

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**федеральное государственное автономное**  
**образовательное учреждение высшего образования**  
**«Национальный исследовательский**  
**Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
решением ученого совета ННГУ  
протокол от " 27 апреля 2022 г. № 6

**Рабочая программа дисциплины**

**Нелинейные волны**

Уровень высшего образования  
**Подготовка научных и научно-педагогических кадров**

Программа аспирантуры  
**Радиофизика**

Научная специальность  
**1.3.4 Радиофизика**

Форма обучения  
**Очная**

Нижний Новгород  
2022 год

## **1. Место и цель дисциплины в структуре ПА**

Дисциплина «Нелинейные волны» относится к числу элективных дисциплин образовательного компонента программы аспирантуры и изучается на 2-ом году обучения в 3-ем семестре.

**Цель дисциплины** – дать выпускникам аспирантуры научно обоснованные представления о широком круге нелинейных явлений в электродинамике (в резонансных средах, диэлектриках, ферритах и плазме), гидродинамике, химии и некоторых других областях науки и техники, а также научить их современным методам отыскания базисных (точных) решений нелинейных уравнений в частных производных, с помощью которых описываются разнообразные нелинейные эффекты и физические процессы.

## **2. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

Выпускник, освоивший программу, должен

**Знать** физическую природу нелинейно-оптических свойств различных сред, находящихся под воздействием мощного лазерного излучения, и основные принципы взаимодействия излучения со средой;

**Уметь** видеть общее (используя колебательно-волновую аналогию) в нелинейных явлениях в различных средах и применять основные уравнения (законы) нелинейной оптики для решения конкретных физических задач;

**Владеть** основами современного математического аппарата отыскания базисных решений широкого класса нелинейных уравнений в частных производных для объяснения нелинейных эффектов в различных системах и средах.

## **3. Структура и содержание дисциплины.**

Объем дисциплины (модуля) составляет 2 з.е., всего - 72 часа, из которых 36 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (занятия лекционного типа), 36 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

**Таблица 1**

**Структура дисциплины**

Наименование раздела дисциплины	Всего, часов	В том числе					Самостоятельная работа обучающегося, часов
		Контактная работа, часов				Всего	
Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Консультации				
1. Введение	4	2				2	2
2. Трёхчастотные взаимодействия в квадратичной среде	8	4				4	4
3. Четырёхчастотные взаимодействия в кубической среде	4	2				2	2
4. Взаимодействие волн при вынужденном комбинационном расщеплении (ВКР) лазерного излучения	6	3				3	3
5. Взаимодействие волн лазерного излучения и звука при	6	3				3	3

<b>вынужденном рассеянии Мандельштама-Бриллюена (ВРМБ)</b>							
<b>6. Пучки в нелинейной оптике</b>	4	2				2	2
<b>7. Обращение волнового фронта (ОВФ) при отражении лазерного излучения от нелинейной среды</b>	4	2				2	2
<b>8. Двумерные лазерные пучки в активной резонансной среде с линейной диссипацией энергии</b>	2	1				1	1
<b>9. Солитонное решение уравне- ния Кортевега и де Вриза (КДВ)</b>	4	2				2	2
<b>10. Солитонное решение уравне- ния Синус-Гордон (СГ)</b>	2	1				1	1
<b>11. Солитонное решение нелинейного уравнения Шредингера (НУШ)</b>	4	2				2	2
<b>12. Самоиндцированная про- зрачность двухуровневой погло- щающей среды</b>	4	2				2	2
<b>13. Стационарные световые им- пульсы в усиливающей резонанс- ной среде при наличии линей- ного поглощения</b>	4	2				2	2
<b>14. Решение нелинейных уравне- ний методом обратной задачи рассеяния (ОЗР)</b>	8	4				4	4
<b>15. Решение нелинейных уравне- ний с помощью автопре- образования Бэклунда</b>	4	2				2	2
<b>16. Обзор новых методов отыска- ния точных решений нели- нейных уравнений</b>	4	2				2	2
<b>Промежуточная аттестация: – зачет</b>							

<b>Итого</b>	<b>72</b>	<b>36</b>				<b>36</b>	<b>36</b>
--------------	-----------	-----------	--	--	--	-----------	-----------

**Таблица 2**  
**Содержание дисциплины**

<b>№ п/п</b>	<b>Наименование раздела дисциплины</b>	<b>Содержание раздела</b>	<b>Форма проведения занятия</b>	<b>Форма текущего контроля*</b>
1	Введение	Основные свойства линейных и нелинейных сред. Диспергирующие и поглащающие среды. Физическая природа нелинейности, дисперсии и поглощения в электродинамике. Соотношения Крамерса-Кронига. Закономерности образования гармоник в нелинейной среде с дисперсией.	Лекции	-

