

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
президиумом Ученого совета ННГУ  
от 14.12.2021 г. протокол № 4

**Рабочая программа дисциплины**

Метод конечных элементов в механике деформируемого твердого тела

*(наименование дисциплины (модуля))*

Уровень высшего образования

бакалавриат

*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

Направление подготовки / специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика

*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование и вычислительная математика

*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

Форма обучения

очная

*(очная / очно-заочная / заочная)*

Нижегород

2022 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина Б1.В.01.01 «Метод конечных элементов в механике деформируемого твердого тела» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
2	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.01.01 «Метод конечных элементов в механике деформируемого твердого тела» относится к части ООП направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ПК-4. Способен применять методы математического и компьютерного исследования при анализе задач на основе знаний фундаментальных математических и компьютерных наук	ПК-4.1. <b>Знает</b> фундаментальные и теоретические основы, необходимые для исследования научных проблем	<b>Знает</b> вариационные постановки статических и динамических задач строительной механики и алгоритмы их решения методом конечных элементов.	<i>Собеседование</i>
	ПК-4.2. <b>Умеет</b> самостоятельно применять полученные знания для анализа объекта исследования, определять цели и задачи исследования, а также выбирать корректный метод исследования научной проблемы	<b>Умеет</b> осуществлять анализ и выбор формулировок и методов решения статических и динамических задач.	<i>Расчетно-графическая работа</i>
	ПК-4.3. <b>Имеет практический опыт</b> научно-исследовательской деятельности, а именно решения научных задач в соответствии с поставленной целью и	<b>Имеет практический опыт</b> решения задач строительной механики методом конечных элементов с использованием современных программных комплексов	<i>Расчетно-графическая работа</i>

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
	выбранной методикой		

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	3 з.е.
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	32
- занятия лабораторного типа	16
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	27
Промежуточная аттестация – экзамен/зачет	зачет

#### 3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения							
№	Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				СР <sup>1</sup> , часы
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
			ЗЛеТ <sup>2</sup>	ЗСеТ <sup>3</sup>	ЗЛаТ <sup>4</sup>	Всего	
1.	Введение	5	2	2		4	1
2.	Постановка задач и основные уравнения теории упругости. Предварительные сведения о МКЭ.	11	4	4	1	9	2
3.	Формулировка МКЭ на основе принципа стационарности потенциальной энергии. Другие варианты формулировки МКЭ для решения задач теории упругости.	13	4	4	2	10	3
4.	Построение разрешающей системы алгебраических уравнений.	9	2	2	2	6	3
5.	Построение координатных функций в обобщенных координатах. Специальные системы координат. Лагранжево семейство элементов. Сирендипово семейство элементов.	13	4	4	2	10	3
6.	Эрмитовы элементы. Треугольные элементы.	13	4	4	2	10	3
7.	Применение изопараметрических элементов. Численное интегрирование в МКЭ.	13	4	4	2	10	3
8.	Вопросы точности и сходимости в МКЭ. Основные понятия. Условия полноты координатных функций в МКЭ. Условия непрерывности функций.	13	4	4	2	10	3
9.	Некоторые оценки устойчивости решений в МКЭ	9	2	2	2	6	3
10.	Вычисление напряжений в МКЭ. Структура КЭ	7	2	2	1	5	3

Очная форма обучения							
№	Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				СР <sup>1</sup> , часы
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
			из них				
			З.ЛеГ <sup>2</sup>	З.СеГ <sup>3</sup>	З.ЛаГ <sup>4</sup>	Всего	
	вычислительных комплексов.						
	Текущий контроль (КСР)	1				1	
	<b>ИТОГО</b>	<b>108</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>16</b>	<b>81</b>	<b>27</b>
<sup>1</sup> Самостоятельная работа обучающегося. <sup>2</sup> Занятия лекционного типа. <sup>3</sup> Занятия семинарского типа. <sup>4</sup> Занятия лабораторного типа.							

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках двух контрольных работ. Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет).

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств включает: контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме двух контрольных работ и промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий зачету.

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		Знания	Умения	Навыки
плохо	не зачтено	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа
		Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
удовлетворительно	зачтено	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами
хорошо		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.

