda > 0$
- $\frac{dx}{dt} = -\lambda x$ ,  $\lambda > 0$  (+)
- $\frac{dx}{dt} = \lambda x^2$ ,  $\lambda > 0$
- $\frac{dx}{dt} = -\lambda x^2$ ,  $\lambda > 0$

### Вопрос 7

**Тип вопроса:** одиночный выбор

**Формулировка вопроса:**

Выбрать формулу, которая задает общее решение линейного однородного ДУ с постоянными коэффициентами  $y'' - 3y' + 2y = 0$ .

**Варианты ответов:**

- $y = C \cdot e^{2x}$
- $y = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot e^{2x}$  (+)
- $y = C \cdot \ln x$
- $y = C_1 \cdot e^{2x} + C_2 \cdot e^{-x}$

### Вопрос 8

**Тип вопроса:** множественный выбор

**Формулировка вопроса:**

В каком из перечисленных классов функций содержится частное решение неоднородного линейного дифференциального уравнения  $y''' + y' = \cos 2x$ .

**Варианты ответов:**

- $y = C_1 \cdot \cos 2x$
- $y = C_1 \cdot \sin(2x) + C_2$  (+)
- $y = C_1 \cdot \cos x + C_2$
- $y = C_1 \cos(2x) + C_2 \sin(2x)$  (+)

### Вопрос 9

**Тип вопроса:** множественный выбор

**Формулировка вопроса:**

Заданы дифференциальные уравнения и дополнительные условия, которым должны удовлетворять решения. Какие из следующих задач являются задачей Коши для обыкновенного дифференциального уравнения?

**Варианты ответов:**

- $y' + xy = 2x, y(1) = 2$  (+)
- $y'' + y \cos x = x^2, y(1) = 2, y(3) = 0$
- $y'' + 3y' + \sqrt{x} = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$  (+)
- $y''' + y' = 0, y(2) = 3, y'(2) = 1$
- $y^{IV} + y'' + y' = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2, y''(0) = y'''(0) = 0$  (+)

### Вопрос 10

**Тип вопроса:** одиночный выбор

**Формулировка вопроса:** Выбрать формулу, которая задает общее решение линейного неоднородного ДУ с постоянными коэффициентами  $y'' - 3y' + 2y = 10 \sin x$ .

**Варианты ответов:**

- $y = C_1 \cdot e^{5x}$
- $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$
- $y = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot e^{2x} + \sin x + 3 \cdot \cos x$  (+)
- Нет правильного ответа

**Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Приведены правильные решения большинства задач без существенных ошибок.
не зачтено	Тесты не решены или в решении большинства допущены грубые ошибки.

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

#### Вариант 1

Задача 1. Представить картину поведения интегральных кривых уравнений:

$$a) y' = \frac{2y^2 - x^2}{xy}; \quad *б) y' = \frac{\sqrt{y}}{x};$$

Задача 2. Решить уравнения. С помощью изоклин построить интегральные кривые:

$$a) y' = \sin(y - x); \quad *б) \sqrt{1 - x^2} dy + \sqrt{1 - y^2} dx = 0; в) 2x\sqrt{1 - y^2} dx + y dy = 0; \quad *г) y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}; \quad y(1)$$

Задача 3. Решить уравнения:

$$a) (1 + e^{\frac{x}{y}}) dx + e^{\frac{x}{y}} (1 - \frac{x}{y}) dy = 0; \quad б) (2x - y + 1) dx + (2y - x - 1) dy = 0$$

$$в) y' = \frac{x - y + 1}{2x - 2y + 1};$$

\*Задача 4. Вычислите время падения мяча с высоты **16,3** м без начальной скорости с учетом сопротивления воздуха, пропорционального квадрату скорости. Найдите скорость в конце падения.

## Вариант 2

Задача 1. Представить картину поведения интегральных кривых уравнений:

а)  $y' = \frac{3x^2 - x}{y}$ ; б)  $y' = \frac{2\sqrt{y}}{3x^3}$ ;

Задача 2. Решить уравнения. С помощью изоклин построить интегральные кривые:

а)  $y' = \sin(y+x)$ ; б)  $(xy-x)dx + (xy+x-y-1)dy = 0$ ;

в)  $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ ; г)  $y' = \sqrt{4y^2-1}$ ;  $y(0) = \frac{1}{2}$ .

