

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

**Балахнинский филиал ННГУ**

---

**УТВЕРЖДЕНО**  
решением Учёного совета ННГУ  
протокол № 6  
от 31 мая 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

Уровень высшего образования  
**БАКАЛАВРИАТ**

Направление подготовки  
**09.03.03 ПРИКЛАДНАЯ ИНФОРМАТИКА**

Направленность (профиль) образовательной программы  
**ПРИКЛАДНАЯ ИНФОРМАТИКА В УПРАВЛЕНИИ ПРОИЗВОДСТВОМ**

Квалификация (степень)

**БАКАЛАВР**

Форма обучения:  
**ОЧНАЯ, ОЧНО-ЗАОЧНАЯ**

Балахна

2023

## Лист актуализации

---

---

### Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2020-2021 учебном году на заседании кафедры

\_\_\_\_\_

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

---

---

### Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2021-2022 учебном году на заседании кафедры

\_\_\_\_\_

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

---

---

### Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры

\_\_\_\_\_

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

---

---

### Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Председатель МК

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для  
исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры

\_\_\_\_\_

Протокол от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.04 «Линейная алгебра» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, ОПОП по направлению 09.03.03 Прикладная информатика, направленность (профиль): Прикладная информатика в управлении производством.

Целями освоения дисциплины являются: познакомить студентов с основами аппарата высшей математики для решения теоретических и практических задач; воспитать абстрактное мышление, не привязанное к конкретным условиям и обстоятельствам; развить логическое мышление, научить строить логические цепочки рассуждений, в начале которых стоят не вызывающие сомнения факты и положения, а в конце – правильные выводы; привить высокие стандарты строгости в доказательстве или обосновании результатов исследований; выработать навыки к математическому исследованию экономических проблем; формирование научного мировоззрения студентов; формирование математических знаний, умений и навыков, необходимых для изучения других общенаучных и специальных дисциплин; формирование личности студента, развитие его интеллекта и умения логически и алгоритмически мыслить; формирование умений и навыков, необходимых при практическом применении математических моделей и методов для анализа и моделирования сложных систем, процессов, явлений, для поиска оптимальных решений и выбора наилучших способов их реализации.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина <i>Б1.В.04 Линейная алгебра</i> к обязательной части ООП направления подготовки 09.03.03. Прикладная информатика.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации, методики системного подхода для решения профессиональных задач.	Знать основные положения матричной алгебры, теории определителей, линейного пространства и его свойств, линейных преобразований, теории и практики решения систем линейных алгебраических уравнений и различных приложений линейной алгебры в экономике Уметь применять методы линейной алгебры и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач; Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния, и прогноза развития экономических явлений и процессов.	доклады, тесты, практические задания, собеседование, контрольная работа

	УК-1.2. Умеет анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности.	<p>Знать принципы решения стандартных задач профессиональной деятельности с учетом основных требований матричной алгебры, теории определителей, линейного пространства и его свойств, линейных преобразований, теории и практики решения систем линейных алгебраических уравнений и различных приложений линейной алгебры в экономике</p> <p>Уметь разработать требования применять методы линейной алгебры и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения стандартных задач профессиональной деятельности</p> <p>Владеть навыками подбора и использования программно-технических средств для решения стандартных задач с учетом основных требований методов линейной алгебры</p>	доклады, тесты, практические задания
	УК-1.3. Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений.	<p>Знать принципы подготовки обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе с учетом требований линейной алгебры</p> <p>Уметь использовать основы линейной алгебры при подготовке обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе</p> <p>Владеть навыками использования методов и средств обеспечения линейной алгебры при подготовке обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций, и библиографии по научно-исследовательской работе</p>	доклады, тесты, практические задания

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоёмкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоёмкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	50
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	16
- КСР	2
самостоятельная работа	58
Промежуточная аттестация – экзамен	36

	Очно-заочная форма обучения
Общая трудоёмкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	22
- занятия лекционного типа	12
- занятия семинарского типа	8
- КСР	2
самостоятельная работа	86
Промежуточная аттестация – экзамен	36

### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе при очной форме подготовки			
		Контактная работа, часы, из них занятия			Самостоятельная работа, часы
		лекционного типа	семинарского типа	Всего	
Тема 1. Матрицы и определители	21	5	2	7	14
Тема 2. Системы линейных уравнений	22	7	4	11	11
Тема 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии	22	7	4	11	11
Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы	21	7	4	11	10
Тема 5. Комплексные числа	20	6	2	8	12
КСР	2			2	
Промежуточная аттестация – экзамен	36				
<b>ИТОГО</b>	<b>144</b>	<b>32</b>	<b>16</b>	<b>50</b>	<b>58</b>

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе при очно-заочной форме подготовки			
		Контактная работа, часы, из них занятия			Самостоятельная работа, часы
		лекционного типа	семинарского типа	Всего	
Тема 1. Матрицы и определители	21	2	1	3	18
Тема 2. Системы линейных уравнений	22	3	2	5	17
Тема 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии	22	3	2	5	17
Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы	21	2	2	4	17
Тема 5. Комплексные числа	20	2	1	3	17
КСР	2			2	
Промежуточная аттестация – экзамен	36				
<b>ИТОГО</b>	<b>144</b>	<b>12</b>	<b>8</b>	<b>22</b>	<b>86</b>

#### Содержание разделов дисциплины

##### Тема 1. Матрицы и определители

Определение матрицы. Равенство матриц. Сумма матриц. Произведение матрицы на число. Умножение двух матриц. Свойства матричных операций. Определитель квадратной матрицы. Свойства перестановок из  $n$  элементов. Десять свойств определителей. Теорема об умножении определителей. Теорема об обратной матрице. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная зависимость и независимость строк (столбцов) матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Свойства матриц, полученных с помощью элементарных преобразований. Нахождение

обратной матрицы при помощи элементарных преобразований. Ранг матрицы и его свойства. Теорема о базисном миноре.