Шкала оценивания сформированности компетенций	Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
	Знания	Умения	Навыки
<b>очень хорошо</b>	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
<b>отлично</b>	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
<b>превосходно</b>	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
незачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

### 5.2.1. Контрольные вопросы

№	Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1.	Формулировки задач механики: диф. уравнения, вариационные формулировки, динамика, статика. Постановка задачи теории упругости: группы уравнений. Понятие функционала.	ПК-4
2.	Принцип стационарности полной потенциальной энергии.	ПК-4
3.	Виртуальные перемещения и принцип возможной работы.	ПК-4
4.	Принцип стационарности дополнительной энергии.	ПК-4
5.	Принцип дополнительной возможной работы.	ПК-4
6.	Постановка задачи теории упругости в матричной форме.	ПК-4
7.	Метод Ритца. Требования к координатным функциям.	ПК-4
8.	Метод конечных элементов.	ПК-4
9.	Требования к координатным функциям в МКЭ. Понятие функции формы.	ПК-4
10.	Формулировка МКЭ на основе принципа стационарности потенциальной энергии.	ПК-4
11.	Узловые перемещения и силы, матрица жесткости КЭ.	ПК-4
12.	Механический смысл матрицы жесткости КЭ. Понятие степени свободы.	ПК-4
13.	Построение матрицы жесткости конструкции. Матрица инцидентности. Её свойства.	ПК-4
14.	Формирование матриц жесткости КЭ и конструкции. Формирование вектора узловых сил КЭ и конструкции.	ПК-4
15.	Способы построения координатных функций в МКЭ. Дополнительные требования к координатным функциям в МКЭ.	ПК-4
16.	Построение координатных функций в обобщенных координатах.	ПК-4
17.	Непрерывность перемещений вдоль границ КЭ. Понятие полных и неполных полиномов.	ПК-4
18.	Специальные системы координат.	ПК-4
19.	Лагранжевы КЭ.	ПК-4
20.	Сирендиповы КЭ.	ПК-4

21.	Треугольные КЭ. Локальная система координат для треугольных КЭ.	ПК-4
22.	Изопараметрические КЭ.	ПК-4
23.	Интегрирование в изопараметрических КЭ. Квадратурные формулы Гаусса.	ПК-4
24.	Точность и сходимость в МКЭ. Факторы, влияющие на точность решения в МКЭ.	ПК-4
25.	Анализ сходимости в МКЭ.	ПК-4
26.	Устойчивость в МКЭ.	ПК-4
27.	Условия полноты и непрерывности координатных функций в МКЭ. Понятие о несовместных КЭ.	ПК-4
28.	Способы повышения точности и скорости сходимости МКЭ. Причины ухудшения обусловленности. Возможность увеличения точности без ухудшения обусловленности.	ПК-4
29.	Понятие ширины ленты матрицы жесткости системы.	ПК-4
30.	Проблемы вычисления напряжений в МКЭ. Сглаживание напряжений в МКЭ.	ПК-4
31.	Структура КЭ пакетов.	ПК-4

### 5.2.2. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-4

#### *Задание 1*

Записать полную систему соотношений для применения МКЭ для одномерного случая (растяжение стержня)

#### *Задание 2*

Записать полную систему соотношений для применения МКЭ для случая плоской деформации

#### *Задание 3*

Записать полную систему соотношений для применения МКЭ для случая плоского напряжения

#### *Задание 4*

Определить, являются ли приведенные системы функций линейно независимыми.

#### *Задание 5*

Вычислить размерность матрицы жесткости для приведенных КЭ.

#### *Задание 6*

Построить матрицу инцидентности для приведенной сетки КЭ.

### 5.2.3. Типовые тестовые задания для оценки сформированности компетенции ПК-4:

### Задание 1

Решить задачу о растяжении прямолинейного стержня МКЭ и сравнить с аналитическим решением. Нарисовать графики перемещений и напряжений.

#### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

№	а) основная литература:	К-во
1.	Капустин С.А. Метод конечных элементов в задачах механики деформируемых тел // Учебное пособие. Н.Новгород, 2002. 180 с.	40
2.	Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике //М.: Мир, 1975 г., 544 с. <a href="http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zenkevich1975ru.djvu">http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zenkevich1975ru.djvu</a>	2
3.	Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов // М.: Мир, 1977 г., 349 с. <a href="http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/StrengFiks1977ru.djvu">http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/StrengFiks1977ru.djvu</a>	5

№	б) дополнительная литература:	К-во
1.	Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация // М.: Мир, 1986 г., 318 с.	1
2.	Норри Д., де Фриз Ж. Введение в метод конечных элементов //М.: Мир, 1981 г., 304 с.	5
3.	Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы //М.: Мир, 1981 г., 428 с.	3
4.	Образцов И.Ф., Савельев Л.К., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов // М.: Высшая школа, 1985 г., 382 с.	1
5.	Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности //М.: Мир, 1987 г., 542 с.	4

#### 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Автор(ы) \_\_\_\_\_

Рецензент(ы) \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

от 01.12.2021 года, протокол № 2.