

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт экономики и предпринимательства

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

09.03.03 - Прикладная информатика

Направленность образовательной программы

Прикладная информатика в экономике

Форма обучения

очная, заочная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.04 Линейная алгебра относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1: УК-1.1. Демонстрирует знание принципов сбора, отбора и обобщения информации, базирующихся на системном подходе.</p> <p>УК-1.2: УК-1.2. Демонстрирует умение соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p> <p>УК-1.3: УК-1.3. Демонстрирует наличие практического опыта работы с информационными источниками, опыта научного поиска и представления научных результатов.</p>	<p>УК-1.1: Знать основные положения матричной алгебры, теории определителей, линейного пространства и его свойств, линейных преобразований, теории и практики решения систем линейных алгебраических уравнений и различных приложений линейной алгебры в экономике Уметь применять методы линейной алгебры и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач; Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.</p> <p>УК-1.2: Знать принципы решения стандарт-ных задач профессиональной деятельности с учетом основных требований</p>	Тест	Экзамен: Контрольные вопросы

		<p>матричной алгебры, теории определителей, линейного пространства и его свойств, линейных преобразований, теории и практики решения систем линейных алгебраических уравнений и различных приложений линейной алгебры в экономике</p> <p>Уметь разработать требования при-менять методы линейной алгебры и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения стандартных задач профессиональной деятельности</p> <p>Владеть навыками подбора и использования программно-технических средств для решения стандартных задач с учетом основных требований методов линейной алгебры</p> <p>УК-1.3:</p> <p>Знать принципы подготовки обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе с учетом требований линейной алгебры</p> <p>Уметь использовать основы линейной алгебры при подготовке обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе</p> <p>Владеть навыками использования методов и средств обеспечения линейной алгебры при подготовке обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе</p>		
--	--	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная	заочная
Общая трудоемкость, з.е.	4	4
Часов по учебному плану	144	144
в том числе		
аудиторные занятия (контактная работа):		
- занятия лекционного типа	32	6
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16	6
- КСР	2	2
самостоятельная работа	58	121
Промежуточная аттестация	36 Экзамен	9 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)		в том числе							
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них						Самостоятельная работа обучающегося, часы	
	0 Ф О	3 Ф О	0 Ф О	3 Ф О	0 Ф О	3 Ф О	0 Ф О	3 Ф О	0 Ф О	3 Ф О
Тема 1. Матрицы и определители	22	24	8	2	4	2	12	4	10	20
Тема 2. Системы линейных уравнений	20	24	6	2	4	2	10	4	10	20
Тема 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии	22	32	8	1	4	1	12	2	10	30
Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы	30	32	8	1	2	1	10	2	20	30
Тема 5. Комплексные числа	12	21	2		2		4	0	8	21
Аттестация	36	9								
КСР	2	2							2	2
Итого	144	144	32	6	16	6	50	14	58	121

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Матрицы и определители

Определение матрицы. Равенство матриц. Сумма матриц. Произведение матрицы на число. Умножение двух матриц. Свойства матричных операций. Определитель квадратной матрицы. Свойства

перестановок из n элементов. Десять свойств определителей. Теорема об умножении определителей. Теорема об обратной матрице. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная зависимость и независимость строк (столбцов) матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Свойства матриц, полученных с помощью элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Ранг матрицы и его свойства. Теорема о базисном миноре. Вычисление ранга матрицы. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы. Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы с помощью элементарных преобразований. Использование матриц в решении экономических задач.

Тема 2. Системы линейных уравнений

Основные понятия. Экономические примеры систем линейных уравнений. Геометрический смысл линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Линейные матричные уравнения. Решение системы. Эквивалентные системы уравнений. Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Решение произвольных линейных систем. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений и ее нахождение. Точные и итерационные численные методы решения линейных систем. Метод Гаусса и метод Жордано-Гаусса.

Тема 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии

Определение фиксированных и свободных векторов. Линейные операции над векторами: сумма и разность векторов, умножение вектора на число. Свойства линейных операций. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис на плоскости и в пространстве. Координаты вектора. Проекция вектора на ось, свойства проекций. Ортогональный (декартовый) базис. Система координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки. Формула расстояния в координатах. Перенос и поворот системы координат. Формула деления отрезка в заданном отношении. Определение скалярного произведения. Свойства скалярного произведения и их применение. Выражение скалярного произведения через декартовы координаты векторов. Направляющие косинусы вектора. Векторное произведение двух векторов и его свойства. Выражение векторного произведения в декартовых координатах. Определение площади параллелограмма и площади треугольника с помощью векторного произведения.

