

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Радиофизический факультет

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол № 6 от 31.05.2023 г.

Рабочая программа дисциплины

Дискретная математика

Уровень высшего образования
Специалитет

Направление подготовки / специальность
11.05.02 - Специальные радиотехнические системы

Направленность образовательной программы
Радиотехнические системы и комплексы сбора и обработки информации

Форма обучения
очная

г. Нижний Новгород

2023 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.14 Дискретная математика относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

| Формируемые компетенции (код, содержание компетенции) | Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции | | Наименование оценочного средства | |
|--|--|---|------------------------------------|--|
| | Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора) | Результаты обучения по дисциплине | Для текущего контроля успеваемости | Для промежуточной аттестации |
| ОПК-1: Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии | ОПК-1.1: Разбирается в основных разделах математических и естественнонаучных дисциплин. ОПК-1.2: Применяет основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований | ОПК-1.1: Знать: о роли дискретных математических объектов (множеств, комбинаторных моделей, логических функций) в информационных технологиях, о применении полученных знаний к решению практических задач. Уметь доказывать математические утверждения, зависящие от целого числа n , методом математической индукции, изображать множества, записываемые с помощью различных операций алгебры множеств, на диаграммах ВеннаЭйлера, решать задачи комбинаторики, находить базис в системе булевых функций, упрощать формулы логики высказываний. Владеть практическим опытом решения задач дискретной математики. ОПК-1.2: Знать методы и алгоритмы дискретной математики для решения прикладных задач. Уметь разрабатывать модели объектов с применением | Контрольная работа | Зачёт: Задачи Контрольные вопросы Экзамен: Контрольные вопросы Задачи |

| | | | | |
|--|--|---|--|--|
| | | методов дискретной математики. Владеть навыками моделирования прикладных задач методами и алгоритмами дискретной математики. | | |
|--|--|---|--|--|

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

| | |
|--|------------------------------------|
| | очная |
| Общая трудоемкость, з.е. | 7 |
| Часов по учебному плану | 252 |
| в том числе | |
| аудиторные занятия (контактная работа): | |
| - занятия лекционного типа | 64 |
| - занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы) | 48 |
| - КСР | 3 |
| самостоятельная работа | 92 |
| Промежуточная аттестация | 45 экзамен, зачёт |

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины | Всего (часы) | в том числе | | | |
|---|--------------|--|--|-------------|---|
| | | Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них | | | Самостоятельная работа обучающегося, часы |
| | | Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы | Всего | |
| | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 | 0 Ф 0 |
| Введение | 5 | 2 | 2 | 4 | 1 |
| Теория множеств | 28 | 8 | 8 | 16 | 12 |
| Бинарные отношения | 36 | 12 | 12 | 24 | 12 |
| Комбинаторика | 32 | 10 | 10 | 20 | 12 |
| Элементарные булевы функции от одной и двух переменных | 11 | 4 | 2 | 6 | 5 |
| Полиномы Жегалкина | 8 | 2 | 1 | 3 | 5 |
| Введение в математическую логику | 11 | 4 | 2 | 6 | 5 |
| Начальные понятия теории графов | 11 | 4 | 2 | 6 | 5 |

| | | | | | |
|--|-----|----|----|-----|----|
| Изоморфизм графов | 11 | 4 | 2 | 6 | 5 |
| Неориентированные графы с циклами и без циклов | 8 | 2 | 1 | 3 | 5 |
| Планарные графы | 8 | 2 | 1 | 3 | 5 |
| Ориентированные графы | 11 | 4 | 2 | 6 | 5 |
| Связность орграфов и ее виды | 8 | 2 | 1 | 3 | 5 |
| Экстремальные задачи и алгоритмы на графах | 8 | 2 | 1 | 3 | 5 |
| Обходы графов | 8 | 2 | 1 | 3 | 5 |
| Аттестация | 45 | | | | |
| КСР | 3 | | | 3 | |
| Итого | 252 | 64 | 48 | 115 | 92 |

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:

- электронный курс "Дискретная математика. Часть 1 (Павлов И.С.)" (<https://e-learning.unn.ru/>).

Иные учебно-методические материалы: Самостоятельная работа студента включает в себя подготовку к аудиторным занятиям, самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины, подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе зачету и экзамену.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

- Задачи по дискретной математике (I семестр) : учебно-методическое пособие / А. Ю. Чирков, С. В. Сидоров, Д. Б. Мокеев, Е. М. Макаров ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород :

Изд-во ННГУ, 2021. - 84 с. - Текст : электронный. Постоянная ссылка на документ:

<http://elib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=794067&idb=0>

- Алексеев Владимир Евгеньевич. Дискретная математика : учебное пособие / В. Е. Алексеев ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2017. - 139 с. - Текст :

электронный. Постоянная ссылка на документ: [http://elib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?](http://elib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=823847&idb=0)

[Action=FindDocs&ids=823847&idb=0](http://elib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=823847&idb=0)

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Контрольная работа по теме
“Метод математической индукции. Теория множеств.”

Вариант 1.

Задание 1. Числовая последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ задана условиями: $a_1=3, a_2=15, a_{n+2}=5a_{n+1}-4a_n$. Докажите, что $a_n=4^n-1$, где $n \in \mathbb{N}$.

Задание 2. С помощью диаграммы Венна выясните, какое отношение включения справедливо для пары множеств: $A \cup (B \setminus C)$ и $(A \cup B) \setminus C$?

Задание 3. Упростите выражение с помощью законов алгебры множеств: $\overline{(A \cap B)} \cup (B \otimes C)$.

