

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Численные методы

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

09.03.04 - Программная инженерия

Направленность образовательной программы

Разработка программно-информационных систем

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.26 Численные методы относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;	ОПК-1.1: Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования ОПК-1.2: Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетеоретических знаний, методов математического анализа и моделирования ОПК-1.3: Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знать основные понятия, модели, алгоритмы и теоретические положения курса «Численные методы». Основные методы и принципы математического моделирования, численного анализа и программирования, определение погрешности вычислений и ее составные компоненты; основные понятия и факты из теории приближения функций (интерполяция, элемент наилучшего приближения) ОПК-1.2: Уметь генерировать новые идеи при решении исследовательских и практических задач, в том числе и в междисциплинарных областях. строить алгоритмы по используемым методам; анализировать погрешности вычисления; осуществлять постановку задач и выполнять численные эксперименты по проверке корректности и эффективности разработанных алгоритмов численного решения	Задания	Экзамен: Контрольные вопросы

		ОПК-1.3: Владеть основными методами научных исследований. Навыками проведения научного эксперимента. Основными методами обработки данных с помощью программных комплексов.		
--	--	---	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	2
самостоятельная работа	6
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Тема 1. Введение	5	4		4	1
Тема 2. Основы теории погрешности	9	4	4	8	1
Тема 3. Основы теории приближений	9	4	4	8	1
Тема 4. Сплайн-функция	9	4	4	8	1
Тема 5. Численное интегрирование	9	4	4	8	1
Тема 6. Решение нелинейных уравнений с одной переменной	9	4	4	8	1

Тема 7. Численные методы линейной алгебры	10	4	6	10	
Тема 8. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	10	4	6	10	
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	108	32	32	66	6

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Введение

Предмет дисциплины. Классификация задач вычислительной математики. Обзор основных разделов курса. Некоторые вопросы истории предмета и примеры.

2. Основы теории погрешности

Понятие абсолютной и относительной погрешностей действительного числа, понятие значащей и верной цифр, погрешности арифметических операций. Погрешность вычислений. Основные ее компоненты.

3. Основы теории приближений

Общая постановка задачи приближения

Общая постановка задачи приближения как задачи поиска элемента наилучшего приближения. Задачи интерполяции.

Интерполяционный полином Лагранжа, погрешность интерполяции. Разделенные разности, определение, свойства, интерполяционный полином Ньютона (вперед, назад).

Интерполяция с равноотстоящими узлами. Уменьшение погрешности интерполирования.

4. Сплайн-функция.

Определение. Свойства. Построение интерполяционного сплайна 3-го порядка. Решение трехдиагональных систем линейных уравнений. Погрешность приближения. Наилучшие среднеквадратичные приближения.

5. Численное интегрирование.

Формулы Ньютона-Котеса. Интегрирование функций многих переменных

6. Решение нелинейных уравнений с одной переменной. Постановка задачи отыскания решения нелинейного уравнения с одной переменной. Отделение корней. Итерационные методы деления отрезка пополам, хорд и касательных.

7. Численные методы линейной алгебры

Решение линейных систем уравнений. Точные методы. Методы Гаусса, вращений, квадратного корня. Итерационные методы. Методы простой итерации, Зейделя, верхней релаксации. Сходимость.

8. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Методы типа Рунге-Кутты, Погрешность одношаговых методов.. Методы типа предиктор-корректор.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Численные методы (ПРИН, Федоткин А.М.), <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6863>.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

№	Численно решить уравнение	Начальные условия	Отрезок, [a, b]	Шаг, h
1	$y' = (x + \sin(y)) / (1 + \cos(x))$	$y(0) = 0$	[0,1]	0.1
2	$y' = 4y(1 + x)$	$y(0) = 1$	[0,1]	0.1
3	$y' = y - 4x + 3$	$y(0) = 3$	[0,1]	0.1
4	$y' = 1 + 2xy + y^2$	$y(0) = 0$	[0,1]	0.1
5	$y' = xy + \cos(xy)$	$y(0) = 0$	[0,1]	0.1
6	$y' = x^2 - y^2$	$y(0) = 1$	[0,1]	0.1
7	$y' = xy / 2$	$y(0) = 1$	[0,1]	0.1
8	$y' = (1 + \sin(xy)) / (1 + \cos(y))$	$y(0) = 1$	[0,1]	0.1
9	$y' = y - 2x / y$	$y(0) = 1$	[0,2]	0.2
10	$y' = x - 2y$	$y(0) = 0$	[0,1]	0.1