Векторно-скалярное (смешанное) произведение трех векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения в декартовых координатах. Определение объема параллелепипеда и тетраэдра.

Алгебраические линии 1-го порядка. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой. Геометрический смысл коэффициентов прямой. Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Пучок прямых. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Параметрические уравнения прямой. Канонические уравнения, уравнение в отрезках, векторное и нормальное уравнения. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Общее и векторное уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках и связка плоскостей. Точка пересечения 3-х плоскостей. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Угол пересечения двух плоскостей, условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Векторно-параметрическое и каноническое уравнение прямой в пространстве. Прямая как пересечение двух плоскостей. Угол пересечения прямых. Угол между прямой и плоскостью.

Кривые второго порядка и их канонические уравнения. Эксцентриситет эллипса и гиперболы. Свойства эллипса, гиперболы и параболы. Общее уравнение кривой второго порядка. Определение вида кривой по инвариантам.

Поверхности второго порядка. Вывод уравнения поверхности вращения. Канонические уравнения цилиндров (эллиптического, гиперболического, параболического). Каноническое уравнение конуса.

Каноническое уравнение эллиптического параболоида. Канонические уравнения однополостного и двухполостного гиперболоидов. Уравнение гиперболического параболоида. Свойства поверхностей второго порядка. Общее уравнение поверхности второго порядка.

Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы

Определение линейного пространства и его простейшие свойства. Линейная зависимость и независи-

мость систем векторов. Размерность и базис пространства. Изоморфизм пространств. Свойства n -мерного пространства. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису. Подпространства и их свойства. Подпространства, образованные решениями однородной системы линейных алгебраических уравнений.

Скалярное произведение векторов и его свойства. Определение евклидова пространства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Косинус угла между векторами. Ортогональность векторов.

Неравенство треугольника и теорема Пифагора. Ортонормированные системы векторов и их свойства. Метод ортогонализации линейно независимой системы векторов. Ортонормальный базис. Определение линейного преобразования. Примеры и простейшие свойства линейных преобразований. Матрица линейного преобразования. Действия над линейными преобразованиями. Изменение матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису. Подобие матриц.

Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Характеристическое уравнение. Экономическая интерпретация собственных чисел и собственных векторов. Свойства собственных чисел и собственных векторов.

Определение самосопряженного линейного преобразования. Примеры самосопряженных преобразований. Матрица самосопряженного линейного преобразования. Действительность собственных чисел самосопряженного линейного преобразования. Ортогональность собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям самосопряженного линейного преобразования. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного линейного преобразования и алгоритм его построения.

Определение ортогонального линейного преобразования и его геометрический смысл. Критерий ортогональности преобразования. Ортогональная матрица. Необходимое и достаточное условие ортогональности матрицы. Свойства ортогональных матриц. Ортогональность матрицы перехода от одного ортонормированного базиса к другому. Сохранение скалярного произведения при ортогональном преобразовании. Собственные значения ортогонального преобразования.

Определение квадратичной формы и ее связь со скалярным произведением. Геометрический смысл квадратичной формы. Матричная запись квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования. Закон инерции квадратичных форм. Определитель Грамма, его геометрический смысл и свойства. Определение положительно определенной квадратичной формы и положительно определенной матрицы. Критерий Сильвестра положительной определенности симметрической матрицы. Критерий Якоби. Треугольное разложение положительно определенной матрицы. Квадратный корень из положительно определенной симметрической матрицы.

Тема 5. Комплексные числа

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Модуль и аргумент. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера. Основная теорема алгебры. Разложение на множители многочлена с вещественными коэффициентами.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций.

Промежуточная аттестация проходит в экзамен, включающий ответы на вопросы по программе дисциплины.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Цель самостоятельной работы - формирование навыков непрерывного самообразования и профессионального совершенствования.

Самостоятельная работа способствует формированию аналитического и творческого мышления, совершенствует способы организации исследовательской деятельности, воспитывает целеустремленность, системность и последовательность в работе студентов, развивает у них навык завершать начатую работу.

