

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им.  
Н.И. Лобачевского»**

**Институт информационных технологий, математики и механики**

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
от 30.11.2022 г. протокол № 13

**Рабочая программа дисциплины**

**Метод конечных элементов**

---

Уровень высшего образования  
**магистратура**

---

Направление подготовки  
**010402 Прикладная математика и информатика**

---

Направленность образовательной программы  
**Вычислительные методы и суперкомпьютерные технологии**

---

Форма обучения  
**очная**

---

Нижегород  
2022

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина "Метод конечных элементов" относится к части, формируемой участниками образовательных отношений (Б1.В.ДВ.06.03), предназначенной для освоения в 3 семестре (2 курс, осенний семестр). Дисциплина дополняет общее образование по математическому моделированию и численным методам. Знания, полученные в этом курсе, могут быть использованы при выполнении курсовых и выпускных работ и в профессиональной деятельности. Слушатели должны владеть знаниями базовых математических дисциплин.

**Целями освоения дисциплины являются:**

- освоение методологии вычислительного эксперимента;
- освоение теоретических положений и приёмов практического применения метода конечных элементов;
- закрепление полученных знаний на практических примерах.

При освоении дисциплины вырабатываются навыки математического и численного моделирования разнообразных физических явлений: умение логически мыслить, чётко формулировать физические и математические постановки задач, проводить анализ отдельных уравнений и модели в целом, получать решения и анализировать полученные результаты, применять полученные знания для решения актуальных практических задач.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ПК-4 Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	ПК-4.1. Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	ЗНАТЬ основные понятия, приёмы и алгоритмы, используемые при численном моделировании методом конечных элементов различных физических явлений	Собеседование (зачет)
	ПК-4.2. Умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	УМЕТЬ адекватно подойти к проблеме моделирования данного физического явления, сформулировать математическую модель и постановку физической задачи	Контрольная работа
ПК-11 Способен разрабатывать и анализировать концептуальные	ПК-11.1. Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических	ЗНАТЬ основные принципы и последовательность действий (в том числе и поверочных действий) при реализации вычислительных	Собеседование (зачет)

<i>и теоретические модели решаемых задач производственно-технологической деятельности</i>	<i>моделей решаемых производственно-технологических задач</i>	экспериментов	
	<i>ПК-11.2. Умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых производственно-технологических задач</i>	УМЕТЬ подготовить геометрическую и сеточную модель задачи, получить и проанализировать решение задачи	Контрольная работа

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	<b>Очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>3 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	<b>33</b>
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	
- текущий контроль (КСР)	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>75</b>
<b>Промежуточная аттестация – зачет</b>	

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
Введение. Математическое моделирование, вычислительный эксперимент и метод конечных элементов	3	2			2	1
Вывод уравнения теплопроводности. Постановки одно-, двух- и трёх- мерных задач теплопроводности	8	1	3		4	4
Общие сведения о методе конечных элементов (исторические сведения, особенности, общая схема)	6	2			2	4
Геометрическое моделирование и дискретизация пространственных областей	8	1	3		4	4
Формулировка метода конечных элементов на основе принципа стационарности функционала на примере	6	2			2	4

стационарной задачи теплопроводности, другие формулировки, сравнение						
Одномерная задача теплопроводности	6		2		2	4
Типы и семейства конечных элементов на примере одно-, двух- и трёх- мерных задач теплопроводности	6	2			2	4
Двумерная задача теплопроводности	8		4		4	4
Численное интегрирование в методе конечных элементов и построение разрешающей системы алгебраических уравнений	4	2			2	2
Условия полноты и непрерывности функций формы. Точность, сходимость, устойчивость конечно-элементного решения задачи	4	2			2	2
Трёхмерная задача теплопроводности	4		2		2	2
Применение метода конечных элементов для решения нестационарных задач на примере задачи теплопроводности	4	2			2	2
ANSYS: пример решения трёхмерной задачи теплопроводности	4		2		2	2
Текущий контроль (КСР)	1				1	
Промежуточная аттестация – зачет						
Итого	72	16	16	0	33	39

Практические занятия (семинарские занятия /лабораторные работы) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (зачет).

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

В соответствии с рабочей программой и тематическим планом изучение дисциплины проходит в виде аудиторной и самостоятельной работы студентов.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы:

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),

подготовка к промежуточному контролю успеваемости (зачет).

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

**5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:**

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
--------	--------------------

зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1 Контрольные вопросы

вопросы	Код формируемой компетенции
1. Общая схема метода конечных элементов.	ПК-4
2. Конечный элемент для одномерной задачи теплопроводности.	ПК-4
3. Локальная и глобальная система координат одномерного конечного элемента. Преобразование матриц и векторов при переходе к новой системе координат.	ПК-4
4. Семейства треугольных и четырёхугольных элементов.	ПК-4
5. Локальная и глобальная нумерация неизвестных.	ПК-4
6. Численное интегрирование для двумерных элементов.	ПК-4
7. Система уравнений для отдельно элемента.	ПК-11
8. Сборка глобальной системы уравнений.	ПК-11
9. Учёт граничных условий.	ПК-11
10. Вычисление производных характеристик физического явления.	ПК-11
11. Совместные элементы. Критерий полноты.	ПК-11
12. Определения точности, сходимости, устойчивости.	ПК-11

### 5.2.2. Типовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-4

1. Описать общую схему метода конечных элементов.
2. Сформулировать определения характеристик схемы численного решения задачи.
3. Записать математическую формулировку конкретной физической задачи (на примере задачи теплопроводности).
4. Описать последовательность выполнения действий при численном решении практической задачи методом конечных элементов.

### 5.2.3. Типовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-11

1. Построение функций формы для одномерного линейного (квадратичного) элемента.
2. Формирование системы уравнений отдельного одномерного линейного (квадратичного) элемента.
3. Сборка глобальной системы уравнений для одномерной задачи.
4. Построение функций формы для двумерного линейного (квадратичного) элемента.
5. Формирование системы уравнений отдельного двумерного линейного (квадратичного) элемента.
6. Сборка глобальной системы уравнений для двумерной задачи.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) основная литература:

1. Деклу Ж. Метод конечных элементов, перев. с фр. М.: Мир, 1976. 96 с. (<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Deklu1976ru.djvu>).
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике, перев с англ. М.: Мир, 1975. 543 с. (<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zenkevich1975ru.djvu>).
3. Капустин С.А. Метод взвешенных невязок решения задач механики деформируемых тел и теплопроводности: учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2010. – 60 с. (<http://www.unn.ru/pages/e-library/methodmaterial/files/19.pdf>).
4. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов, перев. с англ. М.: Мир, 1977. 351 с. (<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/StrengFiks1977ru.djvu>).

### б) дополнительная литература:

1. Жидков А.В. Применение системы ANSYS к решению задач геометрического и конечно-элементного моделирования. Учебно-методический материал по программе повышения квалификации «Информационные системы в математике и механике». Нижний Новгород, 2006, 115 с. (<http://www.unn.ru/pages/e-library/aids/2006/1.pdf>).
2. Любимов А.К., Шабарова Л.В. Методы построения расчетных сеток в пакете ANSYS ICEM CFD: Электронное методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2011. – 25 с. (<http://www.unn.ru/pages/e-library/methodmaterial/files/128.pdf>).

### в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm>

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика.

Автор: А.В. Жидков

Заведующий кафедрой Л.А. Игумнов

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.