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задания решены верно или с незначительными ошибками
не зачтено	Задания не решены или допущены грубые ошибки

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше

		предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Общая постановка задач вычислительной математики. Погрешность вычислений и ее части.	ОПК1
2. Абсолютная и относительная погрешности приближенного числа. Определение и нахождение погрешности арифметических операций. Понятие верной и значащей цифр.	ОПК1
3. Общая постановка задачи приближенного вычисления функции.	ОПК1
4. Интерполяционный полином Лагранжа. Равноотстоящий и <u>неравноотстоящий</u> случаи расположения узлов. Схема <u>Эйткена</u> .	ОПК1
5. Разделенные разности. Определение, свойства, примеры.	ОПК1
6. Интерполяционный полином Ньютона. <u>Неравноотстоящий</u> случай расположения узлов.	ОПК1
7. Конечные разности. Определение, свойства, примеры.	ОПК1
8. Интерполяционные полиномы Ньютона, Гаусса, Стирлинга, Бесселя.	ОПК1
9. Погрешность интерполяции. Способы ее уменьшения.	ОПК1
10. Сходимость интерполяционного процесса. Достаточные условия сходимости.	ОПК1
11. Интерполяция с кратными узлами. Полином Эрмита.	ОПК1
12. Сплайн-функции. Определение, свойства. Примеры.	ОПК1
13. Сплайн-интерполяция. Построение для различных краевых условий.	ОПК1
14. Задача численного дифференцирования. Построение формул численного дифференцирования, погрешность. Некорректность задачи численного дифференцирования.	ОПК1
15. Задача численного интегрирования. Простейшие квадратурные формулы.	ОПК1
16. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Примеры.	ОПК1
17. Уточнение квадратурных формул. Правило Рунге.	ОПК1
18. Квадратурные формулы Гаусса.	ОПК1

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

Оценка	Критерии оценивания
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Численные методы : учебник и практикум / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. - 5-е изд. ; пер. и доп. - Москва : Юрайт, 2023. - 421 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-534-03141-6. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=845210&idb=0>.

Дополнительная литература:

- Бахвалов Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях : учеб. пособие / под ред. В. А. Садовниченко. - М. : Высшая школа, 2000. - 190 с. - (Высшая математика). - ISBN 5-06-003684-7 : 40.04., 10 экз.
- Пименов В. Г. Численные методы в 2 ч. Ч. 1 / Пименов В. Г. - Москва : Юрайт, 2022. - 111 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/492872> (дата обращения: 05.01.2022). - ISBN 978-5-534-10886-6 : 299.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=784445&idb=0>.
- Пименов В. Г. Численные методы в 2 ч. Ч. 2 : учебное пособие / В. Г. Пименов, А. Б. Ложников. - Москва : Юрайт, 2022. - 107 с. - (Высшее образование). - URL: <https://urait.ru/bcode/492873> (дата обращения: 14.08.2022). - ISBN 978-5-534-10891-0 : 369.00. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт"., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=821135&idb=0>.
- Дьяченко Владимир Федотович. Основные понятия вычислительной математики : [учеб. пособие для втузов]. - 2-е изд., изм. - М. : Наука, 1977. - 127 с. : ил. - 0.22., 1 экз.

5. Коллатц Лотар. Функциональный анализ и вычислительная математика / пер. с нем. И. Г. Нидеккер ; под ред. А. Д. Горбунова. - М. : Мир, 1969. - 447 с. : черт. - 1.90., 5 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. EqWorld. Мир математических уравнений / Разработчик – А. Д. Полянин. – М.: ИПМ РАН. Электронный ресурс, содержащий электронные версии книг в свободном доступе <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>
2. Вайнберг А.М. Математическое моделирование процессов переноса. Решение нелинейных краевых задач. Москва-Иерусалим, 2009. Режим доступа <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>
3. Бабушка И., Витасек Э., Прагер М. Численные процессы решения дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1969. Режим доступа <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>
4. Корнейчук Н.П. Экстремальные задачи теории приближения. М.: Наука, 1976. Режим доступа <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm>
5. Дородницын А.А. Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. Сборник статей. М.: Наука, 1964. Режим доступа <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm>
6. Литература для студента режим доступа <http://www.libsib.ru/etika/etika-delovogo-obscheniya/vse-stranitsi>
7. Научная электронная библиотека режим доступа <http://elibrary.ru/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 09.03.04 - Программная инженерия.

Автор(ы): Федоткин Андрей Михайлович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.