Задача 3. Решить уравнения:

а)  $y' = \sin \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$ ; б)  $(x-y)dx + (2y-x+1)dy = 0$ ;

в)  $(x+y)dx - (2x+2y-1)dy = 0$ ;

## Вариант 3

Задача 1. Напряжение и сопротивление цепи равномерно меняются в течение минуты соответственно от 0 до  $V$  и от 0 до  $R$ .

Самоиндукция  $L$  цепи постоянна. Начальная сила тока  $I_0$ . Найдите зависимость силы тока от времени в течение первой минуты опыта.

Задача 2. Естественный прирост населения большого города пропорционален наличному количеству жителей и промежутку времени.

Кроме того, население города увеличивается благодаря миграции; скорость прироста населения этим путем пропорциональна времени,

отсчитываемому от момента, когда население города равнялось  $A_0$ . Найдите зависимость числа жителей города от времени.

\*Задача 3. Капля воды, имеющая начальную массу  $M_0(\text{г})$  и равномерно испаряющаяся со скоростью  $m$  (г/сек), свободно падает в воздухе.

Сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости движения капли (коэффициент пропорциональности  $k$ ). Найдите зависимость

скорости от времени, если в начальный момент скорость равна 0.

\*Задача 4. Дно резервуара, вместимость которого 300 л, покрыто солью. Считая, что скорость растворения соли пропорциональна разности между

концентрацией в данный момент и концентрацией насыщенного раствора (1 кг соли на 3 л воды) и что данное количество чистой воды

растворяет 1/3 кг соли в одну минуту, найдите, сколько соли будет содержать раствор через 1 час.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
отлично	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.
очень хорошо	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.
хорошо	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.
удовлетворительно	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме
неудовлетворительно	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме
плохо	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место	Минимально допустимый уровень знаний.	Уровень знаний в объеме, соответствующем	Уровень знаний в объеме, соответствующем	Уровень знаний в объеме, соответствующем	Уровень знаний в объеме, превышающем программу

	оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	грубые ошибки	Допущено много негрубых ошибок	программе подготовки . Допущено несколько негрубых ошибок	программе подготовки . Допущено несколько несущественных ошибок	программе подготовки и. Ошибок нет.	подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами .	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».

	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»
--	-------	---

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Определения дифференциального уравнения (ДУ)  $n$ -го порядка, 1-го порядка, определение общего решения, частного решения, неявного решения (общий интеграл), особого решения. ДУ с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
2. Линейные ДУ первого порядка. Свойства решений однородного линейного ДУ. Решение неоднородного линейного ДУ методом Лагранжа - вариации произвольной постоянной. Свойства решений неоднородного линейного ДУ.
- 3.\*Метод Коши решения линейного ДУ первого порядка.
4. \*ДУ, не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра. Уравнения Клеро и Лагранжа. Особые решения и дискриминантная кривая
- 5.Линейный осциллятор. Модели. Вынужденные колебания гармонического и линейного осциллятора. Резонанс.
- 6.ДУ высших порядков. Определение частного решения, общего решения.  
  
Линейные ДУ  $n$ - го порядка. Линейные однородные ДУ. Свойства решений линейного однородного ДУ  $n$ - го порядка.
- 7.ДУ высших порядков. Определение частного решения, общего решения. Линейные ДУ  $n$ - го порядка. Линейные однородные ДУ. Свойства решений линейного однородного ДУ  $n$ - го порядка.
8. Фундаментальная система решений (ФСР) линейного однородного ДУ. Теорема существования ФСР. Построение общего решения линейного однородного ДУ по его ФСР . Теорема о связи линейного ДУ с его ФСР
- 9.Формула Остроградского – Лиувилля
- 10.Однородные линейные ДУ  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Отыскание общего решения в случае различных действительных и кратных корней характеристического уравнения, в случае комплексно-сопряженных корней.
- 11.Неоднородные линейные ДУ. Теорема о виде общего решения. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения – метод Лагранжа (вариации произвольной постоянной) и \*метод Коши.
- 12.Линейные ДУ  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. \*Уравнение Эйлера.

13. Системы линейных ДУ первого порядка. Система ДУ высших порядков. Каноническая система ДУ высших порядков

14. Лinéйные системы. Лinéйная зависимость и независимость вектор – функций. Определитель Вронского. Необходимое условие лinéйной зависимости вектор – функций. Необходимые и достаточные условия зависимости и независимости решений лinéйной системы.

15. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема о существовании ФСР для лinéйной однородной системы. Построение общего решения лinéйной однородной системы ДУ по ее ФСР.

16. Однородные лinéйные системы с постоянными коэффициентами. Построение ФСР и общего решения.

17. Неоднородные лinéйные системы. Методы нахождения частных решений лinéйных неоднородных систем: метод вариации произвольной постоянной

18. Задача Коши для ДУ первого порядка, разрешенных относительно производной. Достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши.

19. Постановка задачи Коши для ДУ  $n$  – го порядка. Теорема существования и единственности решения з. Коши.

20. Постановка задачи Коши для системы ДУ первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы ДУ

21. Динамические системы, связь между фазовыми траекториями и интегральными кривыми, автономные динамические системы, фазовая плоскость, интегральные многообразия.

22. Окрестности состояний равновесия автономных динамических систем двух уравнений первого порядка. Типы особых точек на фазовой плоскости, понятие о грубой системе, предельном цикле системы.

23. Устойчивость по Ляпунову. Функция Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости, асимптотической устойчивости, неустойчивости. Устойчивости по первому приближению, \*теорема Четаева о неустойчивости, примеры

24. Первые интегралы. Определения. Геометрия первого интеграла. Интегралы автономных систем.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена

Оценка	Критерии оценивания
	дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Определение ДУ 1-го порядка, определения общего решения, частного решения, неявного решения (общий интеграл), особого решения.
2. Задача Коши для уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной. Достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши.
3. Линейные ДУ первого порядка. Свойства решений однородного линейного ДУ. Решение неоднородного линейного ДУ методом Лагранжа - вариации произвольной постоянной/
- \*4. Метод Коши решения линейного ДУ первого порядка.
5. ДУ в полных дифференциалах. Необходимые и достаточные условия.
- \*6. ДУ Клеро и Лагранжа. Особые решения и дискриминантная кривая.
7. Линейные ДУ  $n$ -го порядка. Линейные однородные ДУ. Свойства решений линейного однородного ДУ  $n$ -го порядка.
8. Линейная зависимость и независимость  $n$  функций. Определитель Вронского.
9. Линейная зависимость и независимость  $n$  функций. Определитель Вронского.
10. Фундаментальная система решений (ФСР) линейного однородного ДУ  $n$ -го порядка. Теорема существования ФСР. Построение общего решения линейного однородного ДУ по его ФСР.
11. Фундаментальная система решений (ФСР) линейного однородного ДУ  $n$ -го порядка. Теорема существования ФСР. Построение общего решения линейного однородного ДУ по его ФСР.

12. Неоднородные линейные уравнения ДУ . Теорема о виде общего решения. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного ДУ – метод Лагранжа (вариации произвольной постоянной) и метод Коши

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Свободное владение основным материалом с незначительными погрешностями. Достаточное владение основным материалом с незначительными погрешностями. Владение основным материалом с заметными погрешностями. Знание важнейших определений и формулировок
не зачтено	Владение материалом недостаточно, необходима дополнительная подготовка. Отсутствие владения материалом.

### 5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции УК-1

Задача 1. Напряжение и сопротивление цепи равномерно меняются в течение минуты соответственно от 0 до  $V$  и от 0 до  $R$ . Самоиндукция  $L$

цепи постоянна. Начальная сила тока  $I_0$ . Найдите зависимость силы тока от времени в течение первой минуты опыта.

Задача 2. Естественный прирост населения большого города пропорционален наличному количеству жителей и промежутку времени. Кроме того,

население города увеличивается благодаря миграции; скорость прироста населения этим путем пропорциональна времени, отсчитываемому

от момента, когда население города равнялось  $A_0$ . Найдите зависимость числа жителей города от времени.

\*Задача 3. Капля воды, имеющая начальную массу  $M_0(z)$  и равномерно испаряющаяся со скоростью  $m$  (г/сек), свободно падает в воздухе.

Сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости движения капли (коэффициент пропорциональности  $k$ ). Найдите зависимость

скорости от времени, если в начальный момент скорость равна 0.

