

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Дискретная математика

---

Уровень высшего образования

Специалитет

---

Направление подготовки / специальность

10.05.02 - Информационная безопасность телекоммуникационных систем

---

Направленность образовательной программы  
Системы подвижной цифровой защищенной связи

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.12 Дискретная математика относится к обязательной части образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-3: Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности;	ОПК-3.1: Знает: - основные положения теории пределов функций, теории рядов - основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления функций одного и нескольких переменных - основные понятия и методы теории вероятностей - основные функциональные и числовые характеристики распределений случайных величин, в том числе свойства производящих и характеристических функций - различные формы предельных теорем - основные понятия и задачи векторной алгебры и аналитической геометрии - основные свойства и методика изучения алгебраических структур - основные понятия и методы дискретной математики ОПК-3.2: Умеет: - определять возможности применения методов математического анализа - решать основные задачи на вычисление пределов функций, дифференцирование и интегрирование, на разложение функций в ряды - строить и изучать	ОПК-3.1: Знает основные понятия и методы дискретной математики.  ОПК-3.2: Умеет - строить и изучать дискретные математические модели для решения расчетных и исследовательских задач; - применять методы дискретной математики для решения расчетных и исследовательских задач анализа дискретных систем.	Аудиторная контрольная работа	Зачёт: Практическая задача  Экзамен: Контрольные вопросы

	<p>непрерывные математические модели для решения расчетных и исследовательских задач - пользоваться расчетными формулами, таблицами при решении задач математического анализа - решать задачи на вычисление вероятностей в различных комбинаторных схемах - решать задачи на нахождение различных вероятностных характеристик типовых распределений - решать основные задачи линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии - оперировать с многочленами и матрицами в числовых и конечных полях - строить и изучать алгебраические и геометрические модели для решения расчетных и исследовательских задач - строить и изучать дискретные математические модели для решения расчетных и исследовательских задач - применять методы дискретной математики для решения расчетных и исследовательских задач анализа дискретных систем</p>			
--	--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>6</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>216</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	64
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	48
- КСР	3
<b>самостоятельная работа</b>	<b>65</b>

<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен, Зачёт</b>
---------------------------------	------------------------------------

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
Ф	Ф	Ф	Ф	Ф	
Тема 1. Введение	12	2	5	7	5
Тема 2. Теория множеств	26	10	7	17	9
Тема 3. Комбинаторика	18	5	5	10	8
Тема 4. Алгебра логики	31	9	10	19	12
Тема 5. Введение в математическую логику	17	6	5	11	6
Тема 6. Начальные понятия теории графов	19	9	5	14	5
Тема 7. Неориентированные графы с циклами и без циклов.	25	10	7	17	8
Тема 8. Ориентированные графы	11	5	2	7	4
Тема 9. Экстремальные задачи и алгоритмы на графах.	18	8	2	10	8
Аттестация	36				
КСР	3			3	
Итого	216	64	48	115	65

#### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Введение. Основные понятия дискретной математики. Виды теорем и методы доказательств: цепочка рассуждений, от противного, полная индукция, неполная индукция. Доказательство методом математической индукции тождеств, утверждений о делимости выражений, неравенств и формул  $n$ -ых членов числовых последовательностей, заданных рекуррентным способом.

Тема 2. Теория множеств. Понятие множества, способы задания множеств, отношения между множествами. Теоретико-множественные операции над множествами, их изображения на диаграммах Эйлера-Венна. Основные законы алгебры множеств. Понятие мощности множества, теорема Кантора о несчетности. Подмножества, разбиения и покрытия, теорема о мощности булеана. Прямое произведение и его свойства. Бинарные отношения, их виды и свойства. Функция как частный случай бинарного отношения; сюръективные, инъективные и биективные отображения. Критерий существования обратной функции. Отношения эквивалентности и порядка, диаграмма Хассе.

Тема 3. Комбинаторика. Правила суммы и произведения. Перестановки, сочетания с повторениями и без повторений, размещения с повторениями и без повторений. Теорема о полиномиальных коэффициентах.

