

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Метод конечных элементов

Уровень высшего образования

Специалитет

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.07.01 Метод конечных элементов относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-12: Владение навыками применения математически сложных алгоритмов в современных специализированных программных комплексах, реализации в них собственных методов, моделей и алгоритмов	<p>ПК-12.1: Знает теоретические основы фундаментальных компьютерных наук</p> <p>ПК-12.2: Умеет ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики</p> <p>ПК-12.3: Имеет практический опыт использования математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах, включая реализацию в них собственных методов и моделей</p>	<p>ПК-12.1: Знать вариационные постановки статических и динамических задач механики деформируемого твердого тела и смежных дисциплин и алгоритмы их решения методом конечных элементов</p> <p>ПК-12.2: Уметь ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики; осуществлять анализ и выбор формулировок и методов решения статических и динамических задач механики деформируемого твердого тела и смежных дисциплин</p> <p>ПК-12.3: Владеть опытом решения задач механики деформируемого твердого тела и смежных дисциплин методом конечных элементов с использованием математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах, включая реализацию в них собственных методов и моделей</p>	Задачи Практическое задание	Экзамен: Задания Контрольные вопросы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	5
Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	64
- КСР	2
самостоятельная работа	46
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0
Основы МКЭ. Постановка задачи теории упругости и теплопроводности. Вариационная постановка. МКЭ как вариант метода Ритца. Простейшие задачи.	18	4	8	12	6
Обобщенные вариационные формулировки	5	2		2	3
Простейшие аппроксимации в конечных элементах	18	4	8	12	6
Семейства конечных элементов различной мерности	18	4	8	12	6
Криволинейные элементы. Изопараметрическая технология	22	4	12	16	6
Точность, устойчивость, сходимость метода конечных элементов. Проблемы сдвигового и объемного запирания	18	4	8	12	6
Вычислительные вопросы МКЭ	18	4	8	12	6
МКЭ для задач устойчивости и динамики конструкций	25	6	12	18	7
Аттестация	36				
КСР	2				2
Итого	180	32	64	98	46

Содержание разделов и тем дисциплины

1. Основы МКЭ. Постановка задачи теории упругости и теплопроводности. Вариационная постановка. МКЭ как вариант метода Рунге. Простейшие задачи.
2. Обобщенные вариационные формулировки
3. Простейшие аппроксимации в конечных элементах
4. Криволинейные элементы. Изопараметрическая технология
5. Точность, устойчивость, сходимость метода конечных элементов. Проблемы сдвигового и объемного записания
6. Вычислительные вопросы МКЭ
7. МКЭ для задач устойчивости и динамики конструкций

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное решение задач (3 задачи в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (экзамен).

Дополнительная литература:

1. Капустин С.А. Метод взвешенных невязок решения задач механики деформируемых тел и теплопроводности: учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2010. – 60 с. (<http://www.unn.ru/pages/e-library/methodmaterial/files/19.pdf>).

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-12:

1. Записать основной алгоритм МКЭ
2. Записать алгоритм вычисления матрицы жесткости изопараметрического КЭ
3. Записать алгоритм вычисления вектора эквивалентных узловых сил от объемной нагрузки
4. Записать алгоритм вычисления вектора эквивалентных узловых сил от поверхностной нагрузки, заданной в глобальной (общей) системе координат.
5. Записать алгоритм вычисления вектора эквивалентных узловых сил от поверхностной нагрузки, заданной в глобальной (общей) системе координат.

6. Записать алгоритм вычисления вектора эквивалентных узловых сил от поверхностной нагрузки, заданной в локальной системе координат, связанной с границей.
7. Сформулировать способ построения и нумерации узлов для семейства четырехугольных конечных элементов произвольного порядка Лагранжева семейства.
8. Сформулировать способ построения и нумерации узлов для семейства треугольных конечных элементов произвольного порядка

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три не существенные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Практическое задание) для оценки сформированности компетенции ПК-12:

Практическое задание №1. Исследование сходимости решения МКЭ на примере расчета балки-стенки. Треугольный конечный элемент.