Вычисление ранга матрицы. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы. Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы с помощью элементарных преобразований. Использование матриц в решении экономических задач.

## Тема 2. Системы линейных уравнений

Основные понятия. Экономические примеры систем линейных уравнений. Геометрический смысл линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Линейные матричные уравнения. Решение системы. Эквивалентные системы уравнений. Решение невырожденных линейных систем. Формулы Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Решение произвольных линейных систем. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений и

ее нахождение. Точные и итерационные численные методы решения линейных систем. Метод Гаусса и метод Жордано-Гаусса.

### Тема 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии

Определение фиксированных и свободных векторов. Линейные операции над векторами: сумма и разность векторов, умножение вектора на число. Свойства линейных операций. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис на плоскости и в пространстве. Координаты вектора. Проекция вектора на ось, свойства проекций. Ортогональный (декартовый) базис. Система координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки. Формула расстояния в координатах. Перенос и поворот системы координат. Формула деления отрезка в заданном отношении.

Определение скалярного произведения. Свойства скалярного произведения и их применение. Выражение скалярного произведения через декартовы координаты векторов. Направляющие косинусы вектора.

Векторное произведение двух векторов и его свойства. Выражение векторного произведения в декартовых координатах. Определение площади параллелограмма и площади треугольника с помощью векторного произведения.

Векторно-скалярное (смешанное) произведение трех векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения в декартовых координатах. Определение объема параллелепипеда и тетраэдра.

Алгебраические линии 1-го порядка. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой. Геометрический смысл коэффициентов прямой. Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Пучок прямых. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Параметрические уравнения прямой. Канонические уравнения, уравнение в отрезках, векторное и нормальное уравнения. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Общее и векторное уравнение плоскости. Уравнение плоскости в отрезках и связка плоскостей. Точка пересечения 3-х плоскостей. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Угол пересечения двух плоскостей, условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Векторно-параметрическое и каноническое уравнение прямой в пространстве. Прямая как пересечение двух плоскостей. Угол пересечения прямых. Угол между прямой и плоскостью.

Кривые второго порядка и их канонические уравнения. Эксцентриситет эллипса и гиперболы. Свойства эллипса, гиперболы и параболы. Общее уравнение кривой второго порядка. Определение вида кривой по инвариантам.

Поверхности второго порядка. Вывод уравнения поверхности вращения. Канонические уравнения цилиндров (эллиптического, гиперболического, параболического). Каноническое уравнение конуса. Каноническое уравнение эллиптического параболоида. Канонические уравнения однополостного и двухполостного гиперболоидов. Уравнение гиперболического параболоида. Свойства поверхностей второго порядка. Общее уравнение поверхности второго порядка.

### Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы

Определение линейного пространства и его простейшие свойства. Линейная зависимость и независимость систем векторов. Размерность и базис пространства. Изоморфизм пространств. Свойства  $n$ -мерного пространства. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису. Подпространства и их свойства. Подпространства, образованные решениями однородной системы линейных алгебраических уравнений.

Скалярное произведение векторов и его свойства. Определение евклидова пространства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Косинус угла между векторами. Ортогональность векторов. Неравенство треугольника и теорема Пифагора. Ортонормированные системы векторов и их свойства. Метод ортогонализации линейно независимой системы векторов. Ортонормальный базис. Определение линейного преобразования. Примеры и простейшие свойства линейных преобразований. Матрица линейного преобразования. Действия над линейными преобра-

зованиями. Изменение матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису. Подобие матриц.

Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Характеристическое уравнение. Экономическая интерпретация собственных чисел и собственных векторов. Свойства собственных чисел и собственных векторов.

Определение самосопряженного линейного преобразования. Примеры самосопряженных преобразований. Матрица самосопряженного линейного преобразования. Действительность собственных чисел самосопряженного линейного преобразования. Ортогональность собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям самосопряженного линейного преобразования. Существование ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного линейного преобразования и алгоритм его построения.

Определение ортогонального линейного преобразования и его геометрический смысл. Критерий ортогональности преобразования. Ортогональная матрица. Необходимое и достаточное условие ортогональности матрицы. Свойства ортогональных матриц. Ортогональность матрицы перехода от одного ортонормированного базиса к другому. Сохранение скалярного произведения при ортогональном преобразовании. Собственные значения ортогонального преобразования.

Определение квадратичной формы и ее связь со скалярным произведением. Геометрический смысл квадратичной формы. Матричная запись квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования. Закон инерции квадратичных форм. Определитель Грамма, его геометрический смысл и свойства. Определение положительно определенной квадратичной формы и положительно определенной матрицы. Критерий Сильвестра положительной определенности симметрической матрицы. Критерий Якоби. Треугольное разложение положительно определенной матрицы. Квадратный корень из положительно определенной симметрической матрицы.

#### Тема 5. Комплексные числа

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи. Модуль и аргумент. Экспонента от комплексного числа, формула Эйлера. Основная теорема алгебры. Разложение на множители многочлена с вещественными коэффициентами.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций.

Промежуточная аттестация проходит в экзамен, включающий ответы на вопросы по программе дисциплины.

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Цель самостоятельной работы – формирование навыков непрерывного самообразования и профессионального совершенствования.

Самостоятельная работа способствует формированию аналитического и творческого мышления, совершенствует способы организации исследовательской деятельности, воспитывает целеустремленность, системность и последовательность в работе студентов, развивает у них навык завершать начатую работу.

Основные виды самостоятельной работы студентов:

- работа с основной и дополнительной литературой;
- изучение категориального аппарата дисциплины;
- самостоятельное изучение тем дисциплины;
- подготовка докладов-презентаций;
- подготовка к экзамену;
- работа в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.