Формула включений и исключений. Бином Ньютона, свойства биномиальных коэффициентов; треугольник Паскаля.

Тема 4. Алгебра логики. Элементарные булевы функции от одной и двух переменных, существенные и фиктивные переменные. Функции алгебры логики, их количество.. Элементарные булевы функции от одной и двух переменных. Формулы алгебры логики. Суперпозиция булевых функций, порядок действий. Свойства элементарных булевых функций (основные законы алгебры логики). Двойственные функции. Теорема двойственности. Принцип двойственности. Теорема о разложении булевых функций по переменным. Нормальные формы алгебры логики: совершенная дизъюнктивная и совершенная конъюнктивная нормальные формы (СДНФ, СКНФ). Полиномы Жегалкина. Способы их построения. Утверждения о замкнутости классов монотонных функций и функций, сохраняющих константу. Класс самодвойственных функций. Лемма о несамодвойственной функции. Класс монотонных функций. Лемма о немонотонной функции. Класс линейных функций. Лемма о нелинейной функции. Полнота системы булевых функций, критерий полноты (теорема Поста). Понятия базиса и предполного класса в алгебре логики. Следствия из теоремы Поста о составе базиса и предполных классах.

Тема 5. Введение в математическую логику. Понятие высказывания, логические связки, формулы логики высказываний. Равносильность формул логики высказываний. Основные равносильности. Виды формул логики высказываний. Важнейшие тавтологии. Правильные рассуждения и их схемы. Косвенные методы доказательства. Составление логических формул по высказываниям. Проблема разрешимости в логике высказываний и методы ее решения. Метод редукций проверки тождественной истинности формулы логики высказываний. Логические схемы и их реализация с помощью булевых функций. Синтез сумматора.

Тема 6. Начальные понятия теории графов. Краткие сведения из истории возникновения теории графов. Определение графа. Области применения теории графов. Способы задания неориентированных графов. Степени вершин. Основная теорема теории графов и ее следствие. Виды неориентированных графов. Дополнение к графу. Подграфы и их виды. Операции над графами. Маршруты, цепи и циклы в графе. Свойства маршрутов и циклов. Связность графов. Матрица связности (достижимости). Число маршрутов в неориентированном графе. Критерий связности графа. Теорема об оценке числа ребер графа через число вершин и число компонент связности. Мосты и разделяющие вершины. Признаки моста. Вершинная и реберная связности.  $N$ -связные графы. Следствие из теоремы об оценке числа ребер графа через число вершин и число компонент связности. Расстояния в графе. Диаметр, радиус и центр графа. Изоморфизм графов. Алгоритм решения задач на определение изоморфных графов. Теоремы о количестве помеченных графов с  $p$  вершинами и с  $p$  вершинами и  $q$  ребрами. Асимптотическая формула Поля для числа непомеченных графов.

Тема 7. Неориентированные графы с циклами и без циклов. Цикломатическое число. Теоремы о количестве ребер в связных графах с циклами и без циклов. Неориентированные (свободные) деревья. Кодирование деревьев. Матричная теорема Кирхгофа о деревьях. Количество помеченных деревьев с  $p$  вершинами. Основные свойства свободных деревьев. Двудольные графы. Критерий двудольности графа.  $k$ -дольные графы. Эйлеровы и полуэйлеровы графы. Критерий существования в графе эйлеровой цепи. Теорема Эйлера об эйлеровых графах (критерий эйлеровости графа). Решение задачи о кенигсбергских мостах. Теорема об оценке числа эйлеровых графов. Гамильтоновы графы, оценка их числа. Задача коммивояжера. Сравнение задач отыскания эйлеровых и гамильтоновых циклов. Достаточные условия гамильтоновости графа: теоремы Дирака, Оре и Хватала, необходимое условие гамильтоновости графа (о разделяющих вершинах графа). Планарные графы, оценка их числа. Подразбиение и стягивание ребер. Критерии планарности графов: теоремы Понтрягина-Куратовского и Вагнера. Теорема о количестве граней связного планарного графа и ее следствия. Вершинная и реберная раскраски графов. Хроматическое число и хроматический индекс, их оценки. Проблема четырех красок. История ее

возникновения и решения. Теорема о 5 красках.

