

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Дифференциальная геометрия и топология

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.03 - Механика и математическое моделирование

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.25 Дифференциальная геометрия и топология относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук. ОПК-1.2: ОПК-1.2. Умеет анализировать и решать стандартные профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук ОПК-1.3: ОПК-1.3. Владеет навыками применения фундаментальных разделов механики, базовых знаний естественнонаучного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач	ОПК-1.1: Знает основные понятия и формулы дифференциальной геометрии и топологии ОПК-1.2: Умеет анализировать и решать стандартные профессиональные задачи с применением дифференциальной геометрии и топологии ОПК-1.3: Владеет навыками применения дифференциальной геометрии и топологии при решении стандартных профессиональных задач.	Контрольная работа Собеседование	Экзамен: Контрольные вопросы
ОПК-2: Способен применять методы математического и алгоритмического моделирования, современный математический аппарат в научно-исследовательской и опытно-конструкторской деятельности	ОПК-2.1: Знает основные положения, терминологию и методологию в области математического и алгоритмического моделирования ОПК-2.2: Умеет осуществлять анализ и выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний в области математических и компьютерных наук.	ОПК-2.1: Знает основные понятия дифференциальной геометрии и топологии, технологию доказательства утверждений ОПК-2.2: Владеет навыками применения базовых знаний и современного математического аппарата дифференциальной геометрии и топологии при решении теоретических и прикладных	Контрольная работа Собеседование	Экзамен: Контрольные вопросы

	ОПК-2.3: Владеет навыками применения базовых знаний в области математического и алгоритмического моделирования, а также современный математический аппарат при решении задач профессиональной деятельности	задач. ОПК-2.3: Владеет навыками применения базовых знаний и современного математического аппарата дифференциальной геометрии и топологии при решении теоретических и прикладных задач.		
--	--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	4
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
самостоятельная работа	42
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Тема 1 Теория гладких кривых	34	8	10	18	16
Тема 2. Теория гладких поверхностей	54	18	16	34	20
Тема 3. Введение в топологию	18	6	6	12	6
Аттестация	36				

КСР	2			2	
Итого	144	32	32	66	42

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Теория гладких кривых. Анализ вектор-функций одного переменного. Определение гладкой кривой. Длина дуги. Теорема о натуральной параметризации. Кривизна и кручение, формулы и базис Френе. Формулы для вычисления и геометрический смысл кривизны и кручения. Теорема существования и единственности гладкой кривой с заданными характеристиками.
2. Теория гладких поверхностей. Вектор-функции от двух переменных. Гладкие поверхности. Касательное пространство и касательная плоскость. Нормаль. Первая квадратичная форма поверхности. Вторая квадратичная форма. Теорема Менье. Формула Эйлера. Главные кривизны и главные направления, полная и средняя кривизны, вычислительные формулы. Классификация точек поверхности по знаку полной кривизны. Асимптотические линии и линии кривизны. Деривационные формулы Гаусса и Вейнгартена, символы Кристоффеля. Теорема Бонне. Геодезическая кривизна кривой. Геодезические линии на поверхности, их уравнения. Ковариантное дифференцирование.
3. Введение в топологию. Метрические и топологические пространства. Индуцированная топология. Базы, критерии базы. Классификация точек относительно подмножества. Непрерывные отображения

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Баландин А.В., Макаров Е.М. Элементы теории кривых. Учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2022.- 26 с.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Каков знак гауссовой кривизны поверхности, заданной уравнением $x^2 + y^2 + z^2 = 1$?
2. Вычислить площадь тора, заданного вектор-функцией $\vec{r}(u, v) = \{(4 + \cos u)\cos v, (4 + \cos u)\sin v, \sin u\}$.
3. Найти первую и вторую квадратичные формы поверхности $(3u + 3v, 3u^2 + 3v^2, 2u^3 + 2v^3)$

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-2:

1. Под каким углом пересекаются кривые $x^2 + y^2 = 8$ и $y^2 = 2x$.
2. Найти натуральное уравнение кривой $(a(t + \sin t), a(1 + \cos t))$.
3. Найти символы Кристоффеля для конуса $(u \cos v, u \sin v, u)$.
4. Найти асимптотические линии на поверхности $(3u + 3v, 3u^2 + 3v^2, 2u^3 + 2v^3)$.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнено более 60% задания
не зачтено	Выполнено менее 60% задания

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Вариант 1.

Задание 1.

Для кривой $(a \cos t, a \sin t, bt)$ найти касательную в точке $t=0$.

