

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Метод конечных элементов в строительной механике

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
15.03.03 - Прикладная механика

---

Направленность образовательной программы  
Инженерное приложение суперкомпьютерного моделирования

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.04 Метод конечных элементов в строительной механике относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-3: Умеет определять круг задач в рамках поставленной цели, использовать физические и компьютерные модели объектов и явлений реального мира и современное экспериментальное оборудование, применять математически сложные алгоритмы в современных специализированных программных комплексах	ПК-3.1: Знает методологию определения круга задач в рамках поставленной цели ПК-3.2: Умеет использовать физические и компьютерные модели объектов и явлений реального мира и современное экспериментальное оборудование ПК-3.3: Имеет практический опыт применения математически сложных алгоритмов в современных специализированных программных комплексах	ПК-3.1: Знает методологию определения круга задач в рамках поставленной цели.  ПК-3.2: Умеет использовать физические и компьютерные модели объектов и явлений реального мира и современное экспериментальное оборудование  ПК-3.3: Владеет навыками применения математически сложных алгоритмов в современных специализированных программных комплексах	Расчетно-графическая работа	Зачёт: Контрольные вопросы Задания

## 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>2</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>72</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16

- КСР	1
самостоятельная работа	23
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Введение. Основная идея МКЭ для задачи о растяжении стержня	10	4	2	6	4
МКЭ для расчета ферменных конструкций	10	4	2	6	4
МКЭ расчета изгиба плоских балок и рам	16	8	4	12	4
Расчет пространственных стержневых конструкций	10	4	2	6	4
Задачи устойчивости стержневых конструкций	9	4	2	6	3
Динамические задачи стержневых конструкций (собственные колебания, вынужденные колебания под действием гармонической во времени нагрузки). Тензорные функции	16	8	4	12	4
Аттестация	0				
КСР	1				1
Итого	72	32	16	49	23

### Содержание разделов и тем дисциплины

Введение. Основная идея МКЭ для задачи о растяжении стержня

МКЭ для расчета ферменных конструкций

МКЭ расчета изгиба плоских балок и рам

Расчет пространственных стержневых конструкций

Задачи устойчивости стержневых конструкций

Динамические задачи стержневых конструкций (собственные колебания, вынужденные колебания под действием гармонической во времени нагрузки). Тензорные функции

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа, решение задач по списку, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- выполнение расчетно-графических работ (2 работы)
- подготовка к промежуточной аттестации.

## **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Расчетно-графическая работа) для оценки сформированности компетенции ПК-3:**

По РГР №1 Расчет плоских ферм:

1. Построить расчетную схему: выделить узлы и конечные элементы
2. Построить матрицы жесткости конечных элементов.
3. Преобразовать матрицы жесткости конечных элементов в глобальную систему координат.
4. Сформировать глобальную систему уравнений МКЭ (предпочтительно сделать это в “буквенном” виде, если “буквенные” выражения получились слишком громоздкими и сложными, вычислить их, используя численные значения параметров).
5. Определить узловые перемещения
6. Определить внутренние усилия в элементах и построить эпюры нормальных сил.
7. Определить реакции в связях
8. Проверить условия равновесия одного из узлов с нагрузкой

По РГР №2. Расчет плоских балок.

1. Построить расчетную схему: выделить узлы и конечные элементы
2. Построить матрицы жесткости конечных элементов.
3. Сформировать глобальную систему уравнений МКЭ (предпочтительно сделать это в “буквенном” виде, если “буквенные” выражения получились слишком громоздкими и сложными, вычислить их, используя численные значения параметров).
4. Определить узловые перемещения.
5. Определить внутренние усилия и моменты в элементах и построить эпюры перемещений, углов поворота, изгибающих моментов и перерезывающих сил
6. Определить реакции в связях.
7. Проверить условия равновесия одного из узлов с нагрузкой.

#### **Критерии оценивания (оценочное средство - Расчетно-графическая работа)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых	При решении стандартных	Имеется минимальн	Продemonстрированы	Продemonстрированы	Продemonстрированы	Продemonстрированы

	навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	задач не продемонстриро ваны базовые навыки. Имели место грубые ошибки	ый набор навыков для решения стандартны х задач с некоторым и недочетами	базовые навыки при решении стандартны х задач с некоторым и недочетами	базовые навыки при решении стандартны х задач без ошибок и недочетов	навыки при решении нестандарт ных задач без ошибок и недочетов	творческий подход к решению нестандартны х задач
--	--	---	--	---	--	---	--

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворитель но	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворите льно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-3

1. Дифференциальная постановка задачи о растяжении стержня
2. Вариационная постановка задачи о растяжении стержня
3. Метод Ритца. Требования к базисным функциям в методе Ритца
4. Примеры систем базисных функций в методе Ритца
5. Записать функции формы конечного элемента для задачи о растяжении стержня
6. Основной алгоритм применения метода конечных элементов
7. Правило построения конечно-элементной сетки для расчета ферменных конструкций
8. Записать векторы жестких смещений для конечного элемента фермы
9. Вариационное уравнение для задачи изгиба балки
10. Вид аппроксимации для задачи изгиба балки и его обоснование