Тема 8. Ориентированные графы. Ориентированные графы и их виды. Основная теорема теории графов для орграфов. Связь с бинарными отношениями. Способы задания ориентированных графов. Маршруты, пути и контуры в орграфе. Свойства путей и контуров. Число ориентированных маршрутов в орграфе. Критерий существования контура в орграфе. Связность орграфов и ее виды. Компоненты сильной связности орграфа. Конденсация орграфа. Вычисление матриц достижимости и сильной связности. Алгоритм выделения компонент сильной связности в орграфе. Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья. Свойства ориентированных деревьев.

Тема 9. Экстремальные задачи и алгоритмы на графах. Независимое множество вершин. Вершинное число независимости и его оценки. Алгоритм построения независимого множества вершин. Понятие клики графа. Взаимосвязь задач о клике и о независимом множестве вершин. Независимое множество ребер (паросочетание). Реберное число независимости. Построение наибольшего паросочетания методом чередующихся цепей. Покрывающие множества вершин и ребер. Теоремы о связи чисел независимости и покрытий в общем случае и для двудольного графа. Обходы графов. Алгоритмы поиска в ширину и глубину. Теорема о поисках в ширину и глубину. Алгоритм поиска минимального маршрута в ненагруженном (ор)графе. Алгоритмы выделения эйлерова цикла и эйлеровой цепи в связном мультиграфе. Построение остова минимального веса. Алгоритмы Прима и Краскала. Задача о нахождении минимального маршрута в нагруженном орграфе. Алгоритм Дейкстры.

На практических занятиях более подробно изучается программный материал в плоскости отработки практических умений и навыков и усвоения следующих тем:

1. Алгоритм Евклида. Методы доказательств математических утверждений. Доказательство тождеств и утверждений о делимости методом математической индукции (ММИ).
2. Доказательство методом математической индукции неравенств и формул  $n$ -ых членов числовых последовательностей, заданных рекуррентным способом.
3. Алгебраические операции теории множеств. Диаграммы Эйлера-Венна.
4. Законы алгебры множеств и их применение для упрощения выражений. Мощностное множество. Булеан. Прямое произведение.
5. Разбиение множества. Прямое произведение и бинарные отношения. Виды бинарных отношений.
6. Контрольная работа по теме “Метод математической индукции. Теория множеств”. Принципы сложения и умножения в комбинаторике.
7. Сочетания и размещения с повторениями и без повторений.
8. Биномиальное разложение; включения, включения и исключения.
9. Контрольная работа по теме “Комбинаторика”. Существенные и фиктивные переменные функций алгебры логики.
10. Таблицы истинности. Двойственные функции. СДНФ, СКНФ.
11. Полиномы Жегалкина. Важнейшие замкнутые классы алгебры логики. Леммы о несамодвойственной, немонотонной и нелинейной функциях. Полнота системы булевых функций.
12. Теорема Поста о функциональной полноте. Базисы в системе логических функций.
13. Контрольная работа по теме “Алгебра логики”.
14. Формулы логики высказываний и их виды.
15. Проблема разрешимости в логике высказываний и методы ее решения. Правильность рассуждений.
16. Контрольная работа по теме “Логика высказываний”.
17. Способы задания графов. Основная теорема теории графов.
18. Операции над графами. Маршруты, цепи и циклы в графах. Связные графы.
19. Вершинная и реберная связность графов. Расстояния в графе. Изоморфизм графов. Разрезы в графе.
20. Деревья. Двудольные, эйлеровы и гамильтоновы графы.
21. Контрольная работа по теме “Неориентированные графы”.