Задание 4. Даны 2 множества: $A=\{2; 4; 6; 8\}, B=\{1; 2; 3; 4\}$.

а) Какова мощность множества $(A \setminus B) \times 2^{A \otimes B}$? Выпишите любые 4 элемента этого множества.

б) Бинарные отношения $\rho_1 \subseteq A \times B$ и $\rho_2 \subseteq B \times A$ заданы матрицами:

1 2 3 4 2 4 6 8

$$\|\rho_1\| = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \|\rho_2\| = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Постройте матрицу композиции $\rho_1 \circ \rho_2$. Является ли отношение $\rho_1 \circ \rho_2$ рефлексивным или антирефлексивным, симметричным или антисимметричным, транзитивным, линейным?

Вариант 2.

Задание 1. Докажите, что для всех натуральных n верно равенство:

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{7}{3 \cdot 5} + \frac{17}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2n^2 - 1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n^2}{2n+1}.$$

Задание 2. Проверьте на диаграмме Венна, выполняется ли тождество: $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$?

Задание 3. Упростите выражение с помощью законов алгебры множеств: $(A \otimes \overline{B}) \cap (A \cup C)$.

Задание 4. На множестве $X=\{3, 4, 6, 12, 20\}$ задано бинарное отношение $\rho = \langle\langle a, b \rangle, a, b \in X \mid b \vdots a \rangle$.

а) Составьте матрицу для этого бинарного отношения. Является ли ρ отношением эквивалентности или порядка (полного или частичного? строгого или нестрогого)?

б) Какова мощность множества $2^A \times X$, где $A=\{5; 7\}$? Выпишите любые 4 элемента этого множества.

Вариант 3.

Задание 1. Доказать, что для всех натуральных n справедливо утверждение:

$$7^n + 3n - 1 \text{ делится без остатка на } 9.$$

Задание 2. С помощью диаграммы Венна выясните, какое отношение включения справедливо для пары множеств: $((A \cup B) \setminus C) \cap (B \otimes C)$ и $B \cup C$?

Задание 3. Упростите выражение с помощью законов алгебры множеств:

$$((A \setminus B) \cup \overline{C \setminus A}) \cap C.$$

Задание 4. На множестве $X = \{1, 2, 5, 6, 7\}$ задано бинарное отношение

$$\rho = \{(a, b), a, b \in X \mid a + b - \text{простое число}\}.$$

а) Составьте матрицу для этого бинарного отношения. Является ли ρ отношением эквивалентности или порядка (полного или частичного? строгого или нестрогого?)?

б) Какова мощность множества $A \times 2^X$, где $A = \{3; 4\}$? Выпишите любые 4 элемента этого множества.

Вариант 4.

Задание 1. Докажите, что для всех натуральных n справедливо неравенство: $3^n \geq 2^n + n$.

Задание 2. С помощью диаграммы Венна выясните, какое отношение включения справедливо для пары множеств:

$$A \cup (B \setminus C) \text{ и } (A \setminus B) \cup (A \cap C) ?$$

Задание 3. Упростите выражение с помощью законов алгебры множеств:

$$\overline{A \setminus B} \cup ((A \otimes \overline{C}) \cup B).$$

Задание 4. Даны 2 множества: $A = \{4; 5; 6; 7\}$, $B = \{1; 2; 3; 4\}$.

а) Какова мощность множества $(A \setminus B) \times 2^{A \otimes B}$? Выпишите любые 4 элемента этого множества.

б) Бинарные отношения $\rho_1 \subseteq A \times B$ и $\rho_2 \subseteq B \times A$ заданы матрицами:

1 2 3 4 5 6 7

$$\|\rho_1\| = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad \|\rho_2\| = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Постройте матрицу композиции $\rho_2 \circ \rho_1$. Является ли отношение $\rho_2 \circ \rho_1$ рефлексивным или антирефлексивным, симметричным или антисимметричным, транзитивным, линейным?

Контрольная работа по теме “Комбинаторика”

Вариант 1.

Задание 1. Из группы в 11 человек выбирают четырех участников эстафеты. Сколькими способами можно расставить спортсменов по этапам эстафеты, если на заключительный этап есть лишь 2 претендента?

Задание 2. В студенческой группе, состоящей из 20 человек, при выборе старосты группы за выдвинутую кандидатуру проголосовали 12 человек, против – 6, воздержались – 2. Сколькими способами могло быть проведено такое голосование?

Задание 3. Сколько трехзначных чисел, делящихся на 3, можно составить из цифр 0, 1, 3, 5, 7, если каждое число не должно содержать одинаковых цифр?

Вариант 2.

Задание 1. Замок открывается только в том случае, если набран определенный трехзначный номер из 5 цифр. Попытка состоит в том, что набирают наугад 3 цифры. Угадать номер удалось только на последней из всех возможных попыток. Сколько попыток предшествовало удачной?

Задание 2. При любом положительном значении z слагаемое U_{k+1} разложения $(\sqrt[3]{z} + \sqrt{z})^m$ вдвое меньше слагаемого V_{k+2} разложения $(\sqrt[6]{z^5} + \frac{1}{\sqrt[6]{z}})^{m+1}$. Найдите k и эти слагаемые.

Задание 3. Дано множество $A = \{101, \dots, 200\}$ и 3 его подмножества: $A_1 = \{a \mid a \text{ кратно } 4\}$, $A_2 = \{a \mid a < 160\}$, $A_3 = \{a \mid 120 < a < 180\}$. Сколько элементов множества A не принадлежат ни одному из этих подмножеств?

