

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Балахнинский филиал ННГУ

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Численные методы и их компьютерная реализация

---

Уровень высшего образования

Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность

09.03.03 - Прикладная информатика

---

Направленность образовательной программы

Прикладная информатика в управлении производством

---

Форма обучения

очная, очно-заочная

---

г. Балахна

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.14 Численные методы и их компьютерная реализация относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе УК-1.2: Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3: Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов	УК-1.1: Знать приемы и виды вычислительных процедур, научиться выбирать оптимальный численный метод решения данной задачи, давать математические характеристики точности исходной информации и оценивать точность полученного численного решения  УК-1.2: Уметь использовать современные компьютерные технологии и пакеты прикладных программ для решения численных задач.  УК-1.3: Владеть навыками численного решения прикладных задач.	Задачи Отчет по лабораторным работам	Экзамен: Тест Контрольные вопросы

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная	очно-заочная
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>5</b>	<b>5</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>180</b>	<b>180</b>
в том числе		
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>		
- занятия лекционного типа	32	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16	8
- КСР	2	2
<b>самостоятельная работа</b>	<b>94</b>	<b>118</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен</b>	<b>36</b> <b>Экзамен</b>

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)		в том числе							
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них						Самостоятельная работа обучающегося, часы	
	О	З	О	З	О	З	О	З	О	З
Тема 1 Погрешность результата численного решения задачи	20	20	6	3	2	1	8	4	12	16
Тема 2. Численные методы решения нелинейных уравнений	22	22	6	3	4	2	10	5	12	17
Тема 3. Численные методы линейной алгебры	20	20	4	2	2	1	6	3	14	17
Тема 4. Приближение функций	20	20	4	2	2	1	6	3	14	17
Тема 5. Численное дифференцирование	20	20	4	2	2	1	6	3	14	17
Тема 6. Численное интегрирование	20	20	4	2	2	1	6	3	14	17
Тема 7. Численные методы решения дифференциальных уравнений	20	20	4	2	2	1	6	3	14	17
Аттестация	36	36								
КСР	2	2							2	2
Итого	180	180	32	16	16	8	50	26	94	118

#### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Погрешность результата численного решения задачи.

Источники и классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности вычислений. Погрешности арифметических операций. Погрешность функции. Погрешность метода и вычислительная погрешность. Плохо обусловленные задачи. Обратная задача теории погрешностей.

Тема 2. Численные методы решения нелинейных уравнений.

Точные и итерационные методы. Скорость сходимости метода. Уточнение корней: метод дихотомии, метод хорд, метод Ньютона, метод секущих, метод простой итерации. Условия сходимости, погрешности методов. Определение всех корней функции на отрезке. Отделение корней алгебраических многочленов.

Тема 3. Численные методы линейной алгебры.

Решение систем линейных алгебраических уравнений: метод простой итерации, метод Зейделя, метод квадратного корня, метод прогонки. Условия сходимости итерационных методов, оценка погрешности. Число обусловленности матрицы.

Тема 4. Приближение функций.

Задача интерполяции. Многочлен Лагранжа. Интерполяционная формула Ньютона с разделенными разностями. Сходимость интерполяционных многочленов. Сплайн-интерполяция. Метод наименьших квадратов.

Тема 5. Численное дифференцирование.

Полиномиальные формулы. Оценка погрешности.

Тема 6. Численное интегрирование.

Простейшие квадратурные формулы. Формула прямоугольников. Формула трапеций.

Формула Симпсона.

Тема 7. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Метод Эйлера решения задачи Коши. Неявный метод Эйлера. Метод Эйлера-Коши. Неявный метод Эйлера-Коши. Метод Эйлера-Коши с итерационной обработкой. Построение, погрешность аппроксимации.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для самостоятельной работы и подготовки к экзамену:

Котов В.Л. Задания и упражнения по численным методам. Учебное пособие. - Нижний Новгород: Нижегородский университет, 2015. - 111 с.

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции УК-1:**

Задание 1

Найти положительный корень нелинейного уравнения методом Ньютона с точностью  $10^{-3}$ .

Задание 2

Решить систему из двух нелинейных уравнений методом Ньютона с точностью  $10^{-3}$ .

Найти одно из решений.