\*Задача 4. Дно резервуара, вместимость которого 300 л, покрыто солью. Считая, что скорость растворения соли пропорциональна разности между

концентрацией в данный момент и концентрацией насыщенного раствора (1 кг соли на 3 л воды) и что данное количество чистой воды растворяет

1/3 кг соли в одну минуту, найдите, сколько соли будет содержать раствор через 1 час.

\*Задача 5. Некоторые бактерии размножаются пропорционально их количеству, но в то же время вырабатывают яд, истребляющий их

пропорционально количеству яда и количеству бактерий. Найти количество бактерий в зависимости от количества яда.

### 5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

#### Вопрос

Тип вопроса: множественный выбор

#### Формулировка вопроса:

Указать уравнения с разделяющимися переменными.

#### Варианты ответов:

- $y' = y \ln x$  (+)
- $y' = \frac{xy}{x+y}$
- $e^y(1+x^2)dy - 2x(1+e^y)dx = 0$  .(+)
- $(y+y^2-x^2y-x^2y^2)dx + (x^3y-8y-x^3+8)dy = 0$  (+)

#### Вопрос

Тип вопроса: одиночный выбор

#### Формулировка вопроса:

Выбрать формулу, которая задает общее решение линейного однородного ДУ с постоянными коэффициентами  $y'' - 3y' + 2y = 0$ .

#### Варианты ответов:

- $y = C \cdot e^{2x}$
- $y = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot e^{2x}$  (+)
- $y = C \cdot \ln x$
- $y = C_1 \cdot e^{3x} + C_2 \cdot e^{-x}$



**Вопрос****Тип вопроса:** множественный выбор**Формулировка вопроса:**

Заданы дифференциальные уравнения и дополнительные условия, которым должны удовлетворять решения. Какие из следующих задач являются задачей Коши для обыкновенного дифференциального уравнения?

**Варианты ответов:**

- $y' + xy = 2x, \quad y(1) = 2$  (+)
- $y'' + y \cos x = x^2, \quad y(1) = 2, y(3) = 0$
- $y'' + 3y' + \sqrt{x} = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$  (+)
- $y''' + y' = 0, y(2) = 3, y'(2) = 1$
- $y^{IV} + y'' + y' = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2, y''(0) = y'''(0) = 0$  (+)

]

Задача 9. Найти решение задачи Коши: а)  $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}; \quad y(0) = y'(0) = 0.$

б)  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1}; \quad y(0) = y'(0) = 0.$

в)  $y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}; \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$

**Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач
отлично	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок

Оценка	Критерии оценивания
	и недочетов.
очень хорошо	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
хорошо	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами
удовлетворительно	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами
неудовлетворительно	При решении стандартных задач не продemonстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа

### 5.3.5 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

#### Вариант 1.

Задача 1. Решить ДУ

а)  $y' + 2xy = xe^{-x^2}$ ; б)  $y' - y \ln 2 = 2^{\sin x} (\cos x - 1) \ln 2$  (найти решение, ограниченное при  $x \rightarrow \infty$ );

в)  $y' = \frac{2x}{x^2 \cos y + a \sin 2y}$ ; г)  $y dx - x dy = x^2 y dy$ ;

д)  $(x^2 - 1)y' + 2xy - \cos x = 0$ ;

е)  $x^2 y' - y = x^2 e^{\frac{x-1}{x}}$ ; ж)  $y' - e^x y = \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} - e^x \cos \frac{1}{x}$

(найти решение, удовлетворяющее условию:  $y \rightarrow 2$  при  $x \rightarrow -\infty$ );

з)  $y' = \frac{3x^2}{x^3 + y + 1}$ . и)  $y' + y + \frac{y}{x} - \frac{4}{x^2} = 0$ .

#### Вариант 2.

Задача 2. Напряжение и сопротивление цепи равномерно меняются в течение минуты соответственно от 0 до  $V$  и от 0 до  $R$ . Самоиндукция  $L$  цепи постоянна. Начальная сила тока  $I_0$ . Найдите зависимость силы тока от времени в течение первой минуты опыта.

Задача 3. Естественный прирост населения большого города пропорционален наличному количеству жителей и промежутку времени. Кроме того, население города увеличивается благодаря миграции; скорость прироста населения этим путем пропорциональна времени, отсчитываемому от момента, когда население города равнялось  $A_0$ . Найдите зависимость числа жителей города от времени.