Часть 1. Нелинейная оптика				
2	Трехчастотные взаимодействия в квадратичной среде.	Условия трехчастотного взаимодействия волн в квадратичной среде. Дисперсия и синхронизм. Описание трехвольновых взаимодействий. Законы сохранения в среде без потерь. Соотношения Менли-Роу. Генерация второй гармоники. Взаимодействие волн в непоглощающей среде при точном синхронизме. Учет расстройки синхронизма. Влияние линейных потерь. Параметрические процессы в квадратичной среде. Параметрическое преобразование частоты вниз при высокочастотной накачке. Эффективность преобразования частоты вверх и вниз.	Лекции	выборочная проверка одного из разделов портфолио, предоставленного проверяющему по электронной почте
3	Четырехчастотные взаимодействия в кубичной среде.	Условия четырехчастотного взаимодействия. Основные уравнения четырехвольнового взаимодействия. Первые интегралы уравнений в отсутствие диссипации (соотношения Менли-Роу). Генерация третьей гармоники в непоглощающей среде. Влияние эффекта Керра на коэффициент преобразования в третью гармонику.	Лекции	выборочная проверка одного из разделов портфолио, предоставленного проверяющему по электронной почте
4	Взаимодействие волн при вынужденном комбинационном рассеянии (ВКР) лазерного излучения.	Физическая природа ВКР. Стоксово излучение. Основные уравнения процесса ВКР. Порог генерации. Законы сохранения в отсутствие диссипации. Вынужденное комбинационное рассеяние вперед. Преобразование энергии накачки в волну стоксова излучения при ВКР назад. Антистоксово излучение.	Лекции	выборочная проверка одного из разделов портфолио, предоставленного проверяющему по электронной почте

5	Взаимодействие волн лазерного излучения и звука при вынужденном рассеянии Мандельштама-Бриллюэна (ВРМБ).	Физическая природа ВРМБ. Основные уравнения ВРМБ. Усиление стоксова излучения – трехчастотное взаимодействие. Порог возбуждения. Законы сохранения в непоглощающей среде. Стоково рас-сияние вперед. Усиление стоксова излучения назад при ВРМБ. Основные уравнения. Законы сохранения. Расчет излучаемой мощности. Приближение заданного поля накачки.	Лекции	выборочная проверка одного из разделов портфолио, предоставленного проверяющему по электронной почте
6	Пучки в нелинейной оптике.	Преобразование частот в волновых пучках в квадратичной среде. Основные уравнения. Параметрическое приближение. Взаимодействие двух усиливаемых пучков при постоянной высокочастотной накачке. Уравнения одноволнового приближения. Дифракция усиливаемых волн и эффект аномальной фокусировки. Параметрическая диффузия.	Лекции	-
7	Обращение волнового фронта (ОВФ) при отражении лазерного излучения от нелинейной среды.	ОВФ при четырехволновом взаимодействии (ЧВ) в кубичной среде. ОВФ при ВКР. ОВФ при ВРМБ.	Лекции	-
8	Двумерные лазерные пучки в активной резонансной среде с линейной диссипацией энергии	Стационарные электромагнитные пучки в активной двухуровневой среде. Условия канализации светового пучка в резонансной среде с неоднородным распределением инверсии и неоднородным линейным поглощением. Свойства нелинейного волновода в однородно уширенной резонансной	Лекции	-

		среде с одно-родным распределением инверсии и неоднородным линейным поглощением.		
<b>Часть 2. Солитоны – новое понятие в прикладных науках</b>				
9	Солитонное решение уравнения Кортевега и де Бриза (КДВ).	Использование уравнения КДВ в физике. Основные свойства уравнения КДВ. Стационарные решения уравнения КДВ – кноидаль-ные волны. Фазовая плос-кость стационарных волн. Однопараметрическое семейство солитонных решений уравнения КДВ и его свойства: амплитуда, скорость распространения и пространственный масштаб уединённой волны.	Лекции	выборочная проверка одного из разделов портфолио, предоставленного проверяющему по электронной почте
10	Солитонное решение уравнения Синус-Гордон (СГ).	Применение уравнения СГ в физике. Основные свойства уравнения СГ. Солитонное решение уравнения СГ и его основные свойства. Стационарные решения уравнения СГ – осциллиру-ющие и спиральные волны. Фазовая плоскость стационарных волн.	Лекции	выборочная проверка одного из разделов портфолио, предоставленного проверяющему по электронной почте
11	Солитонное решение нелинейного уравнения Шредингера (НУШ).	Использование НУШ в физике. Основные свойства НУШ. Солитонное решение НУШ и его основные свойства. Стационарное решение НУШ. Фазовая плоскость стационарных волн.	Лекции	выборочная проверка одного из разделов портфолио, предоставленного проверяющему по электронной почте
12	Самоиндукционная прозрачность двухуровневой поглощающей среды.	Основные уравнения электромагнитного излучения в резонансной среде. Уравнения для медленных амплитуд коротких импульсов поля, поляризации и разности населённостей уровней рабочего перехода резонанс-ной	Лекции	-

