

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики  
(факультет / институт / филиал)

---

УТВЕРЖДЕНО  
президиумом Ученого совета ННГУ  
протокол от  
«14» декабря 2021 г. № 4

**Рабочая программа дисциплины**

Компьютерная алгебра

---

Уровень высшего образования  
бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
02.03.01 Математика и компьютерные науки

---

Направленность образовательной программы  
Общий профиль

---

Форма обучения  
очная

---

Нижний Новгород

2022 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.02.01 «Компьютерная алгебра» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений направления подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-1</b>  Способен решать актуальные задачи математики и компьютерных наук	<b>ПК-1.1.</b> Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий для решения актуальных задач математики и компьютерных наук	<i>Знает</i> фундаментальные алгебраические алгоритмы компьютерной алгебры. <i>Знает</i> основные методы и приемы, применяемых при анализе алгоритмов компьютерной алгебры. <i>Знает</i> основные приемы и подходы, построения быстрых алгебраических алгоритмов.	Собеседование Разноуровневые задачи и задания
	<b>ПК-1.2.</b> Умеет применять базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий при решении актуальных задач математики и компьютерных наук	<i>Умеет</i> использовать фундаментальные алгебраические алгоритмы компьютерной алгебры при решении практических задач. <i>Умеет</i> проводить анализ работы алгоритмов компьютерной алгебры. <i>Умеет</i> применять приемы и подходы, позволяющие строить быстрые алгебраические алгоритмы решения теоретических и прикладных задач.	Собеседование Разноуровневые задачи и задания

	наук		
	ПК-1.3. Имеет практический опыт решения актуальных задач математики и компьютерных наук	Имеет практический опыт использования фундаментальных алгебраических алгоритмов компьютерной алгебры при решении практических задач.	Собеседование Разноуровневые задачи и задания

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>Очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>4 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	22
- занятия семинарского типа	22
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>99</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Тема 1 . Введение. Основные структуры данных компьютерной алгебры. Классические алгоритмы алгебраических операций. Их анализ	32	4	4		8	24
Тема 2 Прием «разделяй и властвуй» (алгоритмы умножения Карацубы и Тоома, деления Бурникеля-Циглера)	47	10	10		20	27
Тема 3. Субквадратичные алгоритмы (деление, НОД, восстановление целых и рациональных чисел)	32	4	4		8	24
Тема 4. Вычисления с гомоморфными образами	32	4	4		8	24
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация - зачет						
Итого	144	22	22		45	99

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в форме зачета.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Выполнение домашних заданий с последующей проверкой и обсуждением.

Изучение литературы и проработка теоретического материала лекционных занятий.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Кнут Дональд Эрвин. Искусство программирования, том 2. Получисленные алгоритмы, 3-е издание.: Перевод с английского: Учебное пособие. - М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. - 832 с.: ил. - Парал. тит. англ. ISBN 5-8459-0081-6 (рус.) 18экз.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания,	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами,	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без

	ся от ответа	ошибки.	но не в полном объеме.	полном объеме, но некоторые с недочетами.	некоторые с недочетами.	выполнены все задания в полном объеме.	недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

вопросы	Код формируемых компетенций
1. Опишите требования, предъявляемые к структурам данных, используемых в алгебраических алгоритмах. Приведите примеры	ПК-1

2. Опишите классические алгебраические алгоритмы, реализующие арифметические операции. Оцените их трудоемкость.	ПК-1
3. Опишите алгоритм Карацубы, оцените его трудоемкость	ПК-1
4. Опишите алгоритм Тоома-Кука, оцените его трудоемкость	ПК-1
5. Опишите алгоритм Бурникеля-Циглера, оцените его трудоемкость	ПК-1
6. Быстрое деление чисел с остатком. Трудоемкость	ПК-1
7. Классический алгоритм Евклида. Его трудоемкость	ПК-1
8. Бинарный алгоритм, матричная форма.	ПК-1
9. Быстрый вариант алгоритма Евклида. Его трудоемкость	ПК-1
10. Алгоритмы восстановления целых чисел по остаткам	ПК-1
11. Алгоритмы восстановления рациональных чисел по остаткам.	ПК-1