### Работа с основной и дополнительной литературой

Изучение рекомендованной литературы следует начинать с учебников и учебных пособий, затем переходить к научным монографиям и материалам периодических изданий. Работа с литературой предусматривает конспектирование наиболее актуальных и познавательных материалов. Это не только мобилизует внимание, но и способствует более глубокому осмыслению материала, его лучшему запоминанию, а также позволяет студентам проводить систематизацию и сравнительный анализ изучаемой информации. Таким образом, конспектирование – одна из основных форм самостоятельного труда, которая требует от студента активно работать с учебной литературой и не ограничиваться конспектом лекций.

Студент должен уметь самостоятельно подбирать необходимую литературу для учебной и научной работы, уметь обращаться с предметными каталогами и библиографическим справочником библиотеки.

### Изучение категориального аппарата дисциплины

Изучение и осмысление основных категорий дисциплины требует проработки лекционного материала, выполнения практических заданий, изучение словарей, энциклопедий, справочников.

Индивидуальная самостоятельная работа студента направлена на овладение и грамотное применение терминологии по изучаемой дисциплине:

### Самостоятельное изучение тем дисциплины

Особое место отводится самостоятельной проработке студентами отдельных разделов и тем изучаемой дисциплины. Такой подход вырабатывает у студентов инициативу, стремление к увеличению объема знаний, умений и навыков, всестороннего овладения способами и приемами профессиональной деятельности.

Изучение вопросов определенной темы направлено на более глубокое усвоение основных категорий, совершенствование навыка анализа теоретического и эмпирического материала.

### Подготовка докладов-презентаций

Написание докладов и подготовка презентации позволяет студентам глубже изучить темы курса, самостоятельно освоить изучаемый материал, пользуясь учебными пособиями и научными работами. Тема реферата может назначаться преподавателем или инициироваться студентом.

### Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация студентов по дисциплине проходит в виде экзамена и предусматривает оценку. Условием успешного прохождения промежуточной аттестации является систематическая работа студента в течение семестра. В этом случае подготовка к экзамену является систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

Рекомендуется внимательно изучить перечень вопросов к экзамену, а также использовать в процессе обучения программу, учебно-методический комплекс, другие методические материалы.

Желательно спланировать трехкратный просмотр материала перед экзаменом. Во-первых, внимательное чтение с осмыслением, подчеркиванием и составлением краткого плана ответа. Во-вторых, повторная проработка наиболее сложных вопросов. В-третьих, быстрый просмотр материала или планов ответов для его систематизации в памяти.

### Самостоятельная работа в библиотеке

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Это работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов:

- а) получение книг для подробного изучения в течение семестра на научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет - в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;

г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

Изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет

Ресурсы Интернет являются одним из альтернативных источников быстрого поиска требуемой информации. Их использование возможно для получения основных и дополнительных сведений по изучаемым материалам. Необходимо помнить об оформлении ссылок на Интернет-источники.

Для повышения эффективности самостоятельной работы студентов преподавателю целесообразно использовать следующие виды деятельности:

- консультации,
- выдача заданий на самостоятельную работу,
- информационное обеспечение обучения,
- контроль качества самостоятельной работы студентов.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. По какому правилу складываются матрицы?
2. Можно ли из одной матрицы вычесть другую и как это сделать? Что будет результатом этой операции?
3. Как умножить матрицу на число?
4. Как перемножаются матрицы?
5. Каковы размеры матрицы  $A$ , если известно, что  $(1,2,3)*A = (0,1)$ ?
6. Какими свойствами обладает операция умножения матриц?
7. Какая матрица называется обратной по отношению к матрице  $A$ ?
8. Какая матрица имеет обратную?
9. Как вычисляются определители 2-го и 3-го порядков?
10. Какие свойства имеет определитель?
11. Как вводится определитель  $n$ -го порядка и каковы его свойства?
12. Что такое разложение определителя по элементам строки или столбца?
13. Как вычисляется определитель произведения матриц?
14. Как вычисляется обратная матрица через союзную?
15. Каковы свойства обратной матрицы?
16. Что такое ранг матрицы?
17. Какие преобразования матрицы относятся к элементарным?
18. Изменится ли ранг матрицы после элементарных преобразований?
19. Что можно сказать о ранге произведения матриц?
20. Как найти обратную матрицу с помощью элементарных преобразований?
21. Что такое базисный минор и какими свойствами он обладает?
22. Какая система линейных уравнений совместна?
23. При каких условиях система линейных уравнений совместна?
24. Как построить фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений?
25. Как найти множество всех решений неоднородной системы линейных уравнений?
26. В чем заключается метод Гаусса решения линейной системы?
27. В чем состоит метод Гаусса с выбором главного элемента?
28. Какие векторы называются коллинеарными? компланарными?
29. Какие операции над векторами называются линейными и каковы их свойства?
30. Что называется базисом?
31. Какие векторы называются линейно зависимыми и какие линейно независимыми?
32. Как определяется декартова система координат?
33. Что называется скалярным произведением двух векторов, каковы его свойства и как оно выражается через декартовы координаты векторов?
34. Что называется векторным произведением двух векторов, каковы его свойства и как оно выражается через декартовы координаты векторов?