22. Планарные графы. Раскраска графов.
23. Ориентированные графы.
24. Экстремальные задачи и алгоритмы на графах.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

1. Павлов И.С., Харчева А.А. Сборник задач по дискретной математике // Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2017, 52 с.
2. Павлов И.С., Харчева А.А. Сборник задач по теории конечных графов // Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2022, 72 с.

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Аудиторная контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-3:**

##### **Вариант 1.**

1. Из группы в 11 человек выбирают четырех участников эстафеты. Сколькими способами можно расставить спортсменов по этапам эстафеты, если на заключительный этап есть лишь 2 претендента?
2. В студенческой группе, состоящей из 20 человек, при выборе старосты группы за выдвинутую кандидатуру проголосовали 12 человек, против – 6, воздержались – 2. Сколькими способами могло быть проведено такое голосование?
3. Сколько трехзначных чисел, делящихся на 3, можно составить из цифр 0, 1, 3, 5, 7, если каждое число не должно содержать одинаковых цифр?

##### **Вариант 2**

1. Два почтальона должны разнести 10 писем по 10 адресам. Сколькими способами они могут распределить работу, если каждый почтальон должен доставить не менее 4 писем ?
2. На складе хранятся 20 пар ботинок 41-го, 42-го и 43-го размеров. Сколько возможно различных комбинаций размеров ботинок (например, 5 пар 41-го размера, 11 пар 42-го размера и 4 пары 43-го размера; ничем иным, кроме размера, пары ботинок друг от друга не отличаются)?

3. В шахматном турнире участвуют 8 шахматистов третьего разряда, 6 – второго и 2 перворазрядника. Определите количество таких составов первого тура, чтобы шахматисты одной категории встречались между собой (цвет фигур не учитывается).

### Критерии оценивания (оценочное средство - Аудиторная контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой.
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично».
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо».
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо».
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно».
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо».
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо».

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
		не зачтено			зачтено		

<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»

не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

**5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

**5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Практическая задача) для оценки сформированности компетенции ОПК-3**

1. Докажите, что для всех натуральных  $n$  верно равенство:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

2. Докажите, что для всех натуральных  $n$  верно неравенство:  $4^n \geq 3^n + n^2$ .

3. Доказать, что для всех натуральных  $n$  справедливо утверждение:

$7^{n+1} + 8^{2n-1}$  делится без остатка на 19.

4. Числовая последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  задана условиями:  $a_1 = \frac{14}{3}$ ,

$$a_{n+1} = \frac{1}{3}(27a_n + 32). \text{ Докажите, что } a_n = \frac{2}{3}(9^n - 2), \text{ где } n \in \mathbf{N}.$$

5. Проверьте на диаграмме Венна, выполняется ли тождество:  $(A \cap B) \otimes C = (A \otimes C) \cap (B \otimes C)$  ?

6. Упростите выражение с помощью законов алгебры множеств:

$$(A \cap B) \cup (\overline{A \cup C}) \cup (A \setminus B).$$

7. Составьте матрицу для заданного на множестве  $X$  бинарного отношения  $\rho$ . Является ли  $\rho$  отношением эквивалентности или порядка (полного или частичного? строгого или нестрогого)? Найдите  $\rho^{-1}$  и  $\rho \circ \rho^{-1}$ . Какова мощность булеана  $2^X$  ?

$X = \{1, 3, 4, 6, 7\}$ ,  $\rho = \{ \langle a, b \rangle, a, b \in X \mid a - b - \text{четное число} \}$ .

8. Даны 2 множества:  $A=\{1; 2\}$ ,  $B=\{5; 6; 7\}$ .

а) Составьте множества  $B \times A$  и  $2^A \times B$ .

б) Какова мощность множества  $A \times 2^B \times B$  ?

Выпишите любые 4 элемента этого множества.

в) Из каких элементов состоит заданное на множестве  $B \times A$  бинарное отношение  $\rho = \{\langle b, a \rangle, a \in A, b \in B \mid b - a - \text{простое число}\}$ ?