### Вариант 3.

Задача 4. Капля воды, имеющая начальную массу  $M_0(z)$  и равномерно испаряющаяся со скоростью  $m$  (г/сек), свободно падает в воздухе. Сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости движения капли (коэффициент пропорциональности  $k$ ). Найдите зависимость скорости от времени, если в начальный момент скорость равна 0. Считать  $k \neq 2m$ .

Задача 5. Дно резервуара, вместимость которого 300 л, покрыто солью. Считая, что скорость растворения соли пропорциональна разности между концентрацией в данный момент и концентрацией насыщенного раствора (1 кг соли на 3 л воды) и что данное количество чистой воды растворяет 1/3 кг соли в одну минуту, найдите, сколько соли будет содержать раствор через 1 час.

### Вариант 4.

Задача 6. Некоторые бактерии размножаются пропорционально их количеству, но в то же время вырабатывают яд, истребляющий их пропорционально количеству яда и количеству бактерий. Найти количество бактерий в зависимости от количества яда.

Задача 7. Кирпичная стена имеет толщину  $L$ . Найдите зависимость температуры от расстояния точки от наружного края стены, если температура равна  $20^\circ$  на внутренней и  $0^\circ$  на внешней поверхности стены. Найдите также количество тепла, которое стена передает наружу в течение суток на  $1 \text{ см}^2$ . (В силу закона Ньютона скорость распространения тепла через площадку площади  $S$ , перпендикулярно оси  $x$ , равна  $-(ks \frac{dT}{dx})$ , где  $k$  – коэффициент теплопроводности ( $k = 15 \cdot 10^{-4}$ ),  $T$  – температура.

### Вариант 5.

Задача 8. Найти общее решение уравнения: а)  $y''' - 2y'' - 3y' = 2x$ ; б)  $y^{IV} - y'' = 3$   
в)  $y'' \cdot y^3 = 1$ ; г)  $2y \cdot y'' = y^2 + (y')^2$ ; д)  $y \cdot (xy'' + y') = x \cdot (y')^2 (1 - x)$   
е)  $y''' - 2y'' - 3y' = 3e^{-x}$ ; ж)  $y^{IV} - y'' = 3x$ ; з)  $y \cdot y'' - (y')^2 - 1 = 0$ ; и)  $y''' = 2(y'' - 1) \cdot \operatorname{ctg} x$ ,  
к)  $x^2 \cdot yy'' + (y')^2 = 0$

Задача 9. Найти решение задачи Коши: а)  $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ .

б)  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ .

в)  $y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}$ ;  $y(\frac{\pi}{4}) = y'(\frac{\pi}{4}) = 0$ .

**Вариант 6.**Задача 10. Решить уравнение Эйлера а)  $x^3 y''' + xy' - y = 0$ .

б)  $(x-2)^2 y'' - 3(x-2)y' + 4y = x$ .

в)  $x^2 y'' + 4xy' + 2y = 2\ln^2 x + 12x$ .

Задача 11. Решить задачу Коши для системы дифференциальных уравнений

а) 
$$\begin{cases} x' = 4x - 5y + e^{2t} \\ y' = x + \cos t \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0$$

б) 
$$\begin{cases} x' = -4x + 5y - e^{2t} \cos t \\ y' = -x + \sin t \end{cases} \quad x(0) = 0, y(0) = 0$$

в) 
$$\begin{cases} x' = -4x + 5y + 2e^{2t} \\ y' = -x - 2 \end{cases} \quad x(0) = 0, y(0) = 0$$

**Вариант 7.**

Задача 12. Построить на фазовой плоскости траектории систем и исследовать особые точки.

а) 
$$\begin{cases} x' = 2x + y^2 - 1 \\ y' = 6x - y^2 + 1 \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} x' = 4 - 4x - 2y \\ y' = xy \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} x' = 1 - x^2 - y^2 \\ y' = 2xy \end{cases}$$

Задача 1. Представить картину поведения интегральных кривых уравнений:

а)  $y' = \frac{2y^2 - x^2}{xy}$ ; б)  $y' = \frac{\sqrt{y}}{x}$ ;

Задача 2. Решить уравнения. С помощью изоклин построить интегральные кривые:

а)  $y' = \sin(y-x)$ ; б)  $\sqrt{1-x^2} dy + \sqrt{1-y^2} dx = 0$ ; в)  $2x\sqrt{1-y^2} dx + y dy = 0$ ; г)  $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ ;  $y(1) = 1$ .