Вариант 3.

Задание 1. Два почтальона должны разнести 10 писем по 10 адресам. Сколькими способами они могут распределить работу, если каждый почтальон должен доставить не менее 4 писем?

Задание 2. На складе хранятся 20 пар ботинок 41-го, 42-го и 43-го размеров. Сколько возможно различных комбинаций размеров ботинок (например, 5 пар 41-го размера, 11 пар 42-го размера и 4 пары 43-го размера; ничем иным, кроме размера, пары ботинок друг от друга не отличаются)?

Задание 3. В шахматном турнире участвуют 8 шахматистов третьего разряда, 6 – второго и 2 перворазрядника. Определите количество таких составов первого тура, чтобы шахматисты одной категории встречались между собой (цвет фигур не учитывается).

Вариант 4.

Задание 1. На шахматной доске (8x8) две ладьи различного цвета расположены так, что каждая может взять другую. Сколько существует таких расположений? (Одна ладья может взять другую, если она находится с ней на одной горизонтали или на одной вертикали шахматной доски).

Задание 2. Сумма биномиальных коэффициентов разложения $(2nx + \frac{1}{2nx^2})^{3n}$ равна 64. Определите слагаемое, не содержащее x .

Задание 3. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 составляются всевозможные пятизначные числа, не содержащие одинаковых цифр. Определите количество чисел, в которых есть цифры 2, 4 и 5 одновременно..

Контрольная работа по теме "Алгебра логики"

Вариант 1.

Даны функции $f_1(x, y) = x \& y$, $f_2(x, y) = x \vee y$, $f_3(x, y) = x \oplus y$, $f_4(x, y) = x \rightarrow y$,
 $f_5(x, y) = x \sim y$, $f_6(x, y) = x / y$, $f_7(x, y) = x \downarrow y$, $f_8(x) = \bar{x}$.

По заданным суперпозициям

$$f = f_3[f_4(x, y), f_2(y, z)], \quad g = f_4[f_3(x, y), f_7(x, z)], \quad h = f_3\{f_4[x, f_5(y, z)], f_1(x, z)\}$$

- 1) напишите формулы, реализующие функции f, g, h ;
- 2) составьте таблицы истинности для этих функций;
- 3) найдите фиктивные переменные и исключите их;
- 4) найдите функции f^*, g^*, h^* , двойственные к данным;
- 5) напишите СКНФ для одной (любой!) из трех заданных функций и СДНФ для двух других функций;
- 6) разными способами получите полиномы Жегалкина для функций f, g, h ;
- 7) выясните, принадлежат ли данные функции замкнутым классам T_0, T_1, S, M, L ?
- 8) из функции f или g получите, если возможно, $x \& y$.

Вариант 2.

Даны функции $f_1(x, y) = x \& y$, $f_2(x, y) = x \vee y$, $f_3(x, y) = x \oplus y$, $f_4(x, y) = x \rightarrow y$,
 $f_5(x, y) = x \sim y$, $f_6(x, y) = x / y$, $f_7(x, y) = x \downarrow y$, $f_8(x) = \bar{x}$.

По заданным суперпозициям

$$f = f_3[f_2(x, z), f_4(z, y)], \quad g = f_5\{z, f_1[f_6(x, y), f_4(y, x)]\}, \quad h = f_8[f_5(f_8(x), f_6(z, y))]$$

- 1) напишите формулы, реализующие функции f, g, h ;
- 2) составьте таблицы истинности для этих функций;
- 3) найдите фиктивные переменные и исключите их;
- 4) найдите функции f^*, g^*, h^* , двойственные к данным;
- 5) напишите СКНФ для одной (любой!) из трех заданных функций и СДНФ для двух других функций;
- 6) разными способами получите полиномы Жегалкина для функций f, g, h ;
- 7) выясните, принадлежат ли данные функции замкнутым классам T_0, T_1, S, M, L ?
- 8) является ли полной система $\{f, g, h\}$? Укажите все возможные базисы этой системы.

Вариант 3.

Даны функции $f_1(x, y) = x \& y$, $f_2(x, y) = x \vee y$, $f_3(x, y) = x \oplus y$, $f_4(x, y) = x \rightarrow y$,
 $f_5(x, y) = x \sim y$, $f_6(x, y) = x / y$, $f_7(x, y) = x \downarrow y$, $f_8(x) = \bar{x}$.

По заданным суперпозициям

$$f = f_5[f_4(x, z), f_1(y, z)], \quad g = f_3\{f_4[y, f_3(x, z)], f_1(x, y)\}, \quad h = f_2[f_3(x, y), f_7(z, y)]$$

- 1) напишите формулы, реализующие функции f, g, h ;
- 2) составьте таблицы истинности для этих функций;
- 3) найдите фиктивные переменные и исключите их;
- 4) найдите функции f^*, g^*, h^* , двойственные к данным;
- 5) напишите СКНФ для одной (любой!) из трех заданных функций и СДНФ для двух других функций;
- 6) разными способами получите полиномы Жегалкина для функций f, g, h ;
- 7) выясните, принадлежат ли данные функции замкнутым классам T_0, T_1, S, M, L ?
- 8) из функции f или h получите, если возможно, константу.

Вариант 4.

Даны функции $f_1(x, y) = x \& y$, $f_2(x, y) = x \vee y$, $f_3(x, y) = x \oplus y$, $f_4(x, y) = x \rightarrow y$,
 $f_5(x, y) = x \sim y$, $f_6(x, y) = x / y$, $f_7(x, y) = x \downarrow y$, $f_8(x) = \bar{x}$.