35. Как выражается длина вектора, угол между векторами и расстояние между двумя точками в декартовой системе координат?
36. Что называется смешанным произведением 3-х векторов, каковы его свойства и как оно выражается через координаты векторов в ортонормированном базисе?
37. Как преобразуются координаты вектора при замене базиса?
38. Как записать через координаты условие компланарности 3-х векторов?
39. Что такое  $n$ -мерное пространство и каковы его свойства?
40. Что такое  $n$ -мерное евклидово пространство и каковы его свойства?
41. Как в  $n$ -мерном пространстве определяется длина вектора, норма вектора, ортогональность векторов?
42. В чем состоит неравенство треугольника по теореме Пифагора в  $n$ -мерном евклидовом пространстве?
43. Что называется направляющим вектором прямой и нормальным вектором плоскости?
44. Как записывается параметрическое уравнение прямой и плоскости?
45. Что называется угловым коэффициентом прямой на плоскости и каков его геометрический смысл?
46. Как записывается уравнение прямой, проходящей через две точки в пространстве и на плоскости?
47. Как записывается уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки?
48. Как вычисляются углы между двумя прямыми на плоскости и в пространстве?
49. Каковы условия перпендикулярности двух прямых, двух плоскостей, прямой и плоскости?
50. Что такое окружность, эллипс, гипербола и парабола и каковы их канонические уравнения?
51. Каков геометрический смысл систем линейных неравенств с двумя и тремя переменными?
52. Как определяется матрица линейного преобразования?
53. Каковы свойства собственных чисел и собственных векторов линейного преобразования?
54. Как меняется матрица линейного преобразования при переходе к новому базису?
55. Что такое самосопряженное линейное преобразование?
56. Какими свойствами обладают собственные векторы и собственные числа самосопряженного линейного преобразования?
57. Какой вид имеет матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов?
58. Приведите примеры экономических задач, в которых используются системы линейных уравнений и неравенств?
59. Каков экономический смысл собственных чисел и собственных векторов?
60. Как записывается матрица квадратичной формы?
61. Как вводится определитель Грамма и каковы его свойства?
62. Как преобразовать квадратичную форму к каноническому виду?
63. Что такое положительно определенная квадратичная форма?
64. Какими свойствами обладает положительно определенная матрица?
65. Приведите критерии положительной определенности матриц.

### **Контрольная работа**

Требования к контрольной работе:

- контрольную набирают в Word или другом текстовом редакторе с аналогичным функционалом;
- при наборе нужно использовать шрифт Times New Roman;
- интервал между строк – полуторный;
- размер шрифта – 14;
- текст выравнивается по ширине;
- в тексте делают красные строки с отступом в 12,5 мм;
- нижнее и верхнее поля страницы должны иметь отступ в 20 мм;
- слева отступ составляет 30 мм, справа – 15 мм;

- контрольная всегда нумеруется с первого листа, но на титульном листе номер не ставят;
- номер страницы в работе всегда выставляется в верхнем правом углу;
- заголовки работы оформляются жирным шрифтом;
- в конце заголовков точка не предусмотрена;
- заголовки набираются прописными буквами;
- все пункты и разделы в работе должны быть пронумерованы арабскими цифрами;
- названия разделов размещаются посередине строки, подразделы – с левого края;
- работа распечатывается в принтере на листах А4;
- текст должен располагаться только на одной стороне листа.

Работа имеет такую структуру:

1. Титульный лист;
2. Оглавление и введение;
3. Основной текст контрольной;
4. Заключительная часть работы;
5. Перечень использованной литературы и источников;
6. Дополнения и приложения.

Темы контрольных работ

1. Приведите примеры экономических задач, в которых используются системы линейных уравнений и неравенств?
2. Каков экономический смысл собственных чисел и собственных векторов?
3. Как записывается матрица квадратичной формы?
4. Как вводится определитель Грамма и каковы его свойства?
5. Как преобразовать квадратичную форму к каноническому виду?
6. Что такое положительно определенная квадратичная форма?
7. Какими свойствами обладает положительно определенная матрица?
8. Приведите критерии положительной определенности матриц.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полностью знаний вследствие отказа, обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа, обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа, обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

### 5.2.1. Контрольные вопросы

#### Вопросы к экзамену

Вопрос	Код компетенции
<b>Тема 1. Матрицы и определители</b>	УК-1
1. Определение матрицы. Равенство матриц. Сумма матриц. Произведение матрицы на число. Умножение двух матриц.	УК-1
2. Свойства матричных операций.	УК-1
3. Перестановки из $n$ элементов и транспозиции.	УК-1
4. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей. Теорема об умножении определителей.	УК-1
5. Обратная матрица. Теорема об обратной матрице.	УК-1
6. Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы. Линейная зависимость и независимость строк (столбцов) матрицы.	УК-1
7. Элементарные преобразования матрицы. Свойства матриц, полученных с помощью элементарных преобразований. Нахождение обратной матрицы при помощи элементарных преобразований.	УК-1
8. Ранг матрицы и его свойства. Вычисление ранга матрицы.	УК-1
9. Теорема о базисном миноре.	УК-1
10. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы. Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы с помощью элементарных преобразований.	УК-1
<b>Тема 2. Системы линейных уравнений</b>	
11. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Геометрический смысл линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Линейные матричные уравнения. Решение системы.	УК-1
12. Теорема Кронекера-Капелли.	УК-1
13. Решение невырожденных линейных систем квадратной матрицей. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера.	УК-1
14. Решение произвольных линейных систем. Метод Гаусса.	УК-1
15. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений и ее нахождение.	УК-1
16. Общее решение неоднородной системы.	УК-1
<b>Тема 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии</b>	УК-1
17. Векторная алгебра. Основные понятия.	УК-1
18. Линейные операции над векторами: сумма и разность векторов, умножение вектора на число. Свойства линейных операций.	УК-1
19. Проекция вектора на ось, свойства проекций.	УК-1
20. Ортогональный (декартовый) базис. Базис на плоскости и в пространстве. Координаты точки.	УК-1
21. Координаты вектора. Система координат на плоскости и в пространстве. Формула расстояния между двумя точками в координатах.	УК-1
22. Условие коллинеарности векторов. Формула деления отрезка в заданном отношении.	УК-1
23. Определение скалярного произведения. Свойства скалярного произведения и их применение.	УК-1
24. Выражение скалярного произведения через декартовы координаты векторов. Направляющие косинусы вектора.	УК-1
25. Векторное произведение двух векторов и его свойства.	УК-1
26. Выражение векторного произведения в декартовых координатах. Определение площади параллелограмма и площади треугольника с помощью векторного произведения.	УК-1
27. Векторно-скалярное (смешанное) произведение трех векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения в декартовых координатах. Определение объема параллелепипеда и тетраэдра.	УК-1
28. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Свойства линейной независимости векторов	УК-1