		(двууровневой) среды. Основные свойства укороченных уравнений и их солитонное решение для поля на резонансной частоте. Свойства солитон-ного решения: амплитуда, скорость и длительность стационарного $2\pi$ -импульса.		
13	Стационарные световые импульсы в усиливающей резонансной среде при наличии линейного поглощения.	Уравнения баланса для медленных амплитуд короткого импульса поля и разности населённостей в активной двууровневой среде. Солитонное решение уравнений баланса и его основные свойства: энергия, форма и скорость стационарного импульса.	Лекции	-
14	Решение нелинейных уравнений методом обратной задачи рассеяния (ОЗР).	Решение стационарного уравнения Шредингера и определение спектральных данных его потенциала. Обратная спектральная задача – восстановление потенциала с помощью решения уравнения Гельфанд-Левитана-Марченко (ГМЛ). Постановка ОЗР на примере уравнения КДВ. Эволюция спектральных данных во времени. Примеры расчетов коэффициентов рассеяния и их эволюционных изменений. Примеры решений уравнений ГМЛ и наход-дения многосолитонных решений уравнения КДВ. Понятие об LA-паре линейных операторов. Альтернативная версия ОЗР. LA-пары операторов уравнений КДВ и НУШ.	Лекции	выборочная проверка одного из разделов портфолио, предоставленного проверяющему по электронной почте
15	Решение нелинейных уравнений с помощью	Преобразования Бэкунда. Автопреобразование Бэкунда (АПБ) и	Лекции	выборочная проверка одного из разделов

	автопреобразования Бэклунда.	постановка задачи об отыскании иерархической системы решений нелинейного уравнения. Диаграмма Лэмба. АПБ уравнения СГ и его многосолитонные решения. АПБ уравнения КДВ.		портфолио, предоставленного проверяющему по электронной почте
16	Обзор новых методов отыскания точных решений нелинейных уравнений.	Преобразование Хопфа-Хироты. Преобразование Миуры и законы сохранения. Метод вариации параметров стационарных волн.	Лекции	-

#### 4. Формы организации и контроля самостоятельной работы обучающихся

4.1. Еженедельно текст прочитанной лекции и соответствующие вопросы для контроля текущей успеваемости из списка 4.2 рассылаются по электронной почте обучающимся для стимулирования самостоятельной внеаудиторной работы и создания личного **портфолио** по дисциплине «Нелинейные волны».

#### 4.2. Список вопросов для контроля текущей успеваемости

Написать необходимые выражения и объяснить содержание следующих **понятий**:

1. **Нелинейность среды.** Сравнение свойств линейных нелинейных сред.
2. **Дисперсия и диссипация** среды. Влияние дисперсии и диссипации на распространение волн.
3. Природа **дисперсии и диссипации** среды в электродинамике. Соотношения Крамерса-Кронига.
4. Условия образования частотных гармоник в нелинейной диспергирующей среде.
5. **Квадратичная среда.** Условия и типы трехчастотного взаимодействия.
6. Законы сохранения в непоглощающей **квадратичной среде**.
7. Влияние **синхронизма** и граничных условий на процесс образования второй гармоники в **квадратичной среде** по двухволновой схеме  $1^\circ + 1^\circ = 2^\circ$ .
8. Параметрическое приближение трёхволнового взаимодействия при **низкочастотной накачке в квадратичной среде** (общая характеристика процесса).
9. Параметрическое приближение трёхволнового взаимодействия при **высокочастотной накачке в квадратичной среде** (общая характеристика процесса).
10. **Кубичная среда.** Условия и разновидности четырехчастотного взаимодействия.
11. Законы сохранения в непоглощающей **кубичной среде**.
12. Влияние **эффекта Kerr** и **синхронизма** на эффективность процесса образования третьей гармоники в **кубичной среде**.
13. Природа **комбинационного рассеяния** и **вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР)** лазерного излучения.
14. Законы сохранения при **ВКР** лазерного излучения.
15. Сравнительная характеристика процессов образования **стоксова** излучения **вперёд** и **назад** при **ВКР** поля лазерной генерации.
16. Условия эффективной генерации **антистоксова** излучения при **ВКР** лазерного излучения.