11. Общая формула (интегральная) для матрицы жесткости
12. Общая формула (интегральная) для вектора эквивалентных узловых сил
13. Записать векторы жестких смещений для конечного элемента изгиба балки
14. Как формируется матрица жесткости для элемента рамы
15. Элементарные напряженные состояния пространственного стержня
16. Степени свободы пространственного стержня. Какие степени свободы какие состояния описывают?
17. Вариационное уравнение для задачи динамики стержня
18. Общее уравнение динамики стержня в матричном виде
19. Постановка задачи определения собственных частот и форм колебаний. Что является решением этой задачи?
20. Постановка задачи определения решения при гармонических воздействиях
21. Что такое гармонические воздействия
22. Постановка задачи устойчивости в матричном виде
23. Алгоритм решения задачи устойчивости
24. Преобразование неизвестных при переходе в глобальную систему координат для элемента пространственного стержня
25. Формула преобразование матрицы жесткости элемента при переходе в глобальную систему координат
26. Формула преобразование вектора эквивалентных узловых сил элемента при переходе в глобальную систему координат
27. Как вычислить внутренние усилия и моменты в балке при использовании МКЭ?
28. Постановка задачи расчета плоских ферм.
29. Конечный элемент (КЭ) для расчета фермы.
30. Локальная и глобальная системы координат. Преобразование матрицы жесткости и вектора узловых сил КЭ при переходе к новой системе координат.
31. Дифференциальная и вариационная формулировки задачи изгиба стержней по теории Кирхгофа-Бернулли. Специфика функционала энергии.
32. Формулировка КЭ для задачи изгиба стержня. Аппроксимация перемещений, построение матрицы жесткости и вектора эквивалентных узловых сил.
33. Определение внутренних усилий.
34. Постановка задачи расчета рамных конструкций. КЭ, работающий на растяжение и изгиб.
35. Обработка шарнирных узлов.
36. Постановка задачи расчета пространственных рам.
37. Аппроксимация задачи кручения стержня.
38. Конечный элемент пространственной рамы, работающей на растяжение, изгиб в двух плоскостях и кручение.
39. Преобразование матрицы жесткости и вектора эквивалентных узловых сил для пространственного элемента стержня.
40. Вариационная постановка линеаризованной задачи потери устойчивости стержневой конструкции (критерий Тимошенко и Брайана). Критическая нагрузка и форма потери устойчивости.
41. Геометрическая матрица жесткости.
42. Основные методы решения задачи на собственные значения.
43. Основной алгоритм решения задачи устойчивости.
44. Общее уравнение динамики деформируемого твердого тела в матричной форме.
45. Матрица масс стержневого элемента
46. Матрица демпфирования конструкции. Варианты конструирования матрицы демпфирования.
47. Задача определения собственных частот и форм колебаний. Модальный анализ.
48. Собственные колебания нагруженного тела.

49. Действие гармонической нагрузки. Гармонический анализ.  
 50. Полный метод решения задачи гармонического анализа.  
 51. Метод разложения по собственным модам для решения задачи гармонического анализа.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПК-3

1. Записать дифференциальную постановку задачи о растяжении стержня
2. Записать вариационную постановку задачи о растяжении стержня
3. Показать связь между дифференциальной и вариационной постановками задачи о растяжении стержня
4. Записать вектор жестких смещений для элемента, работающего на растяжение
5. Построить конечно-элементную сетку для заданной ферменной конструкции
6. Построить конечно-элементную сетку для заданной балочной конструкции
7. Показать основную идею применения метода Ритца на примере задачи о растяжении стержня
8. Решить задачу о растяжении стержня под действием силы, приложенной на конце, с помощью полиномиального базиса. Обосновать выбор базисных функций
9. Решить задачу о растяжении стержня под действием собственного веса с помощью полиномиального базиса. Обосновать выбор базисных функций
10. Сформулировать гипотезы Кирхгофа-Бернулли для изгиба балок.
11. Привести основной алгоритм применения метода конечных элементов
12. Построить матрицу жесткости конечного элемента, работающего на растяжение
13. Построить матрицу жесткости конечного элемента, работающего на изгиб
14. Привести алгоритм построения глобальной матрицы жесткости
15. Алгоритм учета однородных граничных условий



16. Алгоритм учета неоднородных граничных условий
17. Поставить граничные условия на плоскости симметрии конструкции
18. Поставить граничные условия на плоскости антисимметрии конструкции.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три не существенные ошибки, исправленные по требованию преподавателя.
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя.

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Применение системы ANSYS к решению задач механики сплошной среды : практ. рук. / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2006. - 227 с. - В надзаг.: Нац. проект "Образование". Инновационная образовательная программа Нижегород. ун-та : Образоват.-науч. центр "Информационно-телекоммуникационные системы: физ. основы и мат. обеспечение". - Авт. указ. на обороте тит. л. - ISBN 5-85746-928-7 : 47-00., 52 экз.
2. Леонтьев Николай Васильевич. Расчетно-графические работы по курсу "Метод конечных элементов в задачах строительной механики". Задания и примеры выполнения : учебно-методическое пособие / Н. В. Леонтьев ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2014. - 18 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=850589&idb=0>.

Дополнительная литература:

1. Образцов Иван Филиппович. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов : учеб. пособие для студентов авиац. специальностей вузов. - М. : Высшая школа, 1985. - 391 с. - 1.10., 1 экз.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике : пер. с англ. / под ред. Б. Е. Победри. - М. : Мир, 1975. - 541 с. : ил. - 2.70., 2 экз.
3. Сегерлинд Ларри Дж. Применение метода конечных элементов / пер. с англ. А. А. Шестакова ; под ред. Б. Е. Победри. - М. : Мир, 1979. - 392 с. : ил. - 1.80., 2 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Программные пакеты Maple и Mathematica (лицензионный)
2. Программный пакет Ansys (лицензионный)

#### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 15.03.03 - Прикладная механика.

Автор(ы): Леонтьев Николай Васильевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник.

Заведующий кафедрой: Игумнов Леонид Александрович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.