#### Задание 3

Для таблично заданной функции (в таблице 5 точек) построить интерполяционный многочлен Лагранжа.

Вычислить значение многочлена в заданной точке

#### Задание 4

Решить систему из трёх линейных алгебраических уравнений методом простой итерации с точностью  $10^{-3}$ .

#### Задание 5

Вычислить определенный интеграл методом трапеций с заданным шагом  $h$ .

#### Задание 6

Найти все корни функции на отрезке  $[-1.5, 1.5]$  с точностью  $10^{-3}$ .

#### Задание 7

Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Зейделя с точностью  $10^{-3}$ .

#### Задание 8

Для таблично заданной функции построить интерполяционный многочлен Ньютона.

Вычислить значение многочлена в заданной точке

#### Задание 9

Для таблично заданной функции построить приближающий многочлен второй степени методом наименьших квадратов.

#### Задание 10

Решить задачу Коши методом Эйлера для обыкновенного дифференциального уравнения с начальными условиями на заданном отрезке с заданным шагом  $h$ . Численное решение сравнить с точным решением

**Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допускается некоторое количество негрубых ошибок
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.

### 5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Отчет по лабораторным работам) для оценки сформированности компетенции УК-1:

**Лабораторная работа 1.** Погрешность результата численного решения задачи.

Составить программу вычисления функции с использованием разложения в ряд.

Суммирование прекращать, когда очередное слагаемое станет по модулю меньше заданного значения. Сравнить результаты вычисления функции в различных точках области сходимости ряда со значениями, полученными с помощью стандартных программ. Вывести требуемое количество слагаемых. Оценить погрешности метода и вычислений. Предложить наиболее рациональный алгоритм вычисления функции.

**Лабораторная работа 2.** Численные методы решения нелинейных уравнений.

2.1. Написать программу нахождения одного из корней заданного уравнения  $f(x)=0$  методами

1. Деления отрезка пополам
2. Хорд
3. Ньютона
4. Секущих
5. Простой итерации

С помощью анализа функции  $f(x)$  подобрать отрезок локализации корня, на котором выполняются условия сходимости всех методов. Используя программу, найти корень каждым методом. Итерации завершать по достижении заданной близости двух соседних приближений. В отчете привести формулы расчета погрешности последнего приближения через два последних приближения, найти эти погрешности. Сравнить результаты решения различными методами по точности, по числу итераций и по числу вычисления функций. Привести графическую иллюстрацию каждого метода.

2.2. Написать программу нахождения всех корней уравнения. Для функции-многочлена применить метод понижения порядка, использовать способы отделения корней алгебраического многочлена.

### Лабораторная работа 3. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

Написать программу решения систем линейных алгебраических уравнений методом простой итерации или методом Зейделя. Итерации завершать по достижении заданной близости двух соседних приближений по выбранной норме. Выполнить расчеты для заданной системы уравнений. Предварительно проверить условие сходимости метода. В программе предусмотреть преобразование системы уравнений с преобладающими диагональными коэффициентами к виду с выполненными условиями сходимости.

В отчете привести формулы расчета погрешности последнего приближения через два последних приближения, найти эту погрешность.

### Лабораторная работа 4. Приближение функций.

Построить (вручную или программно) интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона для таблично заданной функции. Оценить значение погрешности интерполяции в промежуточной точке для аналитически заданной функции.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Отчет по лабораторным работам)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допускается некоторое количество негрубых ошибок
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

					ошибок		
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»



### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1

Выберите один или несколько правильных ответов на поставленный вопрос.

##### 1 вопрос

Под ошибкой или погрешностью  $\Delta a$  приближенного числа  $a$  обычно понимается

a)  $\Delta a = A - a$

b)  $\Delta a = A + a$

c)  $\Delta a = A/a$

где  $A$  – точное число

##### 2 вопрос

Определить предельную абсолютную погрешность числа  $a = 3,14$ , заменяющего число  $\pi = 3,1415926535$

a) 0,001

b) 0,002

c) 3,141

d) 0,2

e) 0,003

##### 3 вопрос

Какой из методов решения нелинейного уравнения имеет наивысшую скорость сходимости?