По заданным суперпозициям

$$f = f_5[f_1(x, y), f_4(z, x)], \quad g = f_3[f_6(x, y), f_2(y, z)], \quad h = f_3\{f_4[f_3(x, y), z], f_7(x, z)\}$$

- 1) напишите формулы, реализующие функции f, g, h ;
- 2) составьте таблицы истинности для этих функций;
- 3) найдите фиктивные переменные и исключите их;
- 4) найдите функции f^*, g^*, h^* , двойственные к данным;
- 5) напишите СКНФ для одной (любой!) из трех заданных функций и СДНФ для двух других функций;
- 6) разными способами получите полиномы Жегалкина для функций f, g, h ;
- 7) выясните, принадлежат ли данные функции замкнутым классам T_0, T_1, S, M, L ?
- 8) из функции f или g получите, если возможно, \bar{x} .

Контрольная работа по теме “Введение в математическую логику”

Вариант 1.

Задание 1. Докажите рассуждениями или с помощью законов логики высказываний равносильность $A \rightarrow (B \rightarrow C) = (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$.

Задание 2. Пусть A , B и C – жители острова, обитатели которого относятся либо к “рыцарям”, всегда говорящим только правду, либо к “лжецам”, изрекающим только ложь. A говорит про себя, B и C : “Среди нас троих нет лжецов”. B говорит: “ A и C – лжецы”. C говорит: “Если A – рыцарь, то я тоже рыцарь”. Кто A , кто B и кто C ?

Задание 3. Используя алгоритм метода редукций, проверьте правильность рассуждения. Для того чтобы прибор работал правильно, необходимо использовать исправные комплектующие и не допустить ошибки при соединении этих комплектующих. Дополнительная проверка показала, что все комплектующие исправные. Следовательно, прибор будет работать правильно в том и только том случае, если все комплектующие соединены безошибочно.

Вариант 2.

Задание 1. Путем приведения формулы $(x \& y) \vee ((\bar{x} \rightarrow z) \& \bar{y})$ к ДНФ или КНФ выясните, является ли она тавтологией или тождественно ложной.

Задание 2. Виктор, Роман, Юрий и Олег заняли на математической олимпиаде первые 4 места. Когда их спросили о распределении мест, они дали три таких ответа:

- 1) Олег – первый, Роман – второй;
- 2) Олег – второй, Виктор – третий;
- 3) Юрий – второй, Виктор – четвертый.

Как в действительности распределились места, если в каждом из ответов только одно утверждение истинно?

Задание 3. Используя алгоритм метода редукций, проверьте правильность рассуждения. Военные учения имеет смысл проводить в начале месяца, только если в это время придет начальство или будет хорошая погода. Если будет хорошая погода, то начальство придет. Следовательно, если погода будет плохая, то нет смысла проводить учения в начале месяца.

Вариант 3.

Задание 1. Путем приведения формулы $[(x \rightarrow y) \& (y \rightarrow z)] \rightarrow (x \rightarrow z)$ к ДНФ или КНФ выясните, является ли она тавтологией или тождественно ложной.

Задание 2. Пусть A , B и C – жители острова, обитатели которого относятся либо к “рыцарям”, всегда говорящим только правду, либо к “лжецам”, изрекающим только ложь. A говорит: “Если я – рыцарь, то B – тоже рыцарь”. B говорит: “Среди A и C хотя бы 1 лжец”. Кто A , кто B и кто C ?

Задание 3. Используя алгоритм метода редукций, проверьте правильность рассуждения. Я мог сдать экзамен по физике, только если бы хорошо подготовился или мне бы повезло с билетом. Я хорошо подготовился, но экзамен не сдал. Следовательно, мне не повезло с билетом.

Вариант 4.

Задание 1. Докажите или опровергните рассуждениями тождественную истинность формулы: $(x \rightarrow y) \rightarrow ((z \rightarrow x) \rightarrow (z \rightarrow y))$.

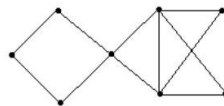
Задание 2. Пусть A и B – жители острова, обитатели которого относятся либо к “рыцарям”, всегда говорящим только правду, либо к “лжецам”, изрекающим только ложь. A говорит: “Если B – рыцарь, то я – лжец”. Кто A и кто B ?

Задание 3. Используя алгоритм метода редукций, проверьте правильность рассуждения. Если Петр поедет в Пермь, то Борис поедет в Белгород. Петр поедет в Пермь или в Новгород. Если Петр поедет в Новгород, то Анна останется в Москве. Но Анна не останется в Москве. Следовательно, Борис поедет в Белгород.

Контрольная работа по теме "Неориентированные графы"

Вариант 1.

Задание 1. Составьте матрицу смежности и матрицу векторов смежности графа G . Найдите цикломатическое число, минимальный разрез, диаметр, радиус и центр графа G :



Задание 2. Является ли граф G из задачи 1 эйлеровым, полуэйлеровым, гамильтоновым? Ответ обосновать.

Задание 3. Определите попарно изоморфные графы.

G_1

G_2

G_3

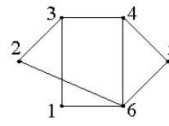
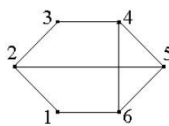


Задание 4. В дереве имеется 50 вершин степени 4, 50 вершин степени 3, а все остальные - висячие. Сколько висячих вершин в этом дереве?

Вариант 2.

