

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Вероятностные модели в естествознании

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии

---

Направленность образовательной программы  
Инженерия программного обеспечения

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.07.02 Вероятностные модели в естествознании относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-3: Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий и программирования и компьютерной техники	<p>ПК-3.1: Знает методы анализа и исследования математических моделей в области фундаментальной информатики и информационных технологий</p> <p>ПК-3.2: Умеет определять ключевые свойства и ограничения системы</p>	<p>ПК-3.1: Знать основные приемы и методы управления марковскими случайными процессами и область их практического применения . Знать классификацию пространства состояний марковских цепей и основные классы состояний. Знать рекуррентный метод исследования процессов последовательных решений для систем, описываемых управляемым марковским процессом.</p> <p>ПК-3.2: Уметь обосновать выбранный метод решения и доказать его эффективность. Уметь применять итерационный метод выбора стратегии поведения для достижения максимально возможной прибыли управляемого процесса с доходами. Уметь пользоваться приемами анализа марковских процессов с доходами и нахождения полного ожидаемого дохода в случае длительного функционирования системы. Уметь пользоваться</p>	Собеседование Задачи	Зачёт: Контрольные вопросы

		методами управления процессами разгрузки и загрузки с помощью функционалов достижения с запретами.		
--	--	--	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>3</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	24
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	0
- КСР	1
<b>самостоятельная работа</b>	<b>83</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>0</b> <b>Зачёт</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	
Тема 1. Марковские случайные процессы с дискретным временем и конечным числом состояний	27	4		4	23
Тема 2. Марковские процессы с доходами	24	4		4	20
Тема 3. Рекуррентный и итерационный методы для изучения процессов последовательных решений	28	8		8	20
Тема 4. Функционалы Чжуна и их применение для управления процессами разгрузки и загрузки	28	8		8	20
Аттестация	0				
КСР	1			1	
<b>Итого</b>	<b>108</b>	<b>24</b>	<b>0</b>	<b>25</b>	<b>83</b>

## Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Марковские случайные процессы с дискретным временем и конечным числом состояний  
Матрица вероятностей перехода за один шаг, рекуррентное соотношение для вероятностей состояний системы. Пример с игрушечных дел мастером. Классификация состояний марковской цепи, основные классы состояний и их связь.

Тема 2. Марковские процессы с доходами  
Рекуррентное соотношение для доходов. Анализ марковских процессов с доходами с помощью z-преобразования. Поведение полного ожидаемого дохода в случае длительного функционирования системы.

Тема 3. Рекуррентный и итерационный методы для изучения процессов последовательных решений  
Этапы рекуррентного метода и его применение на примерах. Итерационный метод для марковских процессов с одним эргодическим классом, доказательство его эффективности. Итерационный метод для процессов с несколькими эргодическими классами, примеры.

Тема 4. Функционалы Чжуна и их применение для управления процессами разгрузки и загрузки  
Основные свойства функционалов Чжуна, метод нахождения их условных математических ожиданий. Применение функционалов Чжуна при решении задачи оптимизации в некоторой управляемой системе массового обслуживания.

### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа студентов включает в себя самостоятельное изучение некоторых разделов курса "Вероятностные модели в естествознании", подготовку доклада по заданной теме, выполнение домашних работ. Для выполнения самостоятельной работы студенту предлагается использовать конспекты лекций и литературу, предложенную в п. 7 данного документа.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

**5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

**5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-3:**

. Дайте определение управляемого марковского процесса. Укажите свойства матрицы вероятностей перехода за один шаг.

2. Запишите рекуррентное соотношение для вероятностей состояний системы.

3. Приведите пример с игрушечным дел мастером.

4. Укажите классификацию состояний марковской цепи и основные классы состояний.

5. Приведите примеры реальных систем, математической моделью которых может служить управляемый марковский процесс.

6. Какие состояния марковской цепи называются возвратными и невозвратными?

7. Какие состояния марковской цепи называются существенными и несущественными?

8. Что такое эргодический класс?

9. Дайте определение марковского процесса с доходами.

10. Опишите этапы рекуррентного метода и проиллюстрируйте их на примере.

11. Какие основные блоки содержит итерационный метод для марковских процессов с одним эргодическим классом?

12. Докажите эффективность итерационного метода с точки зрения скорости сходимости и обязательного достижения оптимального результата.

13. Укажите особенности итерационного метода для марковских процессов с несколькими эргодическими классами.

14. Опишите основные свойства функционалов достижения с запретами.

15. Приведите примеры задач оптимизации, которые можно решить с использованием функционалов Чжуна.