29. Ранг и базис системы векторов.	УК-1
30. Плоскость. Взаимное расположение двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.	УК-1
31. Различные виды уравнений плоскости.	УК-1
32. Прямая в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве.	УК-1
33. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.	УК-1
34. Взаимное расположение прямой и плоскости.	УК-1
35. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости.	УК-1
36. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости.	УК-1
37. Изображение на плоскости множества решений системы линейных неравенств.	УК-1
38. Кривые второго порядка и их канонические уравнения. Эксцентриситет эллипса и гиперболы. Свойства эллипса, гиперболы и параболы.	УК-1
39. Общее уравнение кривой второго порядка. Теорема о классификации кривых второго порядка.	УК-1
40. Поверхности второго порядка. Теорема о классификации квадрик.	УК-1
41. Преобразование декартовых прямоугольных систем координат.	УК-1
<b>Тема 4. Линейные преобразования и квадратичные формы</b>	УК-1
42. Определение линейного пространства и его простейшие свойства.	УК-1
43. Линейная зависимость и независимость систем векторов.	УК-1
44. Размерность и базис пространства.	УК-1
45. Подпространства и их свойства.	УК-1
46. Преобразование координат при переходе к новому базису.	УК-1
47. Евклидовы пространства. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Косинус угла между векторами. Ортогональность векторов. Неравенство треугольника и теорема Пифагора.	УК-1
48. Ортонормированные системы векторов и их свойства. Метод ортогонализации линейно независимой системы векторов.	УК-1
49. Определение линейного преобразования. Примеры и простейшие свойства линейных преобразований.	УК-1
50. Матрица линейного преобразования. Действия над линейными преобразованиями. Изменение матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису. Подобие матриц.	УК-1
51. Собственные числа и собственные векторы матрицы. Характеристическое уравнение. Свойства собственных чисел.	УК-1
52. Свойства собственных векторов.	УК-1
53. Определение квадратичной формы. Матричная запись квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования.	УК-1
54. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.	УК-1
55. Линейная модель обмена (модель международной торговли).	УК-1
56. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ).	УК-1

## 5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенций

### Тестирование (УК-1)

#### Примеры заданий теста по линейной алгебре для оценки компетенции «УК-1»

##### Вариант 1

1. Установить соответствие между матрицей А и транспонированной к ней матрицей:

Матрица А	Транспонированная матрица $A^T$
1) $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 7 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	а) $A^T = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

2) $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	б) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
	в) $A^T = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$
	г) $A^T = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

Ответ: 1-г; 2-в

2. Установить соответствие между парой матриц A и B и их произведением  $A \cdot B$ :

Матрицы A и B	Произведение $A \cdot B$
1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	б) $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$
3) $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix}$	в) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$
4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	г) $\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ: 1-г; 2-а; 3-б; 4-в

3. Установить соответствие между определителем матрицы и его значением

Определители	Значение определителя
1) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$	а) 7
2) $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$	б) 29
3) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$	в) -1
	г) -14

Ответ: 1-в; 2-а; 3-б

4. Установить соответствие между элементом матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 5 & 3 \\ 1 & 7 & 6 \end{pmatrix}$  и соответствующим

ему алгебраическим дополнением:



Элемент матрицы	Алгебраическое дополнение		
1) $a_{11} = 2$	а) +	$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$	
2) $a_{23} = 3$	б) -	$\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$	
3) $a_{21} = -1$	в) +	$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$	
4) $a_{31} = 1$	г) -	$\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}$	

Ответ: 1-в; 2-г; 3-б; 4-а

5. Дана система 
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 5x_3 = 6. \end{cases}$$

Установить соответствие между  $\Delta_{x_j}$  и определителями, выписанными из системы, согласно правилу Крамера:

$\Delta_{x_j}$	Определители из системы		
1) $\Delta$	а)	$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 6 \end{vmatrix}$	
2) $\Delta_{x_1}$	б)	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & 5 \end{vmatrix}$	
3) $\Delta_{x_2}$	в)	$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$	
4) $\Delta_{x_3}$	г)	$\begin{vmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 3 & -4 & 1 \\ 6 & 0 & 5 \end{vmatrix}$	

Ответ: 1-в; 2-г; 3-б; 4-а

6. Укажите обратную матрицу, соответствующую матрице  $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$ .

1)  $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$  2)  $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$  3)  $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$  4)  $\begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ .

Ответ: 3

7. Расставьте матрицы в порядке возрастания их рангов:

$$1) \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \end{array} \right) \quad 2) \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & -5 & 0 \\ & & & & & 5 \end{array} \right) \quad 3) \left( \begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad 4) \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 0 \end{array} \right)$$

Ответ: 3 2 4 1

8. Укажите количество базисных неизвестных системы  $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 = 2, \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 6x_1 - x_2 - 7x_3 + 4x_4 = 7. \end{cases}$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ: 2

9. Дана система линейных уравнений  $\begin{cases} 3x_1 - x_2 = 2, \\ x_1 + 5x_2 = 6 \end{cases}$

$x_1, x_2$  - решение системы. Укажите  $x_1 + x_2$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

Ответ: 2

10. Найти значение  $m$ , при котором система  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0, \\ 3x_1 + mx_2 = 0. \end{cases}$  имеет бесконечное множество решений.

1) 2 2) 4 3) 6 4) 8.