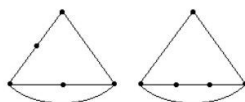
Задание 1. Найдите объединение и пересечение графов G и H . $G \cup H$:

Составьте матрицу смежности для графа $G \cup H$ и матрицу инцидентности для графа $G \cap H$. Укажите максимальную степень графа $G \cup H$, его диаметр и цикломатическое число.



Задание 2. Изоморфны ли графы G и $H \cap G$:

H :

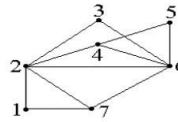


Задание 3. Докажите, что в связном графе с 9 вершинами, сумма степеней вершин которого равна 16, нет ни одного цикла, но любые 2 вершины соединены единственной простой цепью.

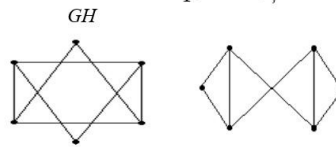
Задание 4. Есть ли среди полных двудольных графов $K_{n,n}$ ($n \geq 2$) эйлеровы или гамильтоновы? Если есть, то какие (т.е. чему равно n)? Ответ обосновать.

Вариант 3.

Задание 1. Составьте матрицу смежности и матрицу векторов смежности графа G . Найдите минимальный разрез, цикломатическое число, диаметр, радиус и центр графа G :



Задание 2. Изоморфны ли графы G и H ?



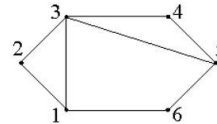
Задание 3. Сколько пар вершин достаточно соединить ребрами в дереве, обладающем 15 вершинами, чтобы это дерево

а) приобрело цикл; б) превратилось в полный граф?

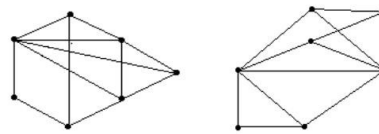
Задание 4. Докажите, что любой граф с 20 вершинами и 181 ребром имеет гамильтонов цикл.

Вариант 4.

Задание 1. Составьте матрицу инцидентности и матрицу векторов смежности графа G . Найдите радиус и диаметр графа G , его цикломатическое число, цикломатический набор ребер и минимальный разрез.



Задание 2. Изоморфны ли графы G и H ?



Задание 3. Является ли граф с $p > 3$ вершинами и $\frac{1}{2}(p^2 - p - 2)$ ребрами при каких-либо p эйлеровым или полуэйлеровым? Ответ обосновать.

Задание 4. Верно ли, что доли любого регулярного двудольного графа равноможны? Ответ обосновать.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------------------|--|
| превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», |

| Оценка | Критерии оценивания |
|--------|--|
| | ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

| Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций) | плохо | неудовлетворительно | удовлетворительно | хорошо | очень хорошо | отлично | превосходно |
|--|---|--|--|---|---|--|--|
| | не зачтено | | | зачтено | | | |
| <u>Знания</u> | Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа | Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки | Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок | Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет. | Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. |
| <u>Умения</u> | Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа | При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки | Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами. | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме | Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов |
| <u>Навыки</u> | Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от | При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки | Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и | Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов | Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и | Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач |

| | | | | | | | |
|--|--------|--|-----------------|------------|--|-----------|--|
| | ответа | | и недочетами | недочетами | | недочетов | |
|--|--------|--|-----------------|------------|--|-----------|--|

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

| Оценка | | Уровень подготовки |
|------------|---------------------|--|
| зачтено | превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой |
| | отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично». |
| | очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо» |
| | хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо». |
| | удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно». |
| | плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации

5.3.1 Типовые задания, выносимые на промежуточную аттестацию:

Оценочное средство - Задачи

Зачёт

Критерии оценивания (Задачи - Зачёт)

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|--|
| зачтено | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| не зачтено | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |

Типовые задания (Задачи - Зачёт) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

(Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии)

Задача 1. Докажите, что для всех натуральных n верно равенство:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

Задача 2. Докажите, что для всех натуральных n верно неравенство: $4^n \geq 3^n + n^2$.

Задача 3. Доказать, что для всех натуральных n справедливо утверждение: $7^{n+1} + 8^{2n-1}$ делится без остатка на 19.

Задача 4. Числовая последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ задана условиями: $a_1 = \frac{14}{3}$,

$$a_{n+1} = \frac{1}{3}(27a_n + 32). \text{ Докажите, что } a_n = \frac{2}{3}(9^n - 2), \text{ где } n \in \mathbb{N}.$$

Задача 5. Проверьте на диаграмме Венна, выполняется ли тождество: $(A \cap B) \otimes C = (A \otimes C) \cap (B \otimes C)$?

Задача 6. Упростите выражение с помощью законов алгебры множеств:

$$(A \cap B) \cup (\overline{A} \cup \overline{C}) \cup (A \setminus B).$$

Задача 7. Составьте матрицу для заданного на множестве $X = \{1, 3, 4, 6, 7\}$ бинарного отношения $\rho = \{ \langle a, b \rangle, a, b \in X \mid a - b - \text{четное число} \}$. Является ли ρ отношением эквивалентности или порядка (полного или частичного? строгого или нестрогого)? Найдите ρ^{-1} и $\rho \circ \rho^{-1}$.

Какова мощность булеана 2^X ?

Задача 8. Даны 2 множества: $A = \{1; 2\}$, $B = \{5; 6; 7\}$.

а) Составьте множества $B \times A$ и $2^A \times B$.

б) Какова мощность множества $A \times 2^B \times B$?

Выпишите любые 4 элемента этого множества.

