

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от  
«31» мая 2023 г. №6

**Рабочая программа дисциплины**

Нелинейные колебания

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

03.03.02 Физика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

профиль "Теоретическая физика"

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

бакалавр

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Год начала обучения

2022

(для обучающихся какого года начала обучения разработана Рабочая программа)

Нижний Новгород

## **1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП**

Дисциплина «Нелинейные колебания» относится к вариативной части Б1.В блока Б1 «Дисциплины (модули)», является элективной дисциплиной, преподается на четвертом году обучения, в восьмом семестре. Освоению дисциплины предшествует освоение дисциплин (модулей) «Математика», «Механика», «Теоретическая механика».

Целями освоения дисциплины «Нелинейные колебания» являются:

- знакомство студентов с теорией нелинейных колебаний, проявляющихся во многих задачах классической механики;
- обучение студентов основным типовым методам и приемам, необходимым для описания и моделирования нелинейных колебаний;
- выработка навыков применения методов теории нелинейных колебаний для описания динамики стохастических систем.

## **2. Структура и содержание дисциплины**

Объем дисциплины «Нелинейные колебания» составляет 5 зачетных единиц, всего 180 часов, из которых 54 часа составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (2 часа – мероприятия промежуточной аттестации; 26 часов занятия лекционного типа, 26 часов занятия семинарского типа (практические занятия), в том числе 2 часа – мероприятия текущего контроля успеваемости), 126 часов составляет самостоятельная работа обучающегося (90 часов самостоятельная работа в течение семестра, 36 часов самостоятельная работа при подготовке к промежуточной аттестации).

## Содержание дисциплины «Нелинейные колебания»

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа в течение семестра, часы
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) в течение семестра, часы, из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
<b>1. Классификация положений равновесия на плоскости.</b> Определение устойчивости по линейному приближению. Основные типы положений равновесия – центр, фокус, седло, узел. Учет нелинейных членов. Комбинированные типы положений равновесия	15	3	3	–	6	9
<b>2. Предельные циклы.</b> Понятие предельного цикла. Автоколебания. Примеры физических систем, реализующих автоколебания.	15	3	3	–	6	9
<b>3. Гамильтоновские системы.</b> Канонические преобразования. Преобразования переменных в гамильтоновой форме механики. Канонические уравнения Гамильтона. Переменные действие-угол.	15	3	3	–	6	9
<b>4. Каноническая теория возмущений.</b> Приближенные методы классической механики. Каноническая теория возмущений для систем с одной степенью свободы. Нелинейные поправки к частоте. Каноническая теория возмущений в многомерном случае, проблемы сходимости, резонансные знаменатели.	15	3	3	–	6	9
<b>5. Резонансная теория возмущений.</b> Понятие нелинейного резонанса. Нелинейный резонанс в системе с двумя степенями свободы (резонанс связи). Ширина резонанса, частота малых колебаний. Нелинейный резонанс в системах с полутора степенями свободы. Перекрывание резонансов.	15	3	3	–	6	9

<b>6. Системы с дискретным временем.</b> Примеры одномерных систем с дискретным временем. Положения равновесия. Лестница Ламерея. Отображение Фейгенбаума. Бифуркации удвоения периода.	15	3	3	—	6	9
<b>7. Корреляционная функция. Отображение пекаря.</b> Метод анализа систем с дискретным временем. Переход к хаосу через перемешивание.	13	2	2	—	4	9
<b>8. Двумерное отображение.</b> Примеры двумерных систем с дискретным временем. Материальная точка в канале с гофрированной границей. Резонансная структура фазового пространства.	13	2	2	—	4	9
<b>9. Странные аттракторы.</b> Аттрактор Лоренца. Положения равновесия и их устойчивость. Понятие детерминированного хаоса. Эффект бабочки.	13	2	2	—	4	9
<b>10. Способы диагностики хаоса.</b> Проблема диагностирования хаоса. Метод фазовой плоскости, метод псевдофазового пространства. Сечения Пуанкаре. Корреляционная функция. Фурье-анализ. Показатели Ляпунова.	13	2	2	—	4	9
<b>В т.ч. текущий контроль</b>	2	2				—
Промежуточная аттестация – экзамен						

### 3. Образовательные технологии

- 1) Чтение лекций;
- 2) сопровождение лекций написанием и выводом формул, построением графиков, изображением рисунков на доске;
- 3) сопровождение лекций презентациями;
- 4) методика «вопросы и ответы»;
- 5) выполнение практического задания у доски;
- 6) индивидуальная работа над практическим заданием;
- 7) работа в парах над практическим заданием;
- 8) работа в малых группах над практическим заданием;
- 9) методика «мозговой штурм».