a) Метод половинного деления

b) Метод хорд

c) Метод Ньютона

d) Метод секущих

e) Метод простой итерации

##### 4 вопрос

Функция задана таблицей:

x	y	y'
---	---	----

0	1	
---	---	--

1	0	3
---	---	---

соответствующий интерполяционный многочлен имеет вид

a)  $y = 7x^2 - x - 1$

b)  $y = 2x^2 - x - 1$

c)  $y = 3x^2 + 5x - 1$

d)  $y = 2x^2 - 5x + 1$

5 вопрос

Методы решения систем уравнений делятся на:

a)Прямые и итерационные

b)Прямые и косвенные

c)Определенные и неопределенные

d)Начальные и конечные

e)Простые и сложные

### Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	100%
отлично	от 90%
очень хорошо	от 80%
хорошо	от 70%
удовлетворительно	от 50%
неудовлетворительно	до 49%
плохо	до 20%

### **5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1**

1. Погрешность результата численного решения задачи. Виды погрешностей.
2. Точность машинного представления чисел с плавающей запятой.
3. Погрешности арифметических операций.
4. Корректность задач и устойчивость методов их решения.
5. Решение нелинейных уравнений.
6. Отделение корней нелинейных уравнений.
7. Скорость сходимости итерационных методов.
8. Методы уточнения корней нелинейных уравнений.
9. Метод половинного деления решения нелинейного уравнения.
10. Метод хорд решения нелинейного уравнения.
11. Метод Ньютона решения нелинейного уравнения.
12. Модифицированный метод Ньютона решения нелинейного уравнения.
13. Метод секущих решения нелинейного уравнения.
14. Метод простой итерации решения нелинейного уравнения.
15. Условия сходимости и оценка погрешности каждого метода решения нелинейных уравнений.
16. Определение всех корней функции на отрезке.
17. Методы отделения корней алгебраического многочлена.
18. Метод понижения порядка определения всех корней алгебраического многочлена.
19. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
20. Нормы векторов и матриц.
21. Обусловленность матриц.
22. Пример плохо обусловленной системы линейных алгебраических уравнений.
23. Метод простой итерации решения систем линейных алгебраических уравнений.

24. Метод Зейделя решения систем линейных алгебраических уравнений.
25. Условия сходимости и оценка погрешности метода простой итерации решения систем линейных алгебраических уравнений.
26. Метод Ньютона решения систем нелинейных уравнений.
27. Метод простой итерации решения систем нелинейных уравнений.
28. Методы приближения функций.
29. Приближение функций многочленами Тейлора.
30. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
31. Интерполяционный многочлен Ньютона.
32. Погрешность интерполяционных многочленов.
33. Метод наименьших квадратов приближения функций.
34. Постановка задачи численного дифференцирования функций.
35. Дифференцирование интерполяционного полинома Ньютона.
36. Дифференцирование с использованием ряда Тейлора.
37. Постановка задачи численного интегрирования.
38. Численное интегрирование с использованием ряда Тейлора.
39. Квадратурные формулы численного интегрирования.
40. Численное интегрирование по методу прямоугольников.
41. Численное интегрирование по методу трапеций.
42. Метод Симпсона численного интегрирования.
43. Погрешность численного интегрирования по методу прямоугольников и трапеций.
44. Погрешность численного интегрирования методом Симпсона.
45. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
46. Метод Эйлера решения задачи Коши.
47. Неявный метод Эйлера.
48. Метод Эйлера-Коши.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Волков Е. А. Численные методы / Волков Е. А. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 252 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-44711-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=806872&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Численные методы : учебник и практикум / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. - 5-е изд. ; пер. и доп. - Москва : Юрайт, 2022. - 421 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/488879> (дата обращения: 14.08.2022). - ISBN 978-5-534-03141-6 : 1299.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=818849&idb=0>.

2. Гулин Алексей Владимирович. Введение в численные методы в задачах и упражнениях : Учебное пособие / Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова. - 1. - Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2022. - 368 с. - ВО - Бакалавриат. - ISBN 978-5-16-012876-4. - ISBN 978-5-16-101108-9., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?>

Action=FindDocs&ids=792022&idb=0.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Операционная система Microsoft Windows  
Пакет прикладных программ Microsoft Office  
Visual Studio, 2008

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.03 - Прикладная информатика.

Автор(ы): Чекмарев Дмитрий Тимофеевич, доктор физико-математических наук, доцент.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 12.01.24, протокол № 5.