### 5.2.2. Типовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-1

1. Продemonстрировать работу алгоритма Карацубы на следующих входных данных:  $a=1234$ ,  $b=2341$
2. Продemonстрировать работу алгоритма Тоома на следующих входных данных:  $a=123$ ,  $b=234$ , с параметром 3.
3. Продemonстрировать работу алгоритма Бурникеля-Циглера на следующих входных данных:  $a=4321$ ,  $b=23$
4. Решить сравнение  $17x \equiv 1 \pmod{43}$  бинарным алгоритмом
5. Продemonстрировать работу алгоритма быстрого деления в 3-адической арифметике на следующих входных данных:  $a=221$ ,  $b=33$
6. Расширенным алгоритмом Евклида решить сравнение  $17x \equiv 1 \pmod{43}$ .
7. Продemonстрировать работу алгоритмов восстановления целого числа по остаткам на следующих входных данных: остатки (2,3,4,5), модули (3,4,5,7).
8. Продemonстрировать работу субквадратичного алгоритма восстановления целого числа по остаткам на следующих входных данных: остатки (2,3,4,5), модули (3,4,5,7).
9. Продemonстрировать работу алгоритмов восстановления рационального числа по остаткам на следующих входных данных: остатки (2,2,1,7), модули (3,4,5,11)

### 5.2.3. Типовые задачи для текущего контроля успеваемости

Задача 1.

Записать число в (сокращенной, избыточной) системе счисления по заданному основанию

Задача 2.

Восстановить целое (рациональное) число по остаткам.

Задача 3.

Найти НОД чисел указанным алгоритмом

Задача 4.

Найти решение сравнения.

Задача 5.

Найти образ БПФ над от вектора над полем вычетов по модулю  $p$

Задача 6.

Умножить числа алгоритмом Карацубы

Задача 7.

Умножить числа алгоритмом Тоома-Кука

Задача 8.

Разделить числа алгоритмом Берникеля-Циглера

Задача 9.

Извлечь квадратный корень.

Задача 10.

Разделить числа, используя быстрый алгоритм деления в  $p$ -адической арифметике.

#### **5.2.4. Вопросы для самоконтроля для оценки сформированности компетенции ПК-1**

1. Какие требования существуют для представления данных компьютерной алгебры?
2. В чем заключается прием «разделяй и властвуй»?
3. Как применяется прием «разделяй и властвуй» в алгоритме Карацубы?
4. Как применяется прием «разделяй и властвуй» в алгоритме Тоома?
5. Как применяется прием «разделяй и властвуй» в алгоритме Бурникеля-Циглера?
6. Как применяется прием «разделяй и властвуй» для повышения эффективности бинарного алгоритма
7. Как применяется прием «разделяй и властвуй» для повышения эффективности алгоритма Евклида
8. Как применяется прием «разделяй и властвуй» для повышения эффективности алгоритма восстановления целого числа?
9. Как применяется прием «разделяй и властвуй» для повышения эффективности алгоритма восстановления рационального числа?
10. Какие преимущества и недостатки по сравнению с обычным представлением целого числа имеют сокращенная и избыточная системы счисления?
11. Какие структуры данных используются в компьютерной алгебре для представления чисел?
12. Какая трудоемкость у алгоритмов умножения столбиком и деления уголком?
13. Какая трудоемкость бинарного алгоритма?
14. Какая трудоемкость алгоритма Евклида?
15. Быстрый алгоритм вычисления квадратного корня. Трудоемкость.
16. Алгоритмы восстановления целых чисел по остаткам, их трудоемкость.

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

а) основная литература:

1. Кнут Дональд Эрвин. Искусство программирования, том 2. Получисленные алгоритмы, 3-е издание.: Перевод с английского: Учебное пособие. - М.:

Издательский дом «Вильямс», 2001. - 832 с.: ил. - Парал. тит. англ. ISBN 5-8459-0081-6 (рус.) 18экз.

2. М.И. Кузнецов, Д.Е. Бурланков, Г.А. Долгов, А.Ю. Чирков, В.А. Яковлев. Компьютерная алгебра: Учебник. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета. 2002. с. 223. 40экз.

б) дополнительная литература:

1. Грегори Р., Кришнамурти Е. Безошибочные вычисления. Методы и приложения. М.: Мир, 1988. 4экз.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://www.lib.unn.ru/>

Университетская библиотека ONLINE <http://www.biblioclub.ru>

Библиотека "Лань" <http://e.lanbook.com/>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО (3++) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Автор: к.ф.-м.н., доцент кафедры АГиДМ Чирков А.Ю.

Рецензент: д.т.н., профессор НГТУ им. Р.Е. Алексеева Ломакина Л.С.

Заведующий кафедрой АГиДМ: д.ф.-м.н. Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 1 декабря 2021 года, протокол № 2.