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся предполагает изучение конспектов лекций, выделенных разделов основной литературы, а также

дополнительной литературы, выполнение практических заданий, отвечающих изучаемым разделам дисциплины, подготовку к промежуточной аттестации.

Перечень основной и дополнительной литературы для самостоятельного изучения приведен в п. 7 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации, примеры практических заданий приведены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

## 5. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1 способность использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин	(ПК-1) <b>Знать</b> возможности использования методов теории нелинейных колебаний. (ПК-1) <b>Уметь</b> применять в рамках профессиональной деятельности методы и подходы теории нелинейных колебаний. (ПК-1) <b>Владеть</b> навыками использования точных и приближенных методов теории нелинейных колебаний для решения профессиональных задач.

## 6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

### 6.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Промежуточной аттестацией для дисциплины «Нелинейные колебания» является **экзамен**.

По итогам экзамена выставляется оценка по семибалльной шкале: оценки «Плохо» и «Неудовлетворительно» означают отсутствие аттестации, оценки «Удовлетворительно», «Хорошо», «Очень хорошо», «Отлично» и «Превосходно» выставляются при успешном прохождении аттестации.

### 6.2. Процедуры и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование (промежуточная аттестация).

Контрольные вопросы для индивидуального собеседования представлены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и навыков используются следующие процедуры и технологии:

- выполнение практических заданий (текущий контроль, промежуточная аттестация).

Примеры практических заданий для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Критериями оценивания являются полнота знаний, наличие умений и владений (навыков), перечисленных в п. 5 настоящей Рабочей программы дисциплины.

**«Плохо»** – обучающийся не продемонстрировал никаких знаний об основных теоретических разделах курса, не показал никаких умений и навыков выполнения практических заданий;

**«Неудовлетворительно»** – обучающийся не продемонстрировал представления об основных теоретических разделах курса, не показал минимально допустимый уровень умений и навыков выполнения практических заданий;

**«Удовлетворительно»** – обучающийся продемонстрировал изложение формулировок основных теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий базового уровня сложности;

**«Хорошо»** – обучающийся продемонстрировал связное изложение основных теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения стандартных практических заданий;

**«Очень хорошо»** – обучающийся продемонстрировал связное изложение практически всех теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения стандартных практических заданий;

**«Отлично»** – обучающийся продемонстрировал связное изложение всех теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий повышенного уровня сложности;

**«Превосходно»** – обучающийся продемонстрировал уровень знаний в объеме, превышающем стандартную программу подготовки, и

продемонстрировал творческий подход к выполнению практических заданий повышенного уровня сложности.

### 6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

#### 6.3.1. При проведении промежуточной аттестации обучающимся предлагаются следующие контрольные вопросы, охватывающие программу дисциплины «Нелинейные колебания»:

1. Классификация положений равновесия на плоскости.
2. Автоколебания. Предельные циклы.
3. Динамика гамильтоновских систем. Канонические преобразования.
4. Переменные действие-угол.
5. Нелинейный сдвиг частоты.
6. Каноническая теория возмущений для одномерной системы.
7. Каноническая теория возмущений для многомерной системы.
8. Резонансная теория возмущений. Резонанс связи двух степеней свободы (внутренний резонанс).
9. Резонансная теория возмущений. Резонанс одномерной системы с внешним полем.
10. Характеристики нелинейного резонанса (ширина, частота малых колебаний). Перекрытие резонансов, критерий Чирикова.
11. Стационарные точки отображений и их устойчивость. Бифуркация удвоения периода.
12. Переход к хаосу через перемешивание. Корреляционная функция.
13. Луч света в гофрированном волноводе: двумерное отображение, структура фазовой плоскости.
14. Методы диагностики хаоса.
15. Аттрактор Лоренца.

#### 6.3.2. Примеры практических заданий для практических занятий, самостоятельной работы обучающихся, проведения текущего контроля и промежуточной аттестации:

1. Определить типы положений равновесия систем, исследовать их на устойчивость. Построить эскизы фазовых портретов этих систем:

$$\text{а). } \begin{cases} dx/dt = \alpha x - y \\ dy/dt = x + x^3 \end{cases} \quad \text{б). } H = \cos p \cos x \quad \text{в). } \begin{cases} dx/dt = y + x^2 \\ dy/dt = \sin x \end{cases}$$

2. Шарик массы  $m$  движется между двумя стенками, находящимися на расстоянии  $L$  друг от друга. Соударение со стенками – абсолютно упругое. При движении слева направо на шарик действует положительная постоянная сила  $F$ , ускоряющая его. При движении справа налево на шарик действует вязкая сила трения  $f = -\alpha dx/dt$ , которая замедляет его движение. Определить – существует ли в такой системе предельный цикл. Устойчив ли он?