Постройте матрицу такого отношения. Найдите  $D_\rho$  и  $E_\rho$ .

9. Бинарные отношения  $\rho_1$  и  $\rho_2$  заданы матрицами. Постройте матрицу композиции  $\rho_1 \circ \rho_2$ .

$$\|\rho_1\| = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \end{array} & \|\rho_2\| = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{array} \end{array} \end{array}$$

Является ли отношение  $\rho_1 \circ \rho_2$  рефлексивным, симметричным, транзитивным?

Составьте  $(\rho_1 \circ \rho_2)^{-1}$ .

10. Из букв разрезной азбуки составлено слово МАТЕМАТИКА. Затем все буквы этого слова перевернули лицевой стороной вниз и перемешали. Наудачу последовательно извлекают из них 4 буквы. В скольких вариантах взятые 4 буквы с учетом перестановок могут образовать слово ТЕМА?

11. Десять групп занимаются в десяти расположенных подряд аудиториях. Сколько существует вариантов расписания, при которых группы №1 и №2 находились бы в соседних аудиториях?

12. В копилке хранятся 30 монет достоинством 1, 2 и 5 рублей. Сколько существует различных комбинаций монет (например, 3 монеты по 1 рублю, 17 монет по 2 рубля и 10 монет по 5 рублей)?

13. 7 яблок и 3 груши надо положить в 2 пакета так, чтобы в каждом пакете была хотя бы 1 груша (сами пакеты считаются неразличимыми), и количество фруктов в них было одинаковым. Сколькими способами это можно сделать?

14. За последние 2 года из 150 артистов московского цирка на гастролях во Владивостоке побывали 42 человека, в Минске – 56 человек, в Новосибирске – 48 человек. Во всех трех вышеназванных городах не побывал никто. Сколько артистов не побывали ни в одном из этих городов, если 2 города посетило 40 человек?

15. Сколько различных перестановок можно образовать из букв слова “КОЛОКОЛ”?

16. Составьте СДНФ и полином Жегалкина для формулы  $(x \sim y) \vee ((\bar{x} \rightarrow z) \& \bar{y})$ .
17. Докажите рассуждениями или с помощью законов логики высказываний равносильность  $(A \sim B) \rightarrow ((A \vee C) \& (B \vee C)) \equiv A \vee B \vee C$
18. Докажите или опровергните рассуждениями тождественную истинность формулы  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$ .
19. Пусть  $A, B$  и  $C$  – жители острова, обитатели которого относятся либо к “рыцарям”, всегда говорящим только правду, либо к “лжецам”, изрекающим только ложь.  $B$  говорит: “Неверно, что  $A$  и  $C$  - рыцари”.  $C$  говорит: “Если  $A$  – рыцарь, то  $B$  тоже рыцарь”. Кто  $A$ , кто  $B$  и кто  $C$ ?

### Критерии оценивания (оценочное средство - Практическая задача)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	В целом удовлетворительная подготовка. Студент дает полный ответ на теоретический вопрос (допускаются небольшие неточности при формулировке теорем и их доказательстве), а также решает практические задачи без грубых ошибок. Студент посещал практические занятия и активно на них работал. Выполнение контрольных зачетных заданий от 50 до 100%.
не зачтено	Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы на теоретические вопросы, допускает грубые ошибки при решении практических задач. Выполнение контрольных зачетных заданий до 50%.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-3

1. Краткие сведения из истории возникновения теории графов. Определение графа. Области применения теории графов.
2. Способы задания неориентированных графов.
3. Степени вершин. Основная теорема теории графов и ее следствие. Виды неориентированных графов.
4. Дополнение к графу. Подграфы и их виды. Операции над графами.
5. Маршруты, цепи и циклы в графе. Цикломатическое число. Свойства маршрутов и циклов.
6. Связность графов. Матрица связности (достижимости). Теорема о числе маршрутов в неориентированном графе (без доказательства). Критерий связности графа.
7. Теорема об оценке числа ребер графа через число вершин и число компонент связности.
8. Мосты и разделяющие вершины. Признаки моста. Вершинная и реберная связности.  $N$ -связные графы. Следствие из теоремы об оценке числа ребер графа через число вершин и число компонент связности.
9. Расстояния в графе. Диаметр, радиус и центр графа.
10. Изоморфизм графов. Алгоритм решения задач на определение изоморфных графов.