1. Построить, пользуясь методами сопротивления материалов, «точное» решение для прогиба балки при заданной нагрузке.
2. Построить геометрическую и конечно-элементную модель балки-СТЕНКИ, используя для дискретизации плоский треугольный конечный элемент с тремя узлами. Построение модель реализовать в виде командного файла, в котором предусмотреть введение параметров, задающих размеры и густоту сетки, что позволит быстро настраивать модель на разные варианты расчета .
3. Пользуясь построенным командным файлом, решить задачу при значениях N - число элементов по толщине балки-стенки - от 2 до 10 и построить график сходимости решения в зависимости от этого параметра.
4. Изменить соотношение размеров вертикальной и горизонтальной сторон конечного элемента, скорректировать командный файл и построить графики сходимости. Рассмотреть кроме исходного (равного 1) соотношения длины горизонтальной стороны к вертикальной, равное 1.5, 2, 2.5 и 3. Для построения графиков использовать MS Excel.

Практическое задание №2. Исследование сходимости решения МКЭ на примере расчета балки-стенки. Четырехугольный конечный элемент

1. Изучить, используя Справочную систему ANSYS и указанную литературу, теоретические основы построения конечного элемента PLANE182 при значениях keyopt(1)=0, 1, 3.
2. Построить геометрическую и конечно-элементную модель балки-СТЕНКИ, используя для дискретизации плоский прямоугольный четырехузловой конечный элемент. Построение модель реализовать в виде командного файла, в котором предусмотреть введение параметров, задающих размеры и густоту сетки.
3. На примере консольной балки с соотношением сторон 1:10 построить для четырехугольного элемента PLANE182 графики сходимости численного решения к точному при значениях keyopt(1)=0, 1, 3.
4. Значения N изменять от 1 до 6 .
5. Рассмотреть соотношения длины горизонтальной стороны элемента к вертикальной, равные 1, 1.5, 2, 2.5 и 3. Для построения графиков использовать MS Excel.

6. Для $\text{keyort}(1)=0, 1, 3$ рассмотреть задачу: Соотношение сторон 1: 100, ОДИН конечный элемент, сравнить прогиб свободного конца с точным значением прогиба

Критерии оценивания (оценочное средство - Практическое задание)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три не существенные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько не существенных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и не существенными недочетами, выполнены все	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

						задания в полном объеме	
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ПК-12

1. Характеризовать основные возможности программного комплекса ANSYS
2. Характеризовать методы решения систем линейных уравнений в программном комплексе ANSYS
3. Численное интегрирование. Квадратурные формулы Гаусса. Выбор необходимой точности интегрирования.
4. Аппроксимация геометрии. Криволинейные КЭ. Пределы искажения формы и положения узлов криволинейного КЭ

5. Технология построения матрицы жесткости изопараметрических КЭ.
6. Записать постановку краевой задачи для плоского напряженного состояния (плоской деформации) в перемещениях.
7. Записать принцип Лагранжа для случая плоской теории упругости
8. Обосновать преимущества и недостатки вариационных постановок на основе принципов Лагранжа и Кастильяно
9. Обосновать применение билинейной аппроксимации для задачи теории упругости в перемещениях с точки зрения применения критерия полноты.
10. Сформулировать критерий полноты. Показать эквивалентность альтернативных формулировок в виде одного и двух утверждений

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-12

1. Дифференциальная и вариационная постановки задачи теории упругости.
2. Решение 2d задачи с помощью треугольного элемента с линейными функциями формы.
3. Решение 2d задачи с помощью четырехугольного элемента с билинейными функциями формы.
4. Вектор эквивалентных узловых сил от распределенной объемной и поверхностной нагрузок.
5. Анализ аппроксимаций перемещений. Ложный сдвиг. Моментная схема конечных элементов.
6. Прямоугольные КЭ. Сирендипово семейство функций формы
7. Прямоугольные КЭ. Лагранжево семейство функций формы.