Ответ: 3

Укажите количество свободных неизвестных системы  $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 5, \\ 6x_1 - x_2 - 7x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 7. \end{cases}$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ: 3

12. Укажите решение, соответствующее системе  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$

1) (0;1;1) 2) (1;0;1) 3) (1;1;0) 4) (1;1;1)

Ответ: 3

13. Укажите характеристическое уравнение, соответствующее матрице  $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ :

1)  $\lambda^2 + 10\lambda + 21 = 0$ ; 2)  $\lambda^2 - 10\lambda + 21 = 0$ ; 3)  $\lambda^2 - 10\lambda + 29 = 0$ ; 4)  $\lambda^2 + 10\lambda + 29 = 0$

Ответ: 2

14. Найдите собственные числа матрицы  $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

$$1) \lambda_1 = 2, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 5$$

$$2) \lambda_1 = -1, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 5$$

$$3) \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 5$$

$$4) \lambda_1 = -2, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 5$$

Ответ: 3

## Вариант 2

1. Установить соответствие между матрицей A и транспонированной к ней матрицей:

Матрица A	Транспонированная матрица $A^T$
3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 4 & 5 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	б) $A^T = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 4 & 5 \end{pmatrix}$	б) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$
	в) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$
	г) $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

Ответ: 1-б; 2-в

2. Установить соответствие между парой матриц A и B и их произведением  $A \cdot B$ :

Матрицы A и B	Произведение $A \cdot B$
1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	а) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	б) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$
3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	в) $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$
4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix}$	г) $\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

Ответ: 1- а; 2 -г; 3-б; 4-в

3. Установить соответствие между определителем матрицы и его значением

Определители	Значение определителя
1) $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$	а) 13
2) $\begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$	б) 30

3) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$	в) -1
	г) 10

Ответ: 1-г; 2-а; 3-б

4. Установить соответствие между элементом матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -6 & 4 & 5 \\ 7 & 7 & 6 \end{pmatrix}$  и соответствующим ему алгебраическим дополнением:

Элемент матрицы	Алгебраическое дополнение
1) $a_{11} = 3$	а) $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$
2) $a_{23} = 5$	б) $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$
3) $a_{21} = -6$	в) $\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$
4) $a_{31} = 7$	г) $\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 7 \end{vmatrix}$

Ответ: 1-в; 2-г; 3-б; 4-а

5. Дана система  $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 = 3. \end{cases}$

Установить соответствие между  $\Delta_{x_j}$  и определителями, выписанными из системы, согласно правилу Крамера:

$\Delta_{x_j}$	Определители из системы
1) $\Delta$	а) $\begin{vmatrix} 0 & 5 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$
2) $\Delta_{x_1}$	б) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$
3) $\Delta_{x_2}$	в) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$
4) $\Delta_{x_3}$	г) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

Ответ: 1-б; 2-а; 3-г; 4-в

6. Укажите обратную матрицу, соответствующую матрице.  $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$  2)  $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$  3)  $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$  4)  $\begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ .

Ответ: 3

7. Расставьте матрицы в порядке возрастания их рангов:

1)  $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 0 & 3 & 8 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$  2)  $\begin{pmatrix} 7 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -7 & -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$  3)  $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & -3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$  4)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ответ: 4 2 3 1

8. Укажите количество базисных неизвестных системы  $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 3, \\ 4x_1 + 8x_2 - 5x_3 + 4x_4 = 4. \end{cases}$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ: 2

9. Дана система линейных уравнений  $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 2, \\ x_1 + 7x_2 = 1 \end{cases}$

$x_1, x_2$  - решение системы. Укажите  $x_1 + x_2$

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4.

Ответ: 1

10. Найти значение  $m$ , при котором система  $\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 0, \\ 2x_1 + mx_2 = 0. \end{cases}$  имеет бесконечное множество решений.

2) 2 2) 4 3) 6 4) 8.

Ответ: 3

Укажите количество свободных неизвестных системы  $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ 5x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 5, \\ 6x_1 - x_2 - 7x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 7. \end{cases}$

2) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ: 3

12. Укажите решение, соответствующее системе  $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = -1. \end{cases}$

2)  $(0; 1; 1)$  2)  $(1; 0; 1)$  3)  $(1; 1; 0)$  4)  $(1; 1; 1)$

Ответ: 4

13. Укажите характеристическое уравнение, соответствующее матрице  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ :

2)  $\lambda^2 + 6\lambda + 5 = 0$ ; 2)  $\lambda^2 - 6\lambda + 5 = 0$ ; 3)  $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$ ; 4)  $\lambda^2 + 5\lambda + 6 = 0$

Ответ: 2

14. Найдите собственные числа матрицы  $\begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

2)  $\lambda_1 = 2$ ,  $\lambda_2 = 2$ ,  $\lambda_3 = 7$

2)  $\lambda_1 = -1$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 5$

3)  $\lambda_1 = 1$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 7$

4)  $\lambda_1 = -2$ ,  $\lambda_2 = -2$ ,  $\lambda_3 = 5$

Ответ: 3

### Тестирование («УК-1»)

#### Вариант 1

#### Основы векторной алгебры

1. Найти  $2\vec{a} - \vec{b}$ , если  $\vec{a} = \{3; 2\}$  и  $\vec{b} = \{3; 1\}$

А) (4;2); Б) (-2;-2); В) (3; 3); Г) (4;6)

2. При каком значении векторы  $\vec{a} = \{2; 4\}$  и  $\vec{b} = \{5; m\}$  будут коллинеарны?

А) 3; Б) 4; В) 6; Г) 10

3. При каком значении векторы  $\vec{a} = \{1; 3\}$  и  $\vec{b} = \{6; m\}$  будут ортогональны?

А) -2; Б) 0; В) 2; Г) 5

4. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{a} = \{1; 0; 3\}$  и  $\vec{b} = \{2; 6; 1\}$

А) -2; Б) 2; В) 5; Г) 7

5. Вычислить площадь параллелограмма построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 6$ , угол между векторами  $\frac{\pi}{6}$

А) 1; Б) 2; В) 4; Г) 6

#### Основы аналитической геометрии на плоскости

6. Даны точки А(3;5) и В(6;9). Найти расстояние между АВ.

А) 3; Б) 5; В) 6; Г) 7

7. Найти уравнение прямой, проходящей через точки А(3;2) и В(5;7).