11. Теоремы о количестве помеченных графов с  $p$  вершинами и с  $p$  вершинами и  $q$  ребрами.  
Асимптотическая формула Пойа для числа непомеченных графов.
12. Теоремы о количестве ребер в связных графах с циклами и без циклов.
13. Неориентированные (свободные) деревья. Кодирование деревьев. Матричная теорема Кирхгофа о деревьях (без доказательства). Количество помеченных деревьев с  $p$  вершинами.
14. Основные свойства свободных деревьев.
15. Двудольные графы. Критерий двудольности графа.  $k$ -дольные графы.
16. Эйлеровы и полуэйлеровы графы. Критерий существования в графе эйлеровой цепи.
17. Леммы для доказательства теоремы Эйлера об эйлеровых графах (критерия эйлеровости графа).
18. Теорема Эйлера об эйлеровых графах (критерий эйлеровости графа). Решение задачи о кенигсбергских мостах.
19. Теорема об оценке числа эйлеровых графов.
20. Гамильтоновы графы. Теорема об оценке числа гамильтоновых графов (без доказательства).  
Задача коммивояжера. Сравнение задач отыскания эйлеровых и гамильтоновых циклов.
21. Теорема Дирака (достаточное условие гамильтоновости графа).
22. Достаточные условия гамильтоновости графа (теоремы Оре и Хватала – без доказательства),  
необходимое условие гамильтоновости графа (о разделяющих вершинах графа).
23. Планарные графы. Подразбиение и стягивание ребер. Теоремы Понтрягина-Куратовского и Вагнера (без доказательства). Теорема об оценке числа планарных графов (без доказательства).
24. Теорема о количестве граней связного планарного графа.
25. Следствия из теоремы о количестве граней связного планарного графа.
26. Вершинная и реберная раскраски графов. Хроматическое число и хроматический индекс, их оценки.
27. Проблема четырех красок. История ее возникновения и решения.
28. Теорема о 5 красках.
29. Ориентированные графы и их виды. Основная теорема теории графов для орграфов. Связь с бинарными отношениями.
30. Способы задания ориентированных графов.
31. Маршруты, пути и контуры в орграфе. Свойства путей и контуров. Теорема о числе ориентированных маршрутов в орграфе (без доказательства). Критерий существования контура в орграфе.
32. Связность орграфов и ее виды. Компоненты сильной связности орграфа. Конденсация орграфа.
33. Теорема о вычислении матриц достижимости и сильной связности (без доказательства).  
Алгоритм выделения компонент сильной связности в орграфе.
34. Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья. Их сравнительный анализ и области применения. Свойства ориентированных деревьев (без доказательства).
35. Независимое множество вершин. Вершинное число независимости и его оценки. Алгоритм построения независимого множества вершин. Понятие клики графа. Взаимосвязь задач о клике и о независимом множестве вершин.
36. Независимое множество ребер (паросочетание). Реберное число независимости. Построение наибольшего паросочетания методом чередующихся цепей.
37. Покрывающие множества вершин и ребер. Теоремы о связи чисел независимости и покрытий в общем случае и для двудольного графа (без доказательства).
38. Обходы графов. Алгоритмы поиска в ширину и глубину. Теорема о поисках в ширину и глубину.
39. Алгоритм поиска минимального маршрута в ненагруженном (ор)графе.
40. Алгоритмы выделения эйлерова цикла и эйлеровой цепи в связном мультиграфе.
41. Построение остова минимального веса. Алгоритмы Прима и Краскала.
42. Задача о нахождении минимального маршрута в нагруженном орграфе. Алгоритм Дейкстры.