Задача 3. Решить уравнения:

а)  $(1 + e^{\frac{x}{y}}) dx + e^{\frac{x}{y}} (1 - \frac{x}{y}) dy = 0$ ; б)  $(2x - y + 1) dx + (2y - x - 1) dy = 0$

в)  $y' = \frac{x - y + 1}{2x - 2y + 1}$ ;

Задача 4. Вычислите время падения мяча с высоты **16,3** м без начальной скорости с учетом сопротивления воздуха, пропорционального квадрату скорости. Найдите скорость в конце падения.

### Вариант 2

Задача 1. Представить картину поведения интегральных кривых уравнений:

а)  $y' = \frac{3x^2 - x}{y}$ ; б)  $y' = \frac{2\sqrt{y}}{3x^3}$ ;

Задача 2. Решить уравнения. С помощью изоклин построить интегральные кривые:

а)  $y' = \sin(y+x)$ ; б)  $(xy-x)dx + (xy+x-y-1)dy = 0$ ;

в)  $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ ; г)  $y' = \sqrt{4y^2-1}$ ;  $y(0) = \frac{1}{2}$ .

Задача 3. Решить уравнения:

а)  $y' = \sin \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$ ; б)  $(x-y)dx + (2y-x+1)dy = 0$ ;

в)  $(x+y)dx - (2x+2y-1)dy = 0$ ;

Задача 4. В среду с постоянной температурой  $20^\circ$  поместили тело, нагретое до  $100^\circ$ . Через 10 минут температура тела понизилась до  $70^\circ$ . Через какое время температура тела станет равной  $30^\circ$ .

### Вариант 4

Задача 1. Представьте картину поведения интегральных кривых уравнений:

а)  $y' = \frac{x^2 + y^2 - 17}{xy + 4}$ ; б)  $\frac{dy}{dx} = \frac{(x-y)^2}{x \cdot y^2}$

Задача 2. Решить уравнения. С помощью изоклин построить интегральные кривые:

а)  $y' = \cos(x+y)$ ; б)  $y' = \frac{\sqrt{y}}{x+2}$ ;

в)  $y' = \frac{y}{\sqrt{x}}$ ; г)  $y' = \frac{\sqrt{4-y^2}}{y}$ .

Задача 3. Решить уравнения:

а)  $x \frac{dy}{dx} = y + \sqrt{x^2 + y^2}$ ; б)  $y' = 2 \left( \frac{y+2}{x+y-1} \right)^2$ ;

в)  $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y+1}{3x-3y+2}$ ;

Задача 4. Тело массой 1 грамм в однородном поле силы тяжести брошено вертикально вверх с начальной скоростью 20 см/сек. Сопротивление воздуха пропорционально скорости и при скорости 1 см/сек равно единице силы. Найдите время полета тела до максимальной высоты.

### Вариант 5

Задача 1. Представить картину поведения интегральных кривых уравнений:

а)  $y' = \frac{3x^2 - x}{y}$ ; б)  $y' = \frac{2\sqrt{y}}{3x^3}$ ;

Задача 2. Решить уравнения. С помощью изоклин построить интегральные кривые:

а)  $y' = \sin(y+x)$ ; б)  $(xy-x)dx + (xy+x-y-1)dy = 0$ ;

в)  $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ ; г)  $y' = \sqrt{4y^2-1}$ ;  $y(0) = \frac{1}{2}$ .

Задача 3. Решить уравнения:

а)  $y' = \sin \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$ ; б)  $(x-y)dx + (2y-x+1)dy = 0$ ;

в)  $(x+y)dx - (2x+2y-1)dy = 0$ ; .

Задача 4. В среду с постоянной температурой  $20^\circ$  поместили тело, нагретое до  $100^\circ$ . Через *минут* температура тела понизилась до  $70^\circ$ . Через какое время температура тела станет равной  $30^\circ$ .