в) Из каких элементов состоит заданное на множестве $B \times A$ бинарное отношение $\rho = \{ \langle b, a \rangle, a \in A, b \in B \mid b - a - \text{простое число} \}$?

Постройте матрицу такого отношения. Найдите D_ρ и E_ρ .

Задача 9. Бинарные отношения ρ_1 и ρ_2 заданы матрицами. Постройте матрицу композиции $\rho_1 \circ \rho_2$.

$$\begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \\ \parallel \rho_1 = \begin{array}{c} 3 \parallel 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\ 4 \parallel 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\ 5 \parallel 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \\ 6 \parallel 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \end{array} \parallel \parallel \rho_2 = \begin{array}{c} 1 \parallel 1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \\ 2 \parallel 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\ 3 \parallel 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \\ 4 \parallel 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \end{array} \parallel \end{array}$$

Является ли отношение $\rho_1 \circ \rho_2$ рефлексивным, симметричным, транзитивным?

Составьте $(\rho_1 \circ \rho_2)^{-1}$.

Задача 10. Из букв разрезной азбуки составлено слово МАТЕМАТИКА. Затем все буквы этого слова перевернули лицевой стороной вниз и перемешали. Наудачу последовательно извлекают из них 4 буквы. В скольких вариантах взятые 4 буквы с учетом перестановок могут образовать слово ТЕМА?

Задача 11. Десять групп занимаются в десяти расположенных подряд аудиториях. Сколько существует вариантов расписания, при которых группы №1 и №2 находились бы в соседних аудиториях?

- Задача 12. В копилке хранятся 30 монет достоинством 1, 2 и 5 рублей. Сколько существует различных комбинаций монет (например, 3 монеты по 1 рублю, 17 монет по 2 рубля и 10 монет по 5 рублей)?
- Задача 13. 7 яблок и 3 груши надо положить в 2 пакета так, чтобы в каждом пакете была хотя бы 1 груша (сами пакеты считаются неразличимыми), и количество фруктов в них было одинаковым. Сколькими способами это можно сделать?
- Задача 14. За последние 2 года из 150 артистов московского цирка на гастролях в Лондоне побывали 42 человека, в Париже – 56 человек, в Риме – 48 человек. Во всех трех выше-
званных городах не побывал никто. Сколько артистов не побывали ни в одном из этих го-
родов, если 2 города посетило 40 человек?
- Задача 15. Сколько различных перестановок можно образовать из букв слова “КОЛОКОЛ”?
- Задача 16. Составьте СДНФ и полином Жегалкина для формулы $(x \sim y) \vee ((\bar{x} \rightarrow z) \& \bar{y})$.
- Задача 17. Докажите рассуждениями или с помощью законов логики высказываний равно-
сильность $(A \sim B) \rightarrow ((A \vee C) \& (B \vee C)) \equiv A \vee B \vee C$
- Задача 18. Докажите или опровергните рассуждениями тождественную истинность формулы $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$.
- Задача 19. Пусть A , B и C – жители острова, обитатели которого относятся либо к “рыцарям”,
всегда говорящим только правду, либо к “лжецам”, изрекающим только ложь. B говорит:
“Неверно, что A и C – рыцари”. C говорит: “Если A – рыцарь, то B тоже рыцарь”. Кто A , кто
 B и кто C ?

Экзамен

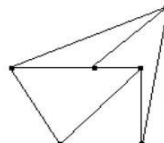
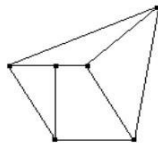
Критерии оценивания (Задачи - Экзамен)

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------------------|--|
| превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

Типовые задания (Задачи - Экзамен) для оценки сформированности компетенции ОПК-1
(Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы

естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии)

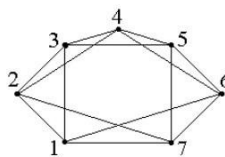
20. Докажите, что в любом графе найдутся, по крайней мере, две вершины одинаковой степени.
21. В доме отдыха 35 корпусов. Электрик решил соединить телефонными проводами каждый корпус ровно с пятью другими. Возможно ли такое соединение?
22. Изоморфны ли данные графы?
Ответ обоснуйте.



23. Сколько существует попарно неизоморфных графов с 16 вершинами и 117 ребрами?
24. Докажите, что если в графе G с p вершинами ($p > 3$) число ребер равно $C_{p-1}^2 + 2$, то этот граф гамильтонов.
25. Существуют ли в полном двудольном графе $K_{3,3}$ эйлеров цикл, гамильтонов цикл, эйлерова цепь, гамильтонова цепь? Укажите их или докажите их отсутствие.

26. Докажите, что в любом планарном графе существует вершина, степень которой не больше 5.
27. У графа G с p вершинами ($p \geq 3$) только 1 пара вершин не соединена ребром (все остальные вершины смежные). При каком p граф G является планарным?