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)**

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Высокий уровень подготовки, безупречное владение теоретическим материалом, студент демонстрирует творческий подход к решению нестандартных ситуаций. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждая теоретический материал практическими примерами из практики. Студент активно работал на практических занятиях. 100 %-ное выполнение контрольных экзаменационных заданий.
отлично	Высокий уровень подготовки с незначительными ошибками. Студент дал полный и развернутый ответ на все теоретические вопросы билета, подтверждает теоретический материал практическими примерами из практики. Студент активно работал на практических занятиях. Выполнение контрольных экзаменационных заданий на 90% и выше.
очень хорошо	Хорошая подготовка. Студент дает ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, процессов и т.п. Студент активно работал на практических занятиях. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 80 до 90%.
хорошо	В целом хорошая подготовка с заметными ошибками или недочетами. Студент дает полный ответ на все теоретические вопросы билета, но имеются неточности в определениях понятий, процессов и т.п. Допускаются ошибки при ответах на дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора. Студент работал на практических занятиях. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 70 до 80%.
удовлетворительно	Минимально достаточный уровень подготовки. Студент показывает минимальный уровень теоретических знаний, делает существенные ошибки при решении практических задач, но при ответах на наводящие вопросы может правильно сориентироваться и в общих чертах дать правильный ответ. Студент посещал практические занятия. Выполнение контрольных экзаменационных заданий от 50 до 70%.
неудовлетворительно	Подготовка недостаточная и требует дополнительного изучения материала. Студент дает ошибочные ответы, как на теоретические вопросы билета, так и на наводящие и дополнительные вопросы экзаменатора. Студент пропустил большую часть практических занятий. Выполнение контрольных экзаменационных заданий до 50%.
плохо	Подготовка абсолютно недостаточная. Студент не отвечает на поставленные вопросы. Студент отсутствовал на большинстве лекций и практических занятий. Выполнение контрольных экзаменационных заданий менее 20 %.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

## Основная литература:

1. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки дипломир. специалистов "Информатика и вычисл. техника". - СПб. : Питер, 2004. - 302 с. : ил. - (Учебник для вузов). - ISBN 5-94723-355-X : 130.00., 1 экз.
2. Ерусалимский Я. М. Дискретная математика. Теория и практикум : учебник для вузов / Ерусалимский Я. М. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 476 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-46767-9., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=862862&idb=0>.
3. Иванов Б. Н. Дискретная математика и теория графов : учебное пособие / Б. Н. Иванов. - Москва : Юрайт, 2023. - 177 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-14470-3. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=840314&idb=0>.
4. Гостин А. М. Дискретная математика. Теория графов / Гостин А. М., Корячко В. П. - Рязань : РГРТУ, 2006. - 80 с. - Допущено Учебно-методическим объединением вузов по университетскому политехническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 230100 «Информатика и вычислительная техника», специальности 230104 «Системы автоматизированного проектирования». - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции РГРТУ - Математика. - ISBN 5-7722-0252-9., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=752546&idb=0>.

## Дополнительная литература:

1. Евстигнеев Владимир Анатольевич. Применение теории графов в программировании / под ред. А. П. Ершова. - М. : Наука, 1985. - 352 с. : ил. - (Библиотечка программиста). - 1.20., 2 экз.
2. Карпов Д. В. Теория графов / Карпов Д. В. - Москва : МЦНМО, 2022. - 555 с. - Книга из коллекции МЦНМО - Математика. - ISBN 978-5-4439-3690-1., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=860409&idb=0>.
3. Алексеев Владимир Евгеньевич. Теория графов : учебное пособие / В. Е. Алексеев, Д. В. Захарова ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2017. - 119 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=822611&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://www.intuit.ru/studies/courses/13859/1256/info>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 10.05.02 - Информационная безопасность телекоммуникационных систем.

Автор(ы): Павлов Игорь Сергеевич, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Павлов Игорь Сергеевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 18 декабря 2023 года, протокол № 09/23.