### **Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно» или «плохо»

### **5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-3:**

1. Найти z-преобразование для функции  $f(n) = \dots$  при  $z = 1$ .
2. Найти z-преобразование для функции  $f(n+1)$ , зная z-преобразование для функции  $f(n)$ .
3. Задана матрица вероятностей перехода за один шаг марковской цепи
  3. 0.7
  4. 0.5

С помощью z-преобразования найти вероятности состояний системы на любом шаге  $n$ , начиная с первого.

4. Задана матрица вероятностей перехода за один шаг марковской цепи

8. 0.2

1. 1

Покажите, что состояние 1 является невозвратным. С помощью z-преобразования найдите вектор вероятностей состояний системы и укажите его особенности.

5. Задана матрица вероятностей перехода за один шаг марковской цепи

0.1 0.6 0.3

1 0 0

0 1 0

6. Покажите, что данная цепь имеет несколько эргодических классов. С помощью z-преобразования найдите вектор вероятностей состояний системы и укажите его особенности. Используя рекуррентный метод и полученные числовые данные, найти полные ожидаемые доходы при оптимальном поведении (величины  $v_1$  и  $v_2$ ) для  $n = 1, 2, \dots, 6$  и при нулевых значениях  $v_1(0)$  и  $v_2(0)$ . Оформить результат в виде таблицы.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно»
не зачтено	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно» или «плохо»

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
		не зачтено		зачтено			
Знания	Отсутствие	Уровень	Минимальн	Уровень	Уровень	Уровень	Уровень

	знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	о допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»

<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### **5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-3**

1. Описать свойства марковского случайного процесса с дискретным временем и конечным числом состояний.
2. Привести классификацию состояний марковского процесса и указать основные классы состояний.
3. Дать определение z-преобразования и найти его для указанных функций.
4. Описать метод z-преобразования для вектора вероятностей состояний системы и привести пример.
5. Указать особенности z-преобразования для марковских цепей, имеющих невозвратные и периодические состояния.
6. Указать особенности z-преобразования для марковских цепей, имеющих несколько эргодических классов.
7. Привести рекуррентное соотношение для доходов.
8. Описать метод анализа марковских процессов с доходами с помощью z-преобразования.
9. Указать особенности поведения полного ожидаемого дохода в случае длительного функционирования системы.
10. Описать этапы рекуррентного метода и привести пример его применения.
11. Описать суть итерационного метода для марковских процессов с одним эргодическим классом и привести пример его применения.
12. Привести доказательство эффективности итерационного метода.
13. Указать особенности итерационного метода для марковских процессов с несколькими эргодическими классами и привести пример применения этого метода.
14. Привести основные свойства функционалов Чжуна и описать метод вычисления их условных математических ожиданий.
15. Показать возможность применения функционалов Чжуна при решении задач оптимизации управления в системах массового обслуживания.

## Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Все компетенции (части компетенций) сформированы на уровне не ниже удовлетворительно
не зачтено	Хотя бы одна компетенция (части компетенций) сформирована на уровне ниже удовлетворительно

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Федоткин Михаил Андреевич. Основы прикладной теории вероятностей и статистики : учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика". - М. : Высшая школа, 2006. - 368 с. : ил. - ISBN 5-06-005328-8 : 215.60., 183 экз.
2. Федоткин Михаил Андреевич. Модели в теории вероятностей : учебник. - М. : Физматлит : ННГУ, 2012. - 608 с. - (Библиотека Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского). - ISBN 978-5-9221-1384-7 : 600.00., 200 экз.
3. Вентцель Елена Сергеевна. Прикладные задачи теории вероятностей. - М. : Радио и связь, 1983. - 416 с. : ил. - 1.60., 13 экз.
4. Дынкин Евгений Борисович. Управляемые марковские процессы и их приложения / АН СССР, Центр. экон.-мат. ин-т. - М. : Наука, 1975. - 338 с. : черт. - 0.95., 2 экз.

Дополнительная литература:

1. Шильман Семен Вольфович. Курс теории вероятностей : учеб. пособие / Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. - Н. Новгород : Изд-во Нижегород. ун-та, 1998. - 154, [1] с. - 11.53., 123 экз.
2. Ширяев Альберт Николаевич. Вероятность : учеб. пособие для студентов ун-тов по специальности "Математика". - М. : Наука, 1980. - 575 с. : ил. - 1.50., 25 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Интернет-ресурсы электронного портала ИИТММ <http://www.itmm.unn.ru/studentam/uchebno-metodicheskie-materialy/>
2. Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ им. Лобачевского <http://www.unn.ru/books/resources.html>
3. Общероссийский математический интернет-портал <http://mathnet.ru>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор(ы): Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Зорин Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.