А)  $5x - 2y - 11 = 0$ ; Б)  $2x - 5y + 3 = 0$ ; В)  $2x - 5y + 4 = 0$ ; Г)  $5x - 2y + 11 = 0$

8. Найти уравнение прямой, проходящей через точку М(2;1) параллельно прямой  $2x - 5y + 3 = 0$

А)  $2x + 5y + 3 = 0$ ; Б)  $2x - y + 11 = 0$ ; В)  $2x - 5y + 1 = 0$ ; Г)  $x - 2y + 1 = 0$

9. Найти уравнение прямой, проходящей через точку М(4;1) перпендикулярно прямой  $2x + y + 3 = 0$

А)  $2x - y + 3 = 0$ ; Б)  $x - 2y - 2 = 0$ ; В)  $2x - y + 1 = 0$ ; Г)  $x - 2y + 2 = 0$

10. Дана прямая  $x + y - 3 = 0$ . Найти точку пересечения этой прямой с осью Ох.

А) (0;0); Б) (0;3); В) (3;0); Г) (3; 3)

#### Вариант 2

#### Основы векторной алгебры

1. Найти  $\vec{a} - 2\vec{b}$ , если  $\vec{a} = \{1; 2\}$  и  $\vec{b} = \{3; 4\}$   
А) (7;10); Б) (-2;-2); В) (4;6); Г) (-5; -6)
2. При каком значении векторы  $\vec{a} = \{1; 2\}$  и  $\vec{b} = \{3; m\}$  будут коллинеарны?  
А) 4; Б) 6; В) 0; Г) 3
3. При каком значении векторы  $\vec{a} = \{1; 5\}$  и  $\vec{b} = \{10; m\}$  будут ортогональны?  
А) 5; Б) 2; В) -2; Г) 0
4. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{a} = \{1; 5; 1\}$  и  $\vec{b} = \{2; 1; 0\}$   
А) 7; Б) 2; В) -2; Г) 0
5. Вычислить площадь параллелограмма построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ , угол между векторами  $\frac{\pi}{6}$   
А) 7; Б) 2; В) 3; Г) 6

### Основы аналитической геометрии на плоскости

6. Даны точки А(2;3) и В(5;7). Найти расстояние между АВ.  
А) 7; Б) 5; В) 3; Г) 6
7. Найти уравнение прямой, проходящей через точки А(1;3) и В(5;4).  
А)  $2x - y + 3 = 0$ ; Б)  $x - 3y + 11 = 0$ ; В)  $x - 5y + 4 = 0$ ; Г)  $x - 4y + 11 = 0$
8. Найти уравнение прямой, проходящей через точку М(1;3) параллельно прямой  $2x - y + 3 = 0$   
А)  $2x - y + 3 = 0$ ; Б)  $2x - y + 11 = 0$ ; В)  $2x - y + 1 = 0$ ; Г)  $x - 2y + 1 = 0$
9. Найти уравнение прямой, проходящей через точку М(2;1) перпендикулярно прямой  $2x + 3y + 3 = 0$   
А)  $2x - y + 3 = 0$ ; Б)  $2x + 3y + 2 = 0$ ; В)  $2x - y + 1 = 0$ ; Г)  $3x - 2y - 4 = 0$
10. Дана прямая  $x + y - 5 = 0$ . Найти точку пересечения этой прямой с осью Ох.  
А) (5;0); Б) (0;5); В) (0;0); Г) (5; 5)

### 5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции

#### Задачи для оценки компетенции («УК-1»)

1. Даны векторы  $\vec{a} = (-2; 3; 1)$  и  $\vec{b} = (1; 0; 2)$ . Найдите  $2\vec{a} + 3\vec{b}$ .
2. Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$ , если А (1; 3; 2) и В (5; 8; 3).
3. Найдите длину вектора  $\overrightarrow{AB}$ , если А(2; -4; 0) и В (9; 1;  $\sqrt{7}$ ):
4. Найдите скалярное произведение  $\vec{a} = 2\vec{i} - 5\vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$
5. Даны векторы  $\vec{a} = (1; 3; -2)$  и  $\vec{b} = (-1; m; 4)$ . При каком значении числа  $m$   $\vec{a} \perp \vec{b}$
6. Упростите выражение  $2\vec{i} \cdot (3\vec{j} - 4\vec{k} - 5\vec{i})$
7. Найдите угол А треугольника с вершинами А (-1; 3; 2), В (3; 5; -2) и С (3; 3; -1).
8. Даны векторы  $\vec{a} = (4; -2; -6)$  и  $\vec{b} = (-3; 4; -12)$ . Найдите  $\text{Pr}_{\vec{b}} \vec{a}$
9. Найдите  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ , если  $\vec{a} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$
10. Найдите  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ , если  $|\vec{a}| = 5$ ,  $|\vec{b}| = 10$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 30$

### Задачи для оценки компетенции (УК-1)

11. Упростите выражение

$$\bar{i} \times (\bar{j} + \bar{k}) - \bar{j} \times (\bar{i} + \bar{k}) + \bar{k} \times (\bar{i} + \bar{j} + \bar{k})$$

12. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах

$$\bar{a} = 6\bar{i} + 3\bar{j} - 2\bar{k} \text{ и } \bar{b} = 3\bar{i} - 2\bar{j} + 6\bar{k}$$

13. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\bar{a} + 3\bar{b}$  и  $3\bar{a} + \bar{b}$ ,

если  $|\bar{a}| = |\bar{b}| = 1$ ,  $(\bar{a}, \bar{b}) = 30^\circ$ .

14. Найдите объем параллелепипеда, построенного на векто-

рах  $\bar{a} = 2\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$ ,  $\bar{b} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 2\bar{k}$ ,  $\bar{c} = 3\bar{i} + 3\bar{j} + 4\bar{k}$

15. Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $M_0(-1; 2)$  перпендикулярно вектору  $\bar{n} = \{2; -1\}$ .

16. При каком  $\alpha$  прямые  $x + 4y = 7$  и  $\alpha x + y = 15$  параллельны?