Вариант 2.

Задание 1.

Для кривой $(3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$ в точке $t = 1$ найти нормальную плоскость..

Вариант 3.

Задание 1.

Найти касательную плоскость к поверхности $(v \cos u, v \sin u, u)$ в точке $(v = 1, u = \pi)$

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ОПК-2:

Вариант 4.

Задание 4.

Найти линии кривизны на поверхности $(v \cos u, v \sin u, v)$

Вариант 5.

Задание 4.

Найти полную кривизну сферы радиуса 1 .

Вариант 6.

Задание 4.

Найти среднюю кривизну поверхности $(v \cos u, v \sin u, u)$

Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Выполнено более 60% задания
не зачтено	Выполнено менее 60% задания

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u> Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.	

<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Определение гладкой кривой. Касательная прямая и нормальная

плоскость

Кривизна и кручение гладкой кривой.

Определение гладкой поверхности. Касательные векторы и касательная плоскость.

Главные кривизны и главные направления поверхности.

Полная (гауссова) и средняя кривизны поверхности, формула

для вычисления гауссовой кривизны.

Классификация точек поверхности по знаку гауссовой кривизны, локальное расположение

поверхности относительно касательной плоскости.

Топологическое пространство. Индуцированная топология.

Метрическая топология

Внутренность, граница, замыкание подмножества

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-2

Длина дуги гладкой кривой, натуральная параметризация

Формулы Френе.

Формулы для вычисления кривизны и кручения.

Формулы для вычисления длин, углов и площадей на поверхности.

Первая квадратичная форма гладкой поверхности.

Вторая квадратичная форма поверхности.

Нормальные сечения и нормальные кривизны поверхности. Теорема Менье.

Доказательство формулы Эйлера

Деривационные формулы Гаусса - Вейнгартена.

Теорема Гаусса.

Формулы для вычисления символов Кристоффеля.

Геодезические линии поверхности и их уравнения.

Ковариантная производная векторного поля вдоль кривой на поверхности

Параллельный перенос касательного вектора к поверхности вдоль кривой.

Доказать критерий базы в топологическом пространстве и критерий базы на множестве.

Внутренность, граница, замыкание подмножества

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все задания выполнены полностью с элементами творчества
отлично	Все задания выполнены полностью
очень хорошо	Задания выполнены, но есть незначительные погрешности
хорошо	Правильно выполнены 80% заданий
удовлетворительно	Правильно выполнены 60% заданий
неудовлетворительно	Правильно выполнены 40% заданий
плохо	Правильно выполнены менее, чем 40% заданий

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Мищенко Александр Сергеевич. Курс дифференциальной геометрии и топологии : [для мех.-мат. специальностей ун-тов]. - М. : Изд-во МГУ, 1980. - 439 с. : ил. - 1.30., 92 экз.
2. Мищенко Александр Сергеевич. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии : [для мех.-мат. специальностей ун-тов]. - М. : Изд-во МГУ, 1981. - 183 с. - 0.55., 55 экз.
3. Постников Михаил Михайлович. Лекции по геометрии. Семестр 4. Дифференциальная геометрия : [учеб. пособие для вузов по специальности "Математика"]. - М. : Наука, 1988. - 496 с. - ISBN 5-02-013741-1 (в пер.) : 1.20., 153 экз.
4. Александрян Рафаэль Арамович. Общая топология : [учеб. пособие для мат. специальностей вузов]. - М. : Высшая школа, 1979. - 336 с. : ил. - 1.20., 28 экз.

Дополнительная литература:

1. Дубровин Борис Анатольевич. Современная геометрия : методы и прил. : [учеб. пособие для физ.-мат. специальностей ун-тов]. - М. : Наука, 1979. - 759 с. : ил. - 2.00., 79 экз.
2. Гудков Д. А. Начала топологии : метод. разработка. Ч. 1 / ГГУ им. Н. И. Лобачевского, Мех.-мат. фак., Каф. геометрии и высш. алгебры. - Горький : [б. и.], 1981. - 28 с. - б/ц., 16 экз.
3. Введение в топологию : [учеб. пособие для вузов по специальности "Математика"]. - М. : Высшая школа, 1980. - 295 с. : ил. - 0.75., 34 экз.
4. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ : сб. задач : [для ун-тов]. - Киев : Вища школа, 1982. - 375 с. : ил. - 0.85., 27 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 01.03.03 - Механика и математическое моделирование.

Автор(ы): Баландин Александр Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.