Основные виды самостоятельной работы студентов:

- работа с основной и дополнительной литературой;
- изучение категориального аппарата дисциплины;
- самостоятельное изучение тем дисциплины;
- подготовка докладов-презентаций;
- подготовка к экзамену;
- работа в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

Работа с основной и дополнительной литературой

Изучение рекомендованной литературы следует начинать с учебников и учебных пособий, затем переходить к научным монографиям и материалам периодических изданий. Работа с литературой предусматривает конспектирование наиболее актуальных и познавательных материалов. Это не только мобилизует внимание, но и способствует более глубокому осмыслению материала, его лучшему запоминанию, а также позволяет студентам проводить систематизацию и сравнительный анализ изучаемой информации. Таким образом, конспектирование – одна из основных форм самостоятельного труда, которая требует от студента активно работать с учебной литературой и не ограничиваться конспектом лекций.

Студент должен уметь самостоятельно подбирать необходимую литературу для учебной и научной работы, уметь обращаться с предметными каталогами и библиографическим справочником библиотеки.

Изучение категориального аппарата дисциплины

Изучение и осмысление экономических категорий требует проработки лекционного материала, выполнения практических заданий, изучение словарей, энциклопедий, справочников.

Индивидуальная самостоятельная работа студента направлена на овладение и грамотное применение экономической терминологии в области компьютерного моделирования.

Самостоятельное изучение тем дисциплины

Особое место отводится самостоятельной проработке студентами отдельных разделов и тем изучаемой дисциплины. Такой подход вырабатывает у студентов инициативу, стремление к увеличению объема знаний, умений и навыков, всестороннего овладения способами и приемами профессиональной деятельности.

Изучение вопросов определенной темы направлено на более глубокое усвоение основных категорий экономической теории, понимание экономических процессов, происходящих в обществе, совершенствование навыка анализа теоретического и эмпирического материала.

Подготовка докладов-презентаций

Написание докладов и подготовка презентации позволяет студентам глубже изучить темы курса, самостоятельно освоить изучаемый материал, пользуясь учебными пособиями и научными работами. Тема реферата может назначаться преподавателем или инициироваться

студентом.

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине проходит в виде экзамена и предусматривает оценку. Условием успешного прохождения промежуточной аттестации является систематическая работа студента в течение семестра. В этом случае подготовка к экзамену является систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

Рекомендуется внимательно изучить перечень вопросов к экзамену, а также использовать в процессе обучения программу, учебно-методический комплекс, другие методические материалы.

Желательно спланировать троекратный просмотр материала перед экзаменом. Во-первых, внимательное чтение с осмыслением, подчеркиванием и составлением краткого плана ответа. Во-вторых, повторная проработка наиболее сложных вопросов. В-третьих, быстрый просмотр материала или планов ответов для его систематизации в памяти.

Самостоятельная работа в библиотеке

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов:

- а) получение книг для подробного изучения в течение семестра на научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет - в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;
- г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

Изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет

Ресурсы Интернет являются одним из альтернативных источников быстрого поиска требуемой информации. Их использование возможно для получения основных и дополнительных сведений по изучаемым материалам. Необходимо помнить об оформлении ссылок на Интернет-источники.

Для повышения эффективности самостоятельной работы студентов преподавателю целесообразно использовать следующие виды деятельности:

- консультации,
- выдача заданий на самостоятельную работу,
- информационное обеспечение обучения,
- контроль качества самостоятельной работы студентов.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Тест) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Вариант 1

1. Установить соответствие между матрицей A и транспонированной к ней матрицей:

Матрица A	Транспонированная матрица A^T
1) $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	а) $A^T = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
2) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	б) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
	в) $A^T = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$
	г) $A^T = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

2. Установить соответствие между парой матриц A и B и их произведением $A \cdot B$:



Матрицы A и B	Произведение $A \cdot B$
1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	б) $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$
3) $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, B = (1 \quad -2)$	в) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$
4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	г) $\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

3. Установить соответствие между определителем матрицы и его значением

Определители	Значение определителя
1) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$	а) 7
2) $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$	б) 29
3) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$	в) -1
	г) -14

4. Установить соответствие между элементом матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 5 & 3 \\ 1 & 7 & 6 \end{pmatrix}$ и соответствующим ему

алгебраическим дополнением:

Элемент матрицы	Алгебраическое дополнение
1) $a_{11} = 2$	а) $+\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$
2) $a_{23} = 3$	б) $-\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$
3) $a_{21} = -1$	в) $+\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$
4) $a_{31} = 1$	г) $-\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}$