8. Семейство треугольных элементов. Построение узлов и аппроксимаций для элемента произвольного порядка. Свойства построенных функций формы.
9. Дифференцирование и интегрирование функций формы треугольных КЭ и их производных.
10. Аппроксимация геометрии. Криволинейные КЭ. Пределы искажения формы и положения узлов криволинейного КЭ
11. Технология построения матрицы жесткости изопараметрических КЭ.
12. Численное интегрирование. Квадратурные формулы Гаусса. Выбор необходимой точности интегрирования.
13. Полное, сокращенное, выборочное интегрирование
14. Точность и сходимость метода конечных элементов. Понятие и определение точности, сходимости и устойчивости численного метода.
15. Анализ ошибок вычислений. Число обусловленности матриц СЛАУ. Зависимость числа обусловленности от различных факторов.
16. Ошибки аппроксимации. Совместные элементы. Критерий полноты.
17. Несовместные элементы. Кусочный тест Айронса.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Галлагер Ричард. Метод конечных элементов : основы / пер. с англ. В. М. Картвелишвили ; под ред. Н. В. Баничука. - М. : Мир, 1984. - 428 с. : ил. - 2.40., 3 экз.
2. Образцов Иван Филиппович. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов : учеб. пособие для студентов авиац. специальностей вузов. - М. : Высшая школа, 1985. - 391 с. - 1.10., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Деклу Ж. Метод конечных элементов / пер. с фр. Б. И. Квасова ; под ред. Н. Н. Яненко. - М. : Мир, 1976. - 95 с. - 0.28., 18 экз.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике : пер. с англ. / под ред. Б. Е. Победри. - М. : Мир, 1975. - 541 с. : ил. - 2.70., 2 экз.
3. Стренг Гилберт. Теория метода конечных элементов / пер. с англ. В. И. Агошкова [и др.] ; под ред. Г. И. Марчука. - М. : Мир, 1977. - 349 с. : ил. - 1.73., 5 экз.
4. Сегерлинд Ларри Дж. Применение метода конечных элементов / пер. с англ. А. А. Шестакова ; под ред. Б. Е. Победри. - М. : Мир, 1979. - 392 с. : ил. - 1.80., 2 экз.
5. Норри Д. Введение в метод конечных элементов / пер. с англ. Г. В. Демидова, А. Л. Урванцева ; под ред. Г. И. Марчука. - М. : Мир, 1981. - 304 с. : ил. - 1.40., 4 экз.
6. Рикардс Роланд Брунович. Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин / Риж. политехн. ин-т им. А. Я. Пельше. - Рига : Зинатне, 1988. - 284 с. : ил. - 1.20., 1 экз.
7. Голованов Александр Иванович. Введение в метод конечных элементов статики тонких оболочек / АН СССР, Казан. фил., Физ.-техн. ин-т. - Казань : [б. и.], 1989. - 269 с. : ил. - 1.10., 1 экз.
8. Васидзу Кюнтиро. Вариационные методы в теории упругости и пластичности / пер. с англ. В. В. Кобелева, А. П. Сейраняна ; под ред. Н. В. Баничука. - М. : Мир, 1987. - 542 с. : ил. - 50.00., 4 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/difgeometry.htm>
2. ANSYS Help версии 15, 16, 17
3. <http://www.emt.ru>
4. <http://www.fea.ru/>
5. <http://www.cae.ru/>
6. <http://mysopromat.ru/cgi-bin/yabb2/YaBB.pl?catselect=feaprogramms>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран)

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по специальности 01.05.01 - Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы): Леонтьев Николай Васильевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник.

Заведующий кафедрой: Игумнов Леонид Александрович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.