### Вариант 6

Задача 1. Представить картину поведения интегральных кривых уравнений:

а)  $y' = \frac{x^2 + y^2 - 13}{x^2 - y^2 - 5}$ ; б)  $y' = \frac{1}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}$ ;

Задача 2. Решить уравнения. С помощью изоклин построить интегральные кривые:

а)  $\frac{dy}{dx} = \sin(x-y-1)$ ; б)  $y' = \frac{2x\sqrt{1-y^2}}{y}$ ;

в)  $y' = \frac{1}{2}\sqrt{y}$ ; г)  $y' = \sqrt{y-x}$ .

Задача 3. Решить уравнения:

а)  $y' = \frac{y^2}{2yx + y^2}$ ; б)  $y' = \frac{2x + y + 3}{4x + 2y - 1}$ ; в)  $y' = \frac{3x + 2y}{5x + y - 2}$ ;

Задача 4. Тело массой  $1$  грамм в однородном поле силы тяжести брошено вертикально вверх с начальной скоростью  $20$  см/сек. Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости и при скорости  $1$  см/сек равно единице силы. Найти время полета тела до достижения скорости  $30$  см/сек.

Задача 1. Решить ДУ

а)  $y' + 2xy = xe^{-x^2}$ ; б)  $y' - y \ln 2 = 2^{\sin x} (\cos x - 1) \ln 2$  (найти решение, ограниченное при  $x \rightarrow \infty$ );

в)  $y' = \frac{2x}{x^2 \cos y + a \sin 2y}$ ; г)  $ydx - xdy = x^2 y dy$ ;

д)  $(x^2 - 1)y' + 2xy - \cos x = 0$ ;

е)  $x^2 y' - y = x^2 e^{\frac{x-1}{x}}$ ; ж)  $y' - e^x y = \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} - e^x \cos \frac{1}{x}$

(найти решение, удовлетворяющее условию:  $y \rightarrow 2$  при  $x \rightarrow -\infty$ );

з)  $y' = \frac{3x^2}{x^3 + y + 1}$ ; и)  $y' + y + \frac{y}{x} - \frac{4}{x^2} = 0$ .

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Приведены правильные решения большинства задач без существенных ошибок.
не зачтено	Задачи не решены или в решении большинства задач допущены грубые ошибки.

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Понтрягин Лев Семенович. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. для студентов мат. специальностей ун-тов. - М. : Наука, 1982. - 331 с. - 0.85., 141 экз.
2. Эльсгольц Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : учебник. - 5-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2002. - 320 с. - ISBN 5-354-00135-8 : 117.00., 68 экз.
3. Самойленко Анатолий Михайлович. Дифференциальные уравнения : Примеры и задачи : [учеб. пособие для вузов]. - 2-е изд., перераб. - М. : Высшая школа, 1989. - 382, [1] с. : ил. - ISBN 5-06-000557-7 (в пер.) : 1.20., 231 экз.
4. Филиппов Алексей Федорович. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : Более 14000 задач с ответами : [учеб. пособие] . - Изд. 3-е. - М. : ЛИБРОКОМ, 2009. - 240 с. - ISBN 978-5-397-00658-3 : 270.00., 48 экз.

Дополнительная литература:

1. Тихонов Андрей Николаевич. Дифференциальные уравнения : [учеб. для ун-тов по специальностям "Приклад. математика" и "Физика"]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1985. -

231 с. - (Курс высшей математики и математической физики. вып. 7). - 0.80., 39 экз.

2. Бибииков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Бибииков Ю. Н. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 304 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-1176-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799724&idb=0>.

3. Практикум по дисциплине "Дифференциальные уравнения" : учебно-методическое пособие. Ч. 1 / Е. В. Губина, Е. Ю. Кадина, Н. В. Киселева, Г. В. Осипов ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2016. - 29 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=823688&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ, URL: <http://www.unn.ru/books/resources.html>.. – свободный доступ.

1. Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2016, URL: <https://e.lanbook.com>
2. Дифференциальные уравнения: <https://openedu.ru/course/ITMOUniversity/DIFEQ/>
3. Дифференциальные уравнения (14 лекций): <https://teach-in.ru/course/differential-equations-p1>
4. Дифференциальные уравнения и краевые задачи: <http://ed-online.ru/courses/214-Differentsialnye-uravneniya-i-kraevye-zadachi>
5. Дифференциальные уравнения: <https://intuit.ru/studies/courses/911/325/info>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Губина Елена Васильевна, кандидат физико-математических наук.

Рецензент(ы): Ломакина Любовь Сергеевна.

Заведующий кафедрой: Осипов Григорий Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.