

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от «30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

**Проекционные методы решения
краевых задач**

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

магистратура

Направление подготовки / специальность

01.04.01 – Математика

Направленность образовательной программы
Фундаментальная математика и приложения

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижегород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части, Б1.О.12

1. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий.	<p>УК-1.1. Знать методы критического анализа проблемных ситуаций.</p> <p>УК-1.2. Уметь вырабатывать стратегию действий при возникновении критических ситуаций.</p> <p>УК-1.3. Владеть навыками системного подхода к анализу проблемных ситуаций.</p>	<p><i>Знать</i> основные научные подходы к построению приближенных решений базовых линейных краевых задач.</p> <p><i>Уметь</i> выделять и систематизировать основные идеи в предлагаемых методах решения краевых задач.</p> <p><i>Владеть</i> навыками анализа и систематизации информации при решении краевых задач, навыками выбора методов решения краевых задач.</p>	<i>Контрольные вопросы, экзамен</i>
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла.	<p>УК-2.1. Знать структуру жизненного цикла ИТ проекта.</p> <p>УК-2.2. Уметь адаптировать жизненный цикл под специфику конкретных ИТ проектов.</p>	<p><i>Знать</i> этапы решения краевых задач: сведение задачи к вариационной проблеме; решение вариационной проблемы; метод Галеркина.</p> <p><i>Уметь</i> контролировать решение краевой задачи: а) сведением к вариационной задаче; б) приближенные методы решения вариационной проблемы методом Ритца, методом конечных</p>	

	<p>УК-2.3. Владеть методами управления ИТ проектом на всех этапах его жизненного цикла.</p>	<p>элементов; методом Галеркина.</p> <p><i>Владеть</i> навыками управления решением задачи (проекта) на всех этапах её (его) решения.</p>	
<p><i>ОПК-2</i></p> <p>Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении</p>	<p>ОПК-2.1. Знать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении.</p> <p>ОПК-2.2. Уметь модифицировать, анализировать и реализовывать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении.</p> <p>ОПК-2.3. Владеть навыками модификации, анализа и реализации новых математических моделей в современном естествознании, технике, экономике и управлении.</p>	<p><i>Знать:</i> приближенные (проекционные) методы решения линейных краевых задач (Ритца, Галеркина); определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, базовые знания по использованию методов Ритца и Галеркина.</p> <p><i>Уметь</i> анализировать современные задачи и использовать на практике проекционные методы.</p> <p><i>Владеть</i> проекционными методами Ритца и Галеркина на практике при решении конкретных задач.</p>	<p><i>Контрольные вопросы, экзамен</i></p>

<p><i>ОПК-4</i></p> <p>Способен к организации и ведению инновационно-исследовательской деятельности</p>	<p>ОПК-4.1. Обладает знаниями в области организации и ведения инновационно-исследовательской деятельности.</p> <p>ОПК-4.2. Умеет осуществлять организацию и ведение инновационно-исследовательской деятельности.</p> <p>ОПК-4.3. Имеет практический опыт организации и ведения инновационно-исследовательской деятельности.</p>	<p>Знает организацию свойств математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства</p> <p><i>Умеет</i> вести инновационно-исследовательской деятельность в современных задачах и использовать на практике проекционные методы.</p> <p><i>Имеет</i> практический опыт организации проекционными методами Ритца и Галеркина на практике при решении конкретных задач.</p>	<p><i>Контрольные вопросы, экзамен</i></p>
---	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа): - занятия лекционного типа - занятия семинарского типа - КСРИФ	 16 16 1
самостоятельная работа	75
Промежуточная аттестация – зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)		В том числе										
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них									Самостоятельная работа обучающегося, часы	
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		Занятия лабораторного типа		Консультации		Всего		
Тема 1. О связи вариационных и краевых задач	14		4		4						8		6
Тема 2. Методы решения вариационных задач. Метод Ритца	20		6		6						12		8
Тема 3. Метод Галеркина	14		2		2						4		10
Тема 4 Основы теории метода конечных элементов	23		4		4						8		15
Промежуточная аттестация зачет	1												
Итого	72		16		16						32		39

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций.

Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет, экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

4.1. Виды самостоятельной работы студентов. Самостоятельная работа заключается в ознакомлении с теоретическим материалом по учебникам, монографиям и учебным пособиям, указанным в списке литературы, решении практических задач, самостоятельном выполнении при контроле со стороны преподавателя домашних заданий, подготовке к семинарам, ответах на вопросы самоконтроля. Для самостоятельной работы обучающимся даются электронные материалы по курсу. Обучающийся получает конкретное задание, готовит реферат и выступает на семинарском занятии.

4.2 Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов, практические задания для проведения текущего контроля.

1). Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова Численные методы

анализа.-М.: Наука, 1967.