5. Дана система
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 5x_3 = 6. \end{cases}$$

Установить соответствие между Δ_{x_j} и определителями, выписанными из системы, согласно правилу Крамера:

Δ_{x_j}	Определители из системы
1) Δ	а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 6 \end{vmatrix}$
2) Δ_{x_1}	б) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & 5 \end{vmatrix}$
3) Δ_{x_2}	в) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$
4) Δ_{x_3}	г) $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 3 & -4 & 1 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

6. Укажите обратную матрицу, соответствующую матрице $A = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

7. Расставьте матрицы в порядке возрастания их рангов:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$

8. Укажите количество базисных неизвестных системы

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 = 1 \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ 6x_1 - x_2 - 7x_3 + 4x_4 = 3 \end{cases}$$

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

9. Дана система линейных уравнений
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + 5x_2 = 2 \end{cases}$$

x_1, x_2 - решение системы. Укажите $x_1 + x_2$

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

10. Найти значение m , при котором система
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0, \\ 3x_1 + mx_2 = 0. \end{cases}$$
 имеет бесконечное количество решений.

- 1) 2 2) 4 3) 6 4) 8.

Критерии оценивания (оценочное средство - Тест)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	выставляется студентам за верные ответы, которые составляют 100 %
отлично	выставляется студентам за верные ответы, которые составляют 91 % и более от общего количества вопросов
очень хорошо	соответствует результатам тестирования, которые содержат от 81 % до 90 % правильных ответов;
хорошо	соответствует результатам тестирования, которые содержат от 71 % до 80 %

Оценка	Критерии оценивания
	правильных ответов;
удовлетворительно	от 50 % до 70 % правильных ответов
неудовлетворительно	соответствует результатам тестирования, содержащие менее 50 % правильных ответов.
плохо	соответствует результатам тестирования, содержащие менее 20 % правильных ответов.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач
---------------	--	---	--	--	--	--	---

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

Вопросы к экзамену по дисциплине Б1.В.04 «Линейная алгебра»

Вопрос	Код компетенции (согласно РП)
Тема 1. Матрицы и определители	УК-1

1. Определение матрицы. Равенство матриц. Сумма матриц. Произведение матрицы на число. Умножение двух матриц.	УК-1
2. Свойства матричных операций.	УК-1
3. Перестановки из n элементов и транспозиции.	УК-1
4. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей. Теорема об умножении определителей.	УК-1
5. Обратная матрица. Теорема об обратной матрице.	УК-1
6. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная зависимость и независимость строк (столбцов) матрицы.	УК-1
7. Элементарные преобразования матрицы. Свойства матриц, полученных с помощью элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы при помощи элементарных преобразований.	УК-1
8. Ранг матрицы и его свойства. Вычисление ранга матрицы.	УК-1
9. Теорема о базисном миноре.	УК-1
10. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы. Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы с помощью элементарных преобразований.	УК-1
<i>Тема 2. Системы линейных уравнений</i>	
11. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Геометрический смысл линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Линейные матричные уравнения. Решение системы.	УК-1
12. Теорема Кронекера-Капелли.	УК-1
13. Решение невырожденных линейных систем квадратной матрицей. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера.	УК-1
14. Решение произвольных линейных систем. Метод Гаусса.	УК-1
15. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений и ее нахождение.	УК-1
16. Общее решение неоднородной системы.	УК-1
<i>Тема 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии</i>	УК-1

1. Векторная алгебра. Основные понятия.	УК-1
1. Линейные операции над векторами: сумма и разность векторов, умножение вектора на число. Свойства линейных операций.	УК-1
1. Проекция вектора на ось, свойства проекций.	УК-1
1. Ортогональный (декартовый) базис. Базис на плоскости и в пространстве. Координаты точки.	УК-1
1. Координаты вектора. Система координат на плоскости и в пространстве. Формула расстояния между двумя точками в координатах.	УК-1
1. Условие коллинеарности векторов. Формула деления отрезка в заданном отношении.	УК-1
1. Определение скалярного произведения. Свойства скалярного произведения и их применение.	УК-1
1. Выражение скалярного произведения через декартовы координаты векторов. Направляющие косинусы вектора.	УК-1
1. Векторное произведение двух векторов и его свойства.	УК-1
1. Выражение векторного произведения в декартовых координатах. Определение площади параллелограмма и площади треугольника с помощью векторного произведения.	УК-1
1. Векторно-скалярное (смешанное) произведение трех векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения в декартовых координатах. Определение объема параллелепипеда и тетраэдра. 2. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Свойства линейной независимости векторов.	УК-1
1. Ранг и базис системы векторов.	УК-1
1. Плоскость. Взаимное расположение двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.	УК-1
1. Различные виды уравнений плоскости.	УК-1
1. Прямая в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве.	УК-1
1. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.	УК-1