28. Найдите хроматическое число и хроматический индекс следующего графа:



29. Определите, имеет ли контур орграф D с матрицей смежности:
Выясните, является ли этот орграф слабо связным, односторонне связным или сильно связным. Составьте для него матрицы достижимости и сильной связности.

$$A(D) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

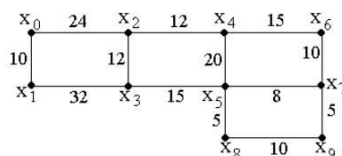
30. Пользуясь соответствующим алгоритмом, найдите эйлеров цикл или эйлерову цепь в мультиграфе G , заданном матрицей смежности:

$$A(G) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

31. Пользуясь соответствующим алгоритмом, найдите эйлеров цикл или эйлерову цепь в мультиграфе H , заданном матрицей смежности.

$$A(H) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

32. Пользуясь алгоритмами Прима или Краскала, постройте остов минимального веса для графа:



33. Пользуясь алгоритмом Дейкстры, определите минимальный путь из v_1 в v_6 в нагруженном орграфе, заданном матрицей весов.

| | v_1 | v_2 | v_3 | v_4 | v_5 | v_6 |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| v_1 | 0 | 4 | ∞ | 12 | ∞ | ∞ |
| v_2 | ∞ | 0 | 2 | ∞ | 5 | 10 |
| v_3 | 3 | ∞ | 0 | 3 | ∞ | ∞ |
| v_4 | ∞ | ∞ | ∞ | 0 | 1 | ∞ |
| v_5 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 0 | 2 |

Оценочное средство - Контрольные вопросы

Зачёт

Критерии оценивания (Контрольные вопросы - Зачёт)

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------|--|
| зачтено | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |

| Оценка | Критерии оценивания |
|------------|---|
| не зачтено | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |

Типовые задания (Контрольные вопросы - Зачёт) для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии)

1. Множества. Способы задания множеств. Равные множества. Свойства отношения включения. Сравнимость множеств.
2. Теоретико-множественные операции над множествами: абсолютное и относительное дополнения, объединение, пересечение, симметрическая разность. Их изображения на диаграммах Венна-Эйлера.
3. Основные законы алгебры множеств. Доказательство одного из законов (по выбору преподавателя) с помощью диаграммы Венна.
4. Законы дистрибутивности. Доказательство (по определению операций алгебры множеств, без диаграммы Венна!) одного из них по выбору преподавателя.
5. Законы де Моргана. Доказательство (по определению операций алгебры множеств, без диаграммы Венна!) одного из них по выбору преподавателя.
6. Обобщенные тождества: обобщенная дистрибутивность, обобщенные законы де Моргана (доказательство одного из законов по выбору студента).
7. Мощность множества. Теорема Кантора о несчетности.
8. Подмножества. Разбиения и покрытия. Теорема о мощности булеана.
9. Прямое произведение и его свойства.
10. Теорема о мощности прямого произведения n множеств.
11. Бинарные отношения, их виды и свойства.
12. Функция как частный случай бинарного отношения. Сюръективные, инъективные и биективные отображения.
13. Отношение эквивалентности и отношение порядка. Диаграмма Хассе.
14. Правила суммы и произведения. Перестановки. Сочетания (с повторениями и без повторений). Размещения (с повторениями и без повторений).
15. Число разбиений множества. Теорема о числе упорядоченных блоков разбиений.
16. Полиномиальная формула. Теорема о полиномиальных коэффициентах (без доказательства) и ее применение.
17. Формула включений и исключений.
18. Бином Ньютона.
19. Следствия из бинома Ньютона. Треугольник Паскаля.
20. Свойства биномиальных коэффициентов.
21. Функции алгебры логики, их количество. Существенные и фиктивные переменные. Элементарные булевы функции от одной и двух переменных.
22. Формулы алгебры логики. Суперпозиция булевых функций, порядок действий. Свойства элементарных булевых функций (основные законы алгебры логики).

23. Двойственные функции. Теорема двойственности. Принцип двойственности.
24. Теорема о разложении булевых функций по переменным. СДНФ, СКНФ.
25. Полиномы Жегалкина. Способы их построения.
26. Утверждения о замкнутости классов монотонных функций и функций, сохраняющих 1.
27. Класс самодвойственных функций. Лемма о несамодвойственной функции.
28. Класс монотонных функций. Лемма о немонотонной функции.
29. Класс линейных функций. Лемма о нелинейной функции.
30. Полнота системы булевых функций. Критерий полноты (теорема Поста).
31. Понятие базиса в алгебре логики. Следствие из теоремы Поста о составе базиса.
32. Понятие предполного класса в алгебре логики. Следствие из теоремы Поста о предполных классах.
33. Понятие высказывания. Логические связки. Формулы логики высказываний.
34. Равносильность формул логики высказываний. Основные равносильности.
35. Виды формул логики высказываний. Важнейшие тавтологии.
36. Правильные рассуждения и их схемы. Косвенные методы доказательства. Составление логических формул по высказываниям.
37. Проблема разрешимости в логике высказываний и методы ее решения.
38. Метод редукций проверки тождественной истинности формулы логики высказываний.
39. Логические схемы и их реализация с помощью булевых функций. Синтез сумматора.

Экзамен

Критерии оценивания (Контрольные вопросы - Экзамен)

| Оценка | Критерии оценивания |
|---------------------|--|
| превосходно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно» |
| отлично | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично» |
| очень хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо» |
| хорошо | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо» |
| удовлетворительно | Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно» |
| неудовлетворительно | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо» |
| плохо | Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо» |