2) Презентации лекций.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 6.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения,. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

	обучающего я от ответа	ошибки.	недочетами				
--	---------------------------	---------	------------	--	--	--	--

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

6.2.1 Контрольные вопросы (задания) на зачет

вопросы	Код формируемой компетенции
Основные понятия вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.	ОПК-2

Основная теорема вариационного метода решения краевых задач.	ОПК-2, УК-1
Сведение линейной краевой задачи для ОДУ второго порядка к вариационной задаче в случае однородных краевых условий.	ОПК-2, УК-2
Сведение линейной краевой задачи для ОДУ второго порядка к вариационной задаче в случае неоднородных краевых условий.	ОПК-2
Краевые задачи для уравнений Пуассона и Лапласа и соответствующие им вариационные задачи. Однородные краевые условия.	ОПК-2, УК-2
Краевые задачи для уравнений Пуассона и Лапласа и соответствующие им вариационные задачи в случае неоднородных краевых условий.	ОПК-2
Смешанная краевая задача и задача Неймана и соответствующие им вариационные задачи.	ОПК-2
Общее решение вариационной задачи.	ОПК-2
Метод Ритца (основы).	ОПК-2, УК-1
Сходимость метода Ритца для простейших краевых задач.	ОПК-2
Устойчивость процесса Ритца.	ОПК-2
Метод Канторовича	ОПК-2
Минимальный интеграл в проблеме собственных значений.	ОПК-2
Метод Галеркина. Пример.	ОПК-2, УК-1
Введение в теорию метода конечных элементов (КЭ).	ОПК-2
Иллюстрация метода КЭ на примере линейной двухточечной краевой задачи.	ОПК-2
Линейные элементы. Вычисление дискретной системы в методе КЭ.	УК-2
Ошибки аппроксимации линейными элементами.	ОПК-2

6.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-2

Варианты тестовых заданий:

Вариант 1.

1. Основная теорема вариационного метода решения краевых задач.
2. Линейные элементы. Вычисление дискретной системы в методе КЭ.

Вариант 2.

1. Сведение линейной краевой задачи для ОДУ второго порядка к вариационной задаче.
2. Иллюстрация метода КЭ на примере линейной двухточечной краевой задачи.

6.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-2, УК-1 - это контрольные вопросы на зачет.

6.2.4. Темы контрольных работ

Вариант 1:

1. Найти приближенное решение методом Ритца краевой задачи:

$$-y'' + (1 + x^2)y = 1, \quad y(-1) = y(1) = 0$$
2. Найти функцию $u(x, y)$ гармоническую в области $G: x > 0, y > 0, x + y < 1$ и удовлетворяющую на границе Γ области условию $u_\Gamma = x^2 + y^2$.

Вариант 2:

1. Рассмотрим оператор $Ly = -d^2 y / dx^2$ на множестве функций $y(x) \in C^2[0,1]$ таких, что $y(0) = 0$, $y'(1) = 0$. Является ли этот оператор положительным?
2. Методом Галеркина найти приближенное решение уравнения $y'' + xy' + y = 2x$, $y(0) = 1$, $y(1) = 0$.

Форма оценочных средств

Превосходно: 98-100 баллов	Решены обе задачи без замечаний.
Отлично: 91-97	Решены обе задачи с незначительными пометками.
Очень хорошо: 80-90	Решены обе задачи с замечаниями.
Хорошо: 60-79	Решена одна задача без замечаний. Другая задача решена не полностью.
Удовлетворительно: 50-59	Решена одна задача без замечаний. Другая задача не решена.
Неудовлетворительно: 20-49	Не решены обе задачи.
Плохо: 0-19	Работа не представлена преподавателю.

Варианты вопросов на зачет:

Вариант 1:

1. Основная теорема вариационного метода решения краевых задач.
2. Линейные элементы. Вычисление дискретной системы в методе КЭ.

Вариант 2:

1. Сведение линейной краевой задачи для ОДУ второго порядка к вариационной задаче.
2. Иллюстрация метода КЭ на примере линейной двухточечной краевой задачи.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. С.Г. Михлин Прямые методы в математической физике.-М.-Л., 1950
2. Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова Численные методы анализа.-М.: Наука, 1967.
3. Г. Стренг, Дж. Фикс Теория метода конечных элементов.-М.: Мир, 1977.

б) дополнительная литература:

4. Канторович Л.В., Крылов В.И. Методы приближенного решения уравнений в частных производных .- М.: ОНТИ, 1936.
5. Л. Янг Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления.-М.: Мир, 1974.
- Митчел Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными.-М.: Мир, 1981.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)
Электронная презентация курса.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: *компьютер, проектор и экран для презентации лекционного материала.*

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ - магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика.

Автор _Морозов А.Д.

Рецензент (ы)

Заведующий кафедрой

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.