17. Написать уравнение прямой, перпендикулярной прямой  $3x - 4y = 6$  и проходящей через начало координат.

18. Найти расстояние от точки  $M_0(2; -3)$  до прямой  $5x + 12y - 13 = 0$ .

19. Даны вершины треугольника  $A(0; 1)$ ,  $B(2; 6)$  и  $C(-1; 2)$ . Написать уравнение высоты, опущенной из вершины  $C$  на сторону  $AB$ .

20. Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $M(3; 2; -1)$  перпендикулярно плоскости  $3x - 4y + z - 2 = 0$ .

21. При каком  $\alpha$  и  $\beta$  прямая  $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{\beta} = \frac{z}{2}$  перпендикулярна плоскости

$$\alpha x + 2y + 4z - 4 = 0?$$

Ответ:  $\alpha = 4, \beta = 1$

22. Найти точку пересечения прямой  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z - 2$  и плоскости

$$2x - 3y + 7z - 5 = 0.$$

### 5.2.4. Темы для докладов-презентаций (УК-1)

1. Использование матриц в решении экономических задач.
2. Экономические примеры систем линейных уравнений.
3. Поверхности второго порядка. Вывод уравнения поверхности вращения.
4. Канонические уравнения цилиндров (эллиптического, гиперболического, параболического).
5. Каноническое уравнение конуса.
6. Каноническое уравнение эллиптического параболоида.
7. Канонические уравнения однополостного и двухполостного гиперboloидов. Уравнение гиперболического параболоида.



8. Свойства поверхностей второго порядка. Общее уравнение поверхности второго порядка.
9. Экономическая интерпретация собственных чисел и собственных векторов.
10. квадратичные формы
11. Закон инерции квадратичных форм.
11. Определитель Грамма, его геометрический смысл и свойства. Определение положительно определенной квадратичной формы и положительно определенной матрицы.
12. Критерий Сильвестра положительно определенности симметрической матрицы.
13. Критерий Якоби. Треугольное разложение положительно определенной матрицы. Квадратный корень из положительно определенной симметрической матрицы.
14. Комплексные числа.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Рудык Б. М. Линейная алгебра: Учебное пособие / Б.М. Рудык. – М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. – 318 с. Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=460611>;
2. Шевцов Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. – 544 с. Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=438021>;
3. Бортаковский А. С. Линейная алгебра в примерах и задачах: Учебное пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. – 3-е изд., стер. – М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. – 592 с. Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=494895>;

### **б) дополнительная литература**

1. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: учебник для академического бакалавриата / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. – 7-е изд., стер. – Москва: Издательство Юрайт, 2017. – 281 с. – (Бакалавр. Академический курс). – ISBN 978-5-534-03009-9. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://biblio-online.ru/bcode/402363> (дата обращения: 10.10.2019);
2. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра. учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2018. – 311 с. – (Бакалавр и специалист). – ISBN 978-5-534-02350-3. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/412852> (дата обращения: 10.10.2019);
3. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова; под редакцией Е. Г. Плотниковой. – Москва: Издательство Юрайт, 2018. — 340 с. — (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-01179-1. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://biblio-online.ru/bcode/413385> (дата обращения: 10.10.2019);
4. Математика для экономистов: учебник для академического бакалавриата / О. В. Татарников [и др.]; под общей редакцией О. В. Татарникова. – Москва: Издательство Юрайт, 2017. – 593 с. – (Бакалавр. Академический курс). – ISBN 978-5-9916-4847-9. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://biblio-online.ru/bcode/406318> (дата обращения: 10.10.2019);
5. Потапов, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / А. П. Потапов. – Москва: Издательство Юрайт, 2018. – 309 с. – (Бакалавр. Прикладной курс). – ISBN 978-5-534-01232-3. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://biblio-online.ru/bcode/413791> (дата обращения: 10.10.2019);

6. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1: учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Резниченко. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2018. – 302 с. – (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02936-9. – Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. – URL: <https://biblio-online.ru/bcode/420966> (дата обращения: 10.10.2019).

*в) Программное обеспечение лицензионное и свободно распространяемое*

- Операционная система Microsoft Windows
- Пакет прикладных программ Microsoft Office
- Правовая система «Консультант плюс»
- Браузер Google Chrome

*г) Интернет-ресурсы*

- Научная электронная библиотека: [https://elibrary.ru/project\\_risc.asp](https://elibrary.ru/project_risc.asp)
- Российская национальная библиотека: <http://nlr.ru/>
- Национальная платформа открытого образования: <https://openedu.ru/>
- Общероссийский математический портал (информационная система): <http://www.mathnet.ru/>
- ЭБС «Юрайт». Режим доступа: <http://biblio-online.ru>
- ЭБС «Консультант студента». Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru>
- ЭБС «Лань». Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС «Znaniy.com». Режим доступа: [www.znaniy.com](http://www.znaniy.com)

*д) Профессиональные базы данных и информационные справочные системы*

- База книг и публикаций Электронной библиотеки «Наука и Техника»: <http://www.n-t.ru> [26.10.19]
- База данных zbMath: <https://zbmath.org/> (англ) [26.09.2019]
- Научная электронная библиотека: [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru) [26.10.19]
- База данных ВИНТИ РАН: <http://www.viniti.ru/> [26.10.19]
- База данных рецензируемой литературы Scopus: <https://www.scopus.com> [26.10.19]
- База данных Web of Science: <https://apps.webofknowledge.com> [26.10.19]
- ГАРАНТ. Информационно-правовой-портал: <http://www.garant.ru/>
- Правовая система «Консультант плюс»

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: проектор, компьютеры, учебная мебель (столы, стулья).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду вуза.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению 09.03.03 Прикладная информатика

Автор:

к.т.н., доцент С.Б. Афанасьев

Программа одобрена на заседании методической комиссии Балахнинского филиала ННГУ, протокол № 4 от 10.12.2021 г.