17. Природа *рассеяния Мандельштама-Бриллюэна* и *вынужденное рассеяние Мандельштама-Бриллюэна (ВРМБ)*.
18. Законы сохранения при *ВРМБ* лазерного излучения и *гиперзвука*.
19. Сравнительная характеристика процессов образования *стоксова* излучения *вперёд* и *назад* при *ВРМБ* поля лазерной генерации и *гиперзвука* (при условии *синхронизма*).
20. *Обращение волнового фронта (ОВФ)* при четырехволновом взаимодействии (ЧВ) в нелинейной кубичной среде.
21. Основные свойства *солитонного* решения *уравнения КdВ*.
22. Основные свойства *солитонного* решения *уравнения Синус-Гордон*.
23. Основные свойства *солитонного* решения *нелинейного уравнения Шредингера*.
24. *Самоиндущированная прозрачность (СИ)* резонансной поглощающей среды (условия реализации *СИ*, основные параметры *солитонного* импульса и процесса его распространения).
25. Стационарный короткий импульс солитонного типа в активной резонансной среде (условия реализации, основные параметры *солитонного* импульса и процесса его распространения).
26. *Метод обратной задачи рассеяния (ОЗР)* – новый метод отыскания точных решений нелинейных уравнений в частных производных.
27. *Автопреобразование Бэкунда (АПБ)* – новый метод отыскания точных решений нелинейных уравнений в частных производных.

- 4.3.** Как оценочный способ контроля самостоятельной работы аспирантов и одновременно разновидность интерактивного обучения используется форма выборочной проверки (в соответствии со **списком вопросов 4.2**) состояния отдельных частей индивидуального **портфолио** обучающегося не менее двух раз в течение семестра.
- 4.4.** Трансляции по электронной почте на адреса всех аспирантов, изучающих дисциплину «**Нелинейные волны**», ответа преподавателя на индивидуальный вопрос (по программе дисциплины) одного из обучающихся.

## **5. Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине**

### **5.1. Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.**

При выполнении всех работ учитываются следующие **основные критерии**:

- уровень теоретических знаний (подразумевается не только формальное воспроизведение информации, но и понимание предмета, которое подтверждается правильными ответами на дополнительные, уточняющие вопросы);
- умение использовать теоретические знания при анализе конкретных проблем, ситуаций;
- качество изложения материала, то есть обоснованность, четкость, логичность ответа, а также его полнота (то есть содержательность, не исключающая сжатости);
- способность устанавливать внутри- и межпредметные связи,
- оригинальность мышления, знакомство с дополнительной литературой и другие факторы.

**Описание шкалы оценивания на промежуточной аттестации в форме зачета**

Оценка	Уровень подготовленности, характеризуемый оценкой
<i>Зачтено</i>	владение программным материалом, понимание сущности рассматриваемых процессов и явлений, умение самостоятельно обозначить проблемные ситуации в организации научных исследований, способность критически анализировать и сравнивать существующие подходы и методы к оценке результативности научной деятельности, свободное владение источниками, умение четко и ясно излагать результаты собственной работы, следовать нормам, принятым в научных дискуссиях.
<i>Не засчитано</i>	непонимание смысла ключевых проблем, недостаточное владение научеведческой терминологией, неумение самостоятельно обозначить проблемные ситуации, неспособность анализировать и сравнивать существующие концепции, подходы и методы, неумение ясно излагать результаты собственной работы, следовать нормам, принятым в научных дискуссиях.

**5.2. Примеры типовых контрольных заданий или иных материалов, используемых для оценивания результатов обучения по дисциплине**

Написать необходимые выражения и объяснить содержание следующих **понятий**:

1. **Нелинейность среды.** Сравнение свойств линейных нелинейных сред.
2. **Дисперсия и диссиляция** среды. Влияние дисперсии и диссиляции на распространение волн.
3. Природа **дисперсии** и **диссиляции** среды в электродинамике. Соотношения Крамерса-Кронига.
4. Условия образования частотных гармоник в нелинейной диспергирующей среде.
5. **Квадратичная среда.** Условия и типы трехчастотного взаимодействия.
6. Законы сохранения в непоглощающей **квадратичной среде**.
7. Влияние **синхронизма** и граничных условий на процесс образования второй гармоники в **квадратичной среде** по двухволновой схеме  $1^\circ + 1^\circ = 2^\circ$ .
8. Параметрическое приближение трёхволнового взаимодействия при **низкочастотной накачке в квадратичной среде** (общая характеристика процесса).
9. Параметрическое приближение трёхволнового взаимодействия при **высокочастотной накачке в квадратичной среде** (общая характеристика процесса).
10. **Кубичная среда.** Условия и разновидности четырехчастотного взаимодействия.
11. Законы сохранения в непоглощающей **кубичной среде**.
12. Влияние **эффекта Керра** и **синхронизма** на эффективность процесса образования третьей гармоники в **кубичной среде**.
13. Природа **комбинационного рассеяния** и **вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР)** лазерного излучения.
14. Законы сохранения при **ВКР** лазерного излучения.
15. Сравнительная характеристика процессов образования **стоксова** излучения **вперёд и назад** при **ВКР** поля лазерной генерации.
16. Условия эффективной генерации **антистоксова** излучения при **ВКР** лазерного излучения.
17. Природа **рассеяния Мандельштама-Бриллюэна** и **вынужденное рассеяние Мандельштама-Бриллюэна (ВРМБ)**.
18. Законы сохранения при **ВРМБ** лазерного излучения и **гиперзвука**.
19. Сравнительная характеристика процессов образования **стоксова** излучения **вперёд и назад** при **ВРМБ** поля лазерной генерации и **гиперзвука** (при условии **синхронизма**).

20. *Обращение волнового фронта (ОВФ)* при четырехволновом взаимодействии (ЧВ) в нелинейной кубичной среде.
21. Основные свойства *солитонного* решения *уравнения КdВ*.
22. Основные свойства *солитонного* решения *уравнения Синус-Гордон*.
23. Основные свойства *солитонного* решения *нелинейного уравнения Шредингера*.
24. *Самоиндущированная прозрачность (СИ)* резонансной поглощающей среды (условия реализации *СИ*, основные параметры *солитонного* импульса и процесса его распространения).
25. Стационарный короткий импульс солитонного типа в активной резонансной среде (условия реализации, основные параметры *солитонного* импульса и процесса его распространения).
26. *Метод обратной задачи рассеяния (ОЗР)* – новый метод отыскания точных решений нелинейных уравнений в частных производных.
27. *Автопреобразование Бэкунда (АПБ)* – новый метод отыскания точных решений нелинейных уравнений в частных производных.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) Основная литература:

1. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. *Проблемы нелинейной оптики*. М.: ВИНТИ, 1964, 295 с.
2. Бломберген Н. *Нелинейная оптика*. М.: Мир, 1966, 360 с.
3. Уизем Дж. *Линейные и нелинейные волны*. М.: Мир, 1977, 622 с.
4. Виноградова М.В., Руденко О.В., Сухоруков А.П. *Теория волн*. М.: Наука, 1990, 432 с.
5. Скотт Э. *Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике*. М.: Сов. радио, 1977, 368 с.
6. Карпман В.И. *Нелинейные волны в диспергирующих средах*. М.: Наука, 1973, 175 с.
7. Колоджеро Ф., Дегасперис А. *Спектральные преобразования и солитоны*. М.: Мир, 1985, 469 с.

б) Дополнительная литература:

1. Шён И.Р. *Принципы нелинейной оптики*. М.: Наука, 1989, 560 с.
2. Ярив А. *Квантовая электроника*. М.: Сов. Радио, 1980, 488 с.
3. Ярив А., Юх П. *Оптические волны в кристаллах*. М.: Мир, 1987, 616 с.
4. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. *Прикладная нелинейная оптика*. М.: Радио и связь, 1982, 352 с.
5. Ньюэлл А. *Солитоны в математике и физике*. М.: Мир. 1989, 324 с.
6. *Солитоны*. Пер. с англ./Под ред. Р. Буллафа, Ф. Кодри.- М.: Мир, 1983, 408 с.
7. Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. *Солитоны и нелинейные волновые уравнения*. М.: Мир, 1988, 694 с.

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

- помещения для проведения занятий: лекционного типа, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования и помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ;

- материально-техническое обеспечение, необходимое для реализации дисциплины, включая лабораторное оборудование;
- лицензионное программное обеспечение: *Windows, Microsoft Office*;
- обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечиваются электронными и (или) печатными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, Положением о подготовке научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре) (Постановление Правительства РФ от 30.11.2021 № 2122), Федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре) (Приказ Минобрнауки РФ от 20.10.2021 № 951).

Автор: к.ф.-м.н., доцент Н.Д. Миловский

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент А.П. Савикин

Заведующий кафедрой электродинамики: д.ф.-м.н., проф. А.В. Кудрин

**Программа одобрена** на заседании Методической комиссии радиофизического факультета от «20» января 2022 года, протокол № 01/22.