

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол от «30» ноября 2022 г. № 13

## **Рабочая программа дисциплины**

Фракталы и хаос в динамических системах

Уровень высшего образования  
бакалавриат

Направление подготовки / специальность  
01.03.01 Математика

Направленность образовательной программы  
Общий профиль

Форма обучения  
очная

Нижегород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Фракталы и хаос в динамических системах» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений *Б1.В.ДВ.03.02*

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина <i>Б1.В.ДВ.03.02</i> «Фракталы и хаос в динамических системах» относится к части ООП направления подготовки 01.03.01 Математика формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-6. Способен составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию	ПК-6.1. Знает специфику научных обзоров.	<b>Знать:</b>  Основные понятия теории динамических систем, и на базе этого может подготовить научный обзор.	Контрольная работа
	ПК-6.2. Умеет составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию.	<b>Уметь:</b>  Проводить исследования динамических систем, сочетая аналитические методы с численными результатами, полученными на компьютере и составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию.	Контрольная работа
	ПК-6.3. Владеет способностью по составлению научных обзоров, рефератов и отчетов по тематике проводимых исследований.	<b>Владеть:</b>  Математическим аппаратом динамических систем и способен составить научный обзор, реферат и отчет по тематике проводимых исследований.	Контрольная работа

### 3. Структура и содержание дисциплины «Фракталы и хаос в динамических системах»

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>2 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>32</b>
- КСРИФ	<b>1</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>39</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	

#### 3.2. Содержание дисциплины «Фракталы и хаос в динамических системах».

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины,  форма промежуточной аттестации по дисциплине	Всего (часы)	В ТОМ ЧИСЛЕ				
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				Самостоятельная работа студента часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Лабораторные	Всего контактных часов	СРС
<i>Тема 1. Конструктивные фракталы: фракталы и системы счисления; самоподобие; фрактальная размерность; фракталы Кантора, Коха, Минковского, Серпинского; общая схема построения конструктивных фракталов; спирали, деревья, звезды; анализ конструктивных фракталов; системы итерированных функций</i>	18	8			8	10

(СИФ); случайность во фракталах.						
Тема 2. Динамические фракталы: модель ограниченного роста популяции; одномерные комплексные эндоморфизмы; множества Жулиа и Фату; фракталы Жулиа для квадратичных отображений и алгоритмы построения. Фрактал Мандельброта, фракталы Ньютона.	31	15			15	16
Тема 3. Фракталы и хаос. Определение хаоса по Девани; примеры хаотических отображений; хаотическое поведение на аттракторе СИФ; хаос фракталов Жулиа; странный аттрактор в отображении Эно.	23	9			8	13
Зачет						
Итого	72	32			33	39
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>						

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме зачета, который включает (наряду с традиционными ответами на вопросы по программе дисциплины) выполнение практических заданий построения фрактальных множеств.

Практическая подготовка предусматривает выполнение проекта, решение прикладной задачи кейса.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 6.2.

##### **4.1. Виды самостоятельной работы студентов**

- Изучение лекционных материалов, подготовка алгоритма и компьютерной программы построения фрактальных множеств.
- Отладка компьютерной программы.

##### **4.2. Образовательные материалы для самостоятельной работы студентов, практические задания для проведения текущего контроля**

Используются учебные пособия:

А.Д. Морозов «Введение в теорию фракталов».- Изд-во ННГУ, Н.Новгород, 1999 (50 экз. в библиотеке ННГУ)

Р.М. Кроновер «Фракталы и хаос в динамических системах».-Изд-во Постмаркет, Москва, 2000.(13 экз. в библиотеке ННГУ).

**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:**

**5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине**

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения., Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки  при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки  при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

--	--	--	--	--	--	--	--

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

### 6.2.1 Контрольные вопросы

#### Вопросы к зачету

Для всех вопросов код формируемой компетенции **ПК-6** (в соответствии с учебным планом).

#### **Тема 1. Конструктивные фракталы.**

1. Фракталы и системы счисления.
2. Размерность. Эксперимент Ричардсона. Степень изгиба кривой.
3. Фракталы и меандры (Коха, Минковского).

4. Общая схема построения конструктивных фракталов (примеры, фрактал Леви).
5. Анализ конструктивных фракталов (сжатие-поворот, отражение-сжатие).
6. Системы итерированных функций (СИФ) (основные понятия, пример – ковер Серпинского).
7. Теорема (без доказательства) о сходимости отображения Хатчинсона, понятие хаусдорфовой метрики.
8. Детерминированный и рандомизированный алгоритмы построения СИФ.

#### **Тема 2. Динамические фракталы.**

9. Модель ограниченного роста популяции.
10. Фракталы Жулиа.
11. Алгоритм построения фрактала Жулиа (теорема, на которой основан алгоритм).
12. Фрактал Мандельброта.
13. Алгоритм построения фрактала Мандельброта (теорема, на которой основан алгоритм).
14. Фракталы Ньютона.

#### **Тема 3. Хаос в детерминированных системах.**

15. Хаос по Девани. Примеры хаотического отображения.
16. Хаотичность отображения Жулиа на множестве Жулиа. Пример.:  $f(z)=z^2-2$ .
17. Хаос в отображении Эно.
18. Хаос в системе Лоренца
19. Формула Мельникова.

### **6.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции \_\_ПК-6**

1. Алгоритмы построения конструктивных фракталов, использующие задание «основы» и «фрагмента».
2. Алгоритмы построения конструктивных фракталов, использующие преобразования плоскости.
3. Алгоритм построения детерминированной системы итерированных функций (ДСИФ).
4. Алгоритм построения рандомизированной системы итерированных функций (РСИФ).

### **6.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции \_\_ПК-6**

1. Построить фрактал Минковского
2. Построить фрактал Леви.
3. Используя детерминированную СИФ, построить фрактал Серпинского.
4. Используя детерминированную СИФ построить «лист папоротника».
5. Построить «ледовый квадрат».
6. Построить фрактал Жулиа.
7. Построить фрактал Мандельброта.
8. Доказать хаотичность «тентового отображения».

### **6.2.4. Темы курсовых работ, эссе, рефератов не предполагаются**

## **7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) основная литература:**

1. А.Д. Морозов «Введение в теорию фракталов».- Изд-во ННГУ, Н.Новгород, 1999 (50 экз. в библиотеке ННГУ).

2. Р.М. Кроновер «Фракталы и хаос в динамических системах».-Изд-во Постмаркет, Москва, 2000 (13 экз. в библиотеке ННГУ).

б) дополнительная литература:

- 3 А.Д. Морозов «Фракталы и хаос в динамических системах» .-Электронное учебное пособие (презентации лекций): А.Д. Морозов «Фракталы и хаос в динамических системах» .-Электронное учебное пособие (презентации лекций):  
<http://www.unn.ru/pages/e-library/>

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины).

Программа WInSet (Драгунов Т.Н., Морозов А.Д. Использование программы WInSet для визуализации динамических систем: Учебное пособие.-Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2007.-102 с., <http://www.unn.ru/pages/e-library/aids/2007/41.pdf>

## **8.Материально-техническое обеспечение дисциплины «Фракталы и хаос в динамических системах»**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные компьютерами, проектором, экраном.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ.

Автор Морозов А.Д.

Рецензент (ы)

Заведующий кафедрой Калинин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.