Типовые задания (Контрольные вопросы - Экзамен) для оценки сформированности компетенции ОПК-1 (Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии)

| |
|---|
| Краткие сведения из истории возникновения теории графов. Определение графа. Области применения теории графов. |
| Способы задания неориентированных графов. |
| Степени вершин. Основная теорема теории графов и ее следствие. Виды неориентированных графов. |
| Дополнение к графу. Подграфы и их виды. Операции над графами. |
| Маршруты, цепи и циклы в графе. Цикломатическое число. Свойства маршрутов и циклов. |
| Связность графов. Матрица связности (достижимости). Теорема о числе маршрутов в неориентированном графе (<i>без доказательства</i>). Критерий связности графа. |
| Теорема об оценке числа ребер графа через число вершин и число компонент связности. |
| Мосты и разделяющие вершины. Признаки моста. Вершинная и реберная связности. N -связные графы. Следствие из теоремы об оценке числа ребер графа через число вершин и число компонент связности. |
| Расстояния в графе. Диаметр, радиус и центр графа. |
| Изоморфизм графов. Алгоритм решения задач на определение изоморфных графов. |
| Теоремы о количестве помеченных графов с p вершинами и с p вершинами и q ребрами. Асимптотическая формула Пойа для числа непомеченных графов. |
| Теоремы о количестве ребер в связных графах с циклами и без циклов. |
| Неориентированные (свободные) деревья. Кодирование деревьев. Матричная теорема Кирхгофа о деревьях (<i>без доказательства</i>). Количество помеченных деревьев с p вершинами. |
| Основные свойства свободных деревьев. |
| Двудольные графы. Критерий двудольности графа. k -дольные графы. |
| Эйлеровы и полуэйлеровы графы. Критерий существования в графе эйлеровой цепи. |
| Леммы для доказательства теоремы Эйлера об эйлеровых графах (критерия эйлеровости графа). |

| |
|---|
| Теорема Эйлера об эйлеровых графах (критерий эйлеровости графа). Решение задачи о кенигсбергских мостах. |
| Теорема об оценке числа эйлеровых графов. |
| Гамильтоновы графы. Теорема об оценке числа гамильтоновых графов (без доказательства). Задача коммивояжера. Сравнение задач отыскания эйлеровых и гамильтоновых циклов. |
| Теорема Дирака (достаточное условие гамильтоновости графа). |
| Достаточные условия гамильтоновости графа (теоремы Оре и Хватала – без доказательства), необходимое условие гамильтоновости графа (о разделяющих вершинах графа). |
| Планарные графы. Подразбиение и стягивание ребер. Теоремы Понтрягина-Куратовского и Вагнера (без доказательства). Теорема об оценке числа планарных графов (без доказательства). |
| Теорема о количестве граней связного планарного графа. |
| Следствия из теоремы о количестве граней связного планарного графа. |
| Вершинная и реберная раскраски графов. Хроматическое число и хроматический индекс, их оценки. |
| Проблема четырех красок. История ее возникновения и решения. |
| Теорема о 5 красках. |
| Ориентированные графы и их виды. Основная теорема теории графов для орграфов. Связь с бинарными отношениями. |
| Способы задания ориентированных графов. |
| Маршруты, пути и контуры в орграфе. Свойства путей и контуров. Теорема о числе ориентированных маршрутов в орграфе (без доказательства). Критерий существования контура в орграфе. |
| Связность орграфов и ее виды. Компоненты сильной связности орграфа. Конденсация орграфа. |
| Теорема о вычислении матриц достижимости и сильной связности (без доказательства). Алгоритм выделения компонент сильной связности в орграфе. |
| Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья. Их сравнительный анализ и области применения. Свойства ориентированных деревьев (без доказательства). |
| Независимое множество вершин. Вершинное число независимости и его оценки. Алгоритм построения независимого множества вершин. Понятие клики графа. Взаимосвязь задач о клике и о независимом множестве вершин. |

| |
|---|
| Независимое множество ребер (паросочетание). Реберное число независимости. Построение наибольшего паросочетания методом чередующихся цепей. |
| Покрывающие множества вершин и ребер. Теоремы о связи чисел независимости и покрытий в общем случае и для двудольного графа (без доказательства). |
| Обходы графов. Алгоритмы поиска в ширину и глубину. Теорема о поисках в ширину и глубину. |
| Алгоритм поиска минимального маршрута в ненагруженном (ор)графе. |
| Алгоритмы выделения эйлерова цикла и эйлеровой цепи в связном мультиграфе. |
| Построение остова минимального веса. Алгоритмы Прима и Краскала. |
| Задача о нахождении минимального маршрута в нагруженном орграфе. Алгоритм Дейкстры. |

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов : учеб. для вузов. - 3-е изд. - СПб. : Питер, 2009. - 384 с. - (Учебник для вузов. Прикладная математика и информатика). - ISBN 978-5-91180-759-7 : 182.16., 2 экз.
2. Кузнецов О. П. Дискретная математика для инженера / Кузнецов О. П. - 6-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 400 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-0570-1., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799621&idb=0>.
3. Лекции по теории графов : для студентов по специальностям "Математика" и "Прикладная математика". - М. : Наука, 1990. - 382, [1] с. : ил. - ISBN 5-02-013992-2 : 1.00., 10 экз.

Дополнительная литература:

1. Гаврилов Гарий Петрович. Сборник задач по дискретной математике : [для вузов по специальности "Прикладная математика"]. - М. : Наука, 1977. - 368 с. : ил. - 0.84., 96 экз.
2. Задачи по дискретной математике (I семестр) : учебно-методическое пособие / А. Ю. Чирков, С. В. Сидоров, Д. Б. Мокеев, Е. М. Макаров ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2021. - 84 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=794067&idb=0>.
3. Алексеев Владимир Евгеньевич. Дискретная математика : учебное пособие / В. Е. Алексеев ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2017. - 139 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=823847&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ, URL:
<http://www.unn.ru/books/resources.html>.

2. EqWorld. Мир математических уравнений Электронный ресурс, содержащий электронные версии книг в свободном доступе: режим доступа <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности 11.05.02 - Специальные радиотехнические системы.

Автор(ы): Звонилов Виктор Иванович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Золотых Николай Юрьевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 25 мая 2023 г., протокол № 04/23.