

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Визуализация динамических систем

---

Уровень высшего образования  
Магистратура

---

Направление подготовки / специальность  
01.04.01 - Математика

---

Направленность образовательной программы  
Фундаментальная математика и приложения

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.02.02 Визуализация динамических систем относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-5: Способен составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию	ПК-5.1: Знает специфику научных обзоров ПК-5.2: Умеет составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию ПК-5.3: Владеет способностью по составлению научных обзоров, рефератов и отчетов по тематике проводимых исследований	ПК-5.1: Знает основные источники происхождения и базовые понятия вещественной алгебраической геометрии.  ПК-5.2: Умеет проводить доказательства основных теорем теории вещественной алгебраической геометрии.  ПК-5.3: Владеет основными методами исследования вещественной алгебраической геометрии.	Задачи	Экзамен: Контрольные вопросы Задания
ПК-6: Обладает навыками преподавания математики и информатики в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования	ПК-6.1: Знает уровень подготовки и психологию обучающихся при организации учебного процесса ПК-6.2: Умеет учитывать уровень подготовки и психологию обучающихся ПК-6.3: Владеет навыками преподавания математики и информатики в средней школе, средних специальных и высших учебных заведениях	ПК-6.1: Знает основные понятия вещественной алгебраической геометрии, и их свойства. Понимает математическое единство всех рассматриваемых понятий и свойств вещественной алгебраической геометрии, а также понимать взаимосвязь вещественной алгебраической геометрии с комплексной алгебраической геометрией.  ПК-6.2: Умеет применять	Задачи	Экзамен: Контрольные вопросы Задания

		<p>теоретические знания для решения задач вещественной алгебраической геометрии, исследовать асимптотическое поведение траекторий.</p> <p>ПК-6.3: Владеет техникой доказательства математических утверждений и методами исследования асимптотического поведения траекторий, обладающих различными свойствами возвращаемости.</p>		
--	--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>3</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>16</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>16</b>
- КСР	<b>2</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>38</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора торные работы), часы	Всего	
	о о	о о	о о	о о	о о

Тема 1. Основные понятия динамических систем и инвариантных множеств	4	2		2	2
Тема 2. Освоение программных средств научных вычислений	8	2	2	4	4
Тема 3. Освоение программных средств разработки программного обеспечения	8	2	2	4	4
Тема 4. Реализация алгоритмов построения в графическом окне фазовых кривых (проекций фазовых кривых) и графиков решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений	10	3	3	6	4
Тема 5. Реализация построения траекторий дискретных динамических систем	8	2	2	4	4
Тема 6. Реализация алгоритмов построения неустойчивых множеств гиперболических неподвижных и периодических точек для отображений плоскости	7	1	2	3	4
Тема 7. Реализация построения отображения Пуанкаре через период возмущения в системах с $3/2$ степенями свободы	7	1	2	3	4
Тема 8. Реализация построения 3-мерных сцен для визуализации многомерных объектов	9	2	1	3	6
Тема 9. Реализация алгоритмов визуализации с помощью цветовых оттенков	9	1	2	3	6
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	108	16	16	34	38

### Содержание разделов и тем дисциплины

Основные понятия динамических систем и инвариантных множеств

Освоение программных средств научных вычислений

Освоение программных средств разработки программного обеспечения

Реализация алгоритмов построения в графическом окне фазовых кривых (проекций фазовых кривых) и графиков решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений

Реализация построения траекторий дискретных динамических систем

Реализация алгоритмов построения неустойчивых множеств гиперболических неподвижных и периодических точек для отображений плоскости

Реализация построения отображения

Пуанкаре через период возмущения в системах с  $3/2$  степенями свободы

Реализация построения 3-мерных сцен для визуализации многомерных объектов

Реализация алгоритмов визуализации с помощью цветовых оттенков

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Визуализация динамических систем, <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6856>.

Иные учебно-методические материалы:

Самостоятельная работа студента при изучении дисциплины включает выполнение заданий под контролем преподавателя и подготовку к экзамену.

1. Р.М. Кроновер. Фракталы и хаос в динамических системах.-М.: Постмаркет, 2000, 352 с (10 экз. в библиотеке ННГУ).
2. Т. Н. Драгунов, А. Д. Морозов. Использование программы WinSet для визуализации динамических систем. – Нижний Новгород: Издательство Нижегородского государственного университета, 2007 (<http://www.unn.ru/pages/e-library/aids/2007/41.pdf>).
3. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. «Теория колебаний», изд. 2-е, ГИФМЛ, 1959г.

(25 экз. в библиотеке ННГУ)

4. R.H. Rand. Introduction to Maxima Computer Algebra System  
<http://maxima.sourceforge.net/docs/intromax/intromax.html>
5. Introduction to SciLab <https://wiki.scilab.org/Documentation>

## **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-5:**

Задача 1. Выполнить аналитическое построение фазового портрета уравнения Дуффинга. Обосновать глобальное поведение решений.

.....

Задача 2. Подробно описать алгоритм построения неустойчивых многообразий седловой периодической точки отображения плоскости.

.....

Задача 3. Подготовить с применением математического пакета командный файл, содержащий сценарий построения отображения Пуанкаре через период возмущения для динамической системы на плоскости.

.....

#### **5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-6:**

Задача 4. Реализовать на языке программирования высокого уровня метод численного решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Задача 5. Разработать структуры данных для хранения результатов вычисления приближенного решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений: в оперативной памяти, на устройстве долговременного хранения.

## Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задачи решены верно или с незначительными ошибками
не зачтено	Задачи не решены или допущены грубые ошибки

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

						полном объеме	
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

**5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

**5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-5**

Определение динамической системы. Дискретные динамические системы. Определение инвариантного множества динамической системы. Примеры инвариантных множеств.
Аналитическое построение фазового портрета двумерной динамической системы.
Применение программных средств научных вычислений для построения фазовых портретов и графиков решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
Применение программных средств научных вычислений для визуализации двумерных дискретных динамических систем.
Приемы работы со списками и другими структурами данных в программных средствах научных вычислений.

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-6

Библиотечные программные компоненты для выполнения произвольных графических построений в выбранной среде разработки программного обеспечения.
Библиотечные программные компоненты для создания стандартного пользовательского интерфейса.
Алгоритм построения фазовой траектории двумерной динамической системы (проекция фазовой траектории).
Сравнение результатов, полученных двумя различными численными методами решения задачи Коши: метод Эйлера, метод Рунге-Кутты 4-го порядка.
Алгоритм построения отображения Пуанкаре через период возмущения для системы с $3/2$ степенями свободы.
Базовые средства библиотеки OpenGL для визуализации фазовых траекторий.
Различные представления цветовых оттенков, преобразования между ними. Использование библиотечных функций, предоставляемых выбранной средой разработки программного обеспечения.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые



Оценка	Критерии оценивания
	ошибки
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

### 5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПК-5

1. Построение фазового портрета нелинейной двумерной динамической системы с применением аналитического исследования, программы WinSet или универсальных программных средств научных вычислений.
2. Контроль правильности построения ступенчатой диаграммы, выполненного собственной программой, с помощью универсальных средств научных вычислений.
3. Контроль правильности построения фазовых траекторий, выполненного собственной программой, с помощью универсальных средств научных вычислений.
4. Контроль правильности построения отображения Пуанкаре, выполненного собственной программой, с помощью WinSet или универсальных средств научных вычислений.
5. Объяснить различные результаты, полученные при численном решении задачи Коши с помощью различных методов вычислений, отличающихся порядком аппроксимации.
6. Как численно построить сепаратрисы седлового состояния равновесия?
7. Как выполнить обобщение построения седловых многообразий неподвижной точки на случай периодической точки отображения?
8. Изменение матрицы преобразования средствами OpenGL.
9. Способы хранения вычисленных данных для выполнения масштабирования построения или вращения трехмерной сцены.
10. Как реализовать в программе шкалу цветовых оттенков, соответствующую определенному диапазону значений?

### 5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПК-6

1. Выбрать свободно распространяемое средство разработки программного обеспечения в соответствии с имеющимися знаниями языков и технологий программирования. Самостоятельно установить на собственной или доступной для использования ПЭВМ.
2. Разработка программы построения графика заданной функции в заданной прямоугольной области, построения ступенчатой диаграммы для одномерного отображения.
3. Разработка программы построения отрезка положительной полутраектории для двумерного отображения.
4. Разработка программы построения неустойчивых множеств гиперболических неподвижных и периодических точек для отображений плоскости.
5. Разработка и отладка универсального компонента для численного решения задачи Коши для системы дифференциальных уравнений (методом Эйлера, методом Рунге-Кутты 4-го порядка).
6. Разработка программы построения отрезков фазовых кривых (проекций фазовых) для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
7. Разработка программы построения отображения Пуанкаре для системы с 3/2 степенями свободы, построения устойчивых и неустойчивых множеств гиперболических неподвижных и периодических точек отображения Пуанкаре.
8. Разработка программы построения трехмерной сцены фазовых траекторий трехмерной динамической системы, с возможностью вращения трехмерной сцены. Построение аттрактора Лоренца.
9. Добавление возможностей взаимодействия с пользователем для разработанной программы: ввод минимальных и максимальных значений по осям координат, ввод изменяемых значений параметров уравнений, выбор начальных условий с помощью указателя мыши, с помощью ввода значений.

5

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Продemonstr ированы все основные умения, решены все основные задачи.

Оценка	Критерии оценивания
	Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
отлично	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.
очень хорошо	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами
хорошо	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами
удовлетворительно	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме
неудовлетворительно	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Кроновер Ричард М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории : учеб. пособие для студ. по специальности 01.02 "Прикладная математика" / пер. с англ. Т. Э. Кренкеля, А. Л. Соловейчика ; под ред. Т. Э. Кренкеля. - М. : ПОСТМАРКЕТ, 2000. - 350, [1] с. : табл., графики, схемы. - 277.90., 11 экз.

Дополнительная литература:

1. Драгунов Тимофей Николаевич. Использование программы WInSet для визуализации динамических систем : учебное пособие / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2007. - 102 с. - В надзаг.: Приоритетный нац. проект "Образование". инновац. образоват. программа Нижегород. ун-та: Образовательно-научный центр "Информационно-телекоммуникационные системы: физические основы и математическое обеспечение". - ISBN 978-5-91326-010-9 : 15.00., 1 экз.

2. Андронов А. А. Теория колебаний / перераб. и доп. Н. А. Железцова. - М. : Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1959. - 915 с. - 70.00., 58 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

программный пакет SciLab <https://wiki.scilab.org/Documentation>; программа WinSet, свободно распространяемая среда разработки программ (Microsoft Visual Studio, PASCALABC.NET, Lazarus, Qt, NetBeans и др.).

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.04.01 - Математика.

Автор(ы): Драгунов Тимофей Николаевич, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.