1. Взаимное расположение прямой и плоскости.	УК-1
1. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости.	УК-1
1. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости.	УК-1
1. Изображение на плоскости множества решений системы линейных неравенств.	УК-1
1. Кривые второго порядка и их канонические уравнения. Эксцентриситет эллипса и гиперболы. Свойства эллипса, гиперболы и параболы.	УК-1
1. Общее уравнение кривой второго порядка. Теорема о классификации кривых второго порядка.	УК-1
1. Поверхности второго порядка. Теорема о классификации квадрик.	УК-1
1. Преобразование декартовых прямоугольных систем координат.	УК-1
<i>Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы</i>	УК-1
1. Определение линейного пространства и его простейшие свойства.	УК-1
1. Линейная зависимость и независимость систем векторов.	УК-1
1. Размерность и базис пространства.	УК-1
1. Подпространства и их свойства.	УК-1
1. Преобразование координат при переходе к новому базису.	УК-1
1. Евклидовы пространства. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Косинус угла между векторами. Ортогональность векторов. Неравенство треугольника и теорема Пифагора.	УК-1
1. Ортонормированные системы векторов и их свойства. Метод ортогонализации линейно независимой системы векторов.	УК-1
1. Определение линейного преобразования. Примеры и простейшие свойства линейных преобразований.	УК-1
1. Матрица линейного преобразования. Действия над линейными преобразованиями. Изменение матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису. Подобие матриц.	УК-1

1. Собственные числа и собственные векторы матрицы. Характеристическое уравнение. Свойства собственных чисел.	УК-1
1. Свойства собственных векторов.	УК-1
1. Определение квадратичной формы. Матричная запись квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования.	УК-1
1. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.	УК-1
1. Линейная модель обмена (модель международной торговли).	УК-1
56. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ).	УК-1

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование ко-торых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование ко-торых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование ко-торых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование ко-торых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Гриншпон И. Э. Линейная алгебра. Курс лекций : учебное пособие для вузов / Гриншпон И. Э. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 164 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-507-46705-1., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=884377&idb=0>.
2. Звонилов Виктор Иванович. Линейная алгебра. Вопросы : учебно-методическое пособие / В. И. Звонилов ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2024. - 23 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=891982&idb=0>.
3. Кострикин Алексей Иванович. Линейная алгебра и геометрия : учебное пособие. - Изд. 4-е, стер. - СПб. : Лань, 2008. - 304 с. - (Классическая учебная литература по математике). - Предм. указ.: с. 297 - 303. - ISBN 978-5-8114-0612-8 : 330.00., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Бортаковский Александр Сергеевич. Линейная алгебра в примерах и задачах : Учебное пособие / Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). - 3. - Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2023. - 592 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ВО - Бакалавриат. - ISBN 978-5-16-010586-4. - ISBN 978-5-16-102613-7., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=875731&idb=0>.
2. Жуплей И. В. Математика: линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие для практических занятий и самостоятельной работы для обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 экономика / Жуплей И. В. - 2-е изд. - Уссурийск : Приморская ГСХА, 2021. - 145 с. - Книга из коллекции Приморская ГСХА - Лесное хозяйство и лесоинженерное дело., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=864225&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Электронно-библиотечная система «КнигаФонд»: <http://www.knigafund.ru/>.
2. Электронно-библиотечная система «Лань»: <http://e.lanbook.com/>.
3. Электронно-библиотечная система «Znanium.com»: <http://znanium.com/>.
4. Пакет прикладных программ MS Office.
5. ИПС «Консультант +»;
6. ИПС «Гарант»;
7. Поисковые система «Яндекс», «Google»;
8. ЭБС «biblio-online.ru».

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 09.03.03 - Прикладная информатика.

Автор(ы): Шестерикова Наталия Васильевна, кандидат экономических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Трифонов Юрий Васильевич, доктор экономических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 12.12.2023, протокол № 6.