3. Функция Гамильтона системы имеет вид  $H = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2} + \frac{\alpha}{2}(x-y)^2 + \frac{\beta}{2}(y+z)^2$ .  
Совершив канонические преобразования, найти комбинацию импульсов  $p_x, p_y, p_z$ , являющуюся интегралом движения.
4. Ввести переменные действие-угол для частицы, движущейся в прямоугольной потенциальной яме ширины  $a$ .
5. Найти нелинейную поправку к частоте колебаний математического маятника, обусловленную ангармонизмом колебаний.
6. Определить нелинейную поправку к частоте колебаний бусинки в поле тяжести, скользящей без трения по проволочке, изогнутой в форме параболы:  $y = \alpha x^2$ .
7. Найти значение параметра  $\lambda$ , при котором произойдет первое удвоение периода в системе:  $x_{n+1} = \lambda x_n (1 - x_n^2)$ .
8. Определить стационарные точки отображения  $x_{n+1} = \lambda \left( 1/2 - \sqrt{|x_n - 1/2|} \right)$ , где  $0 \leq x \leq 1$ , а  $0 < \lambda < \sqrt{2}$ . Исследовать их на устойчивость при различных значениях  $\lambda$ .
9. Рассчитать Фурье-спектр для регулярных и стохастических траекторий в задаче о динамике луча в волноводе с гофрированной границей.
10. Определить показатель Ляпунова в системе, описываемой уравнением:  
 а)  $\frac{dx}{dt} - \gamma x = 0$     б)  $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\gamma \frac{dx}{dt} - \delta^2 x = 0$     в)  $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\gamma \frac{dx}{dt} - \delta^2 x = 0$ .

#### 6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

1. Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД.

2. Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

### 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

#### а) основная литература:

1. Скубов Д.Ю. – Основы теории нелинейных колебаний: учеб. пособие – СПб: Лань, 2013. – 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/30203>.
2. Малышев А.И. – Избранные главы теории нелинейных колебаний: двумерные отображения. – Н. Новгород, Фонд компьютерных изданий ННГУ, 2012 (рег. № 446.12.05). — Открытый доступ: [http://www.unn.ru/books/met\\_files/2D\\_mapping.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/2D_mapping.pdf).
3. Малышев А.И. – Избранные главы теории нелинейных колебаний: резонансная теория возмущений. – Н. Новгород, Фонд компьютерных изданий ННГУ, 2012 (рег. № 445.12.05). — Открытый доступ: [http://www.unn.ru/books/met\\_files/Nonlinear\\_resonance.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/Nonlinear_resonance.pdf).

#### б) дополнительная литература:



1. Кузнецов С.П. – Динамический хаос: курс лекций : учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Физматлит, 2001. – 296 с. — Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ: 2 экз.  
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=49808>.
2. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М. – Нелинейные колебания: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по физическим специальностям. – М.: Физматлит, 2002. – 292 с. — Фонд Фундаментальной библиотеки ННГУ: 2 экз.  
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=46429>.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Интернет-ресурсы Фундаментальной библиотеки ННГУ  
<http://www.lib.unn.ru/>.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Материально-техническое обеспечение дисциплины обусловлено наличием учебных аудиторий для проведения занятий, оборудованных специализированной мебелью, меловыми или магнитно-маркерными досками для представления учебной информации большой аудитории. Ресурс мела и маркеров для доски в учебных аудиториях регулярно возобновляется.

Учебные аудитории могут быть при необходимости оснащены демонстрационным оборудованием для сопровождения учебных занятий презентациями.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся (на базе Фундаментальной библиотеки ННГУ) оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями самостоятельно установленного ННГУ образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Автор:

доцент кафедры теоретической физики

физического факультета,

к. ф.-м. н., доцент \_\_\_\_\_ / Малышев А.И. /

Рецензент:

Зав. кафедрой теоретической физики

физического факультета,

д. ф.-м. н., доцент \_\_\_\_\_ / Бурдов В.А. /

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии  
физического факультета ННГУ от «        » \_\_\_\_\_ 2021 года,  
протокол № б/н.

Председатель

Учебно-методической комиссии

физического факультета ННГУ \_\_\_\_\_ / Перов А.А. /