

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Дифференциальные уравнения

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование и вычислительная математика

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.10 Дифференциальные уравнения относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1: Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации УК-1.2: Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности УК-1.3: Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов	УК-1.1: Знать: – методы, основанные на сборе, анализе и интерпретации научных данных; – основные принципы, факты, понятия, аналитические и численные методы, изучаемые в дисциплине УК-1.2: Уметь: – интерпретировать новую информацию в предметной области; – строить простейшие математические модели и исследовать их; – доказывать ранее изученные в рамках дисциплины математические утверждения; – решать математические задачи ДУ –линейные первого порядка, Бернулли, Рикатти, однородные, в полных дифференциалах, линейные ДУ n-го порядка и линейные системы. А также ДУ, которые, требуют некоторой оригинальности мышления УК-1.3: Владеть: – терминологией предметной	Контрольная работа Коллоквиум	Экзамен: Контрольные вопросы Задачи Зачёт: Контрольные вопросы Задачи

		области; – принципами построения и выбора эффективных методов решения и интерпретации результатов; – навыками поиска информации в рамках предметной области в сети Интернет и других источниках; – навыками использования универсальных математических пакетов для выполнения для исследования динамических моделей; – навыками интерпретации результатов численного исследования динамических систем и дифференциальных уравнений; – навыками математического моделирования для несложных динамических систем.		
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2: Умеет использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности, осуществлять выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний ОПК-1.3: Имеет практический опыт применения фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знать: – основные факты из математического анализа, геометрии и алгебры и других дисциплин, на которые опирается изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения» ОПК-1.2: Уметь: – применять базовые знания естественных наук, математики и информатики – решать основные типы дифференциальных уравнений ОПК-1.3: Владеть: – математическим мышлением, математической культурой ; способностью уточнить, переспросить, задать вопрос на тему предметной области; основными приемами проведения математических	Контрольная работа Коллоквиум	Экзамен: Контрольные вопросы Задачи Зачёт: Контрольные вопросы Задачи

		доказательств		
--	--	---------------	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	7
Часов по учебному плану	252
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	64
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	96
- КСР	3
самостоятельная работа	53
Промежуточная аттестация	36 Экзамен, Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора торные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	
Тема 1. Введение: примеры и задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (ДУ)	6	2	2	4	2
Тема 2. ДУ первого порядка, интегрируемые в квадратурах	34	10	16	26	8
Тема 3. ДУ первого порядка, не разрешенные относительно производной	12	4	4	8	4
Тема 4. Математические модели детерминированных явлений.	18	4	10	14	4
Тема 5. Линейные ДУ n-го порядка	14	6	4	10	4
Тема 6. Линейные ДУ n-го порядка с постоянными коэффициентами	23	6	12	18	5
Тема 7. Системы линейных ДУ первого порядка	23	8	10	18	5
Тема 8. Линейные системы ДУ с постоянными коэффициентами	23	8	10	18	5
Тема 9. Существование и единственность решений	13	4	4	8	5
Тема 10. Автономные системы.	24	6	14	20	4
Тема 11. Устойчивость по Ляпунову	16	4	8	12	4
Тема 12. Первые интегралы	7	2	2	4	3

Аттестация	36				
КСР	3			3	
Итого	252	64	96	163	53

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Введение: примеры и задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (ДУ)

Тема 2. ДУ первого порядка, интегрируемые в квадратурах

Тема 3. ДУ первого порядка, не разрешенные относительно производной

Тема 4. Математические модели детерминированных явлений.

Тема 5. Линейные ДУ n-го порядка

Тема 6. Линейные ДУ n-го порядка с постоянными коэффициентами

Тема 7. Системы линейных ДУ первого порядка

Тема 8. Линейные системы ДУ с постоянными коэффициентами

Тема 9. Существование и единственность решений

Тема 10. Автономные системы.

Тема 11. Устойчивость по Ляпунову

Тема 12. Первые интегралы

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Виды самостоятельной работы студентов:

- проработка теоретического материала лекционных занятий;
- подготовка домашних заданий к научно-практическим занятиям;
- подготовка к выполнению письменных контрольных работ;
- подготовка к промежуточной аттестации в форме зачета или экзамена

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Задача 1. Решить ДУ

а) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$; б) $y' - y \ln 2 = 2^{\sin x} (\cos x - 1) \ln 2$ (найти решение, ограниченное при $x \rightarrow \infty$);

в) $y' = \frac{2x}{x^2 \cos y + a \sin 2y}$; г) $y dx - x dy = x^2 y dy$;

д) $(x^2 - 1)y' + 2xy - \cos x = 0$;

е) $x^2 y' - y = x^2 e^{\frac{x-1}{x}}$; ж) $y' - e^x y = \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} - e^x \cos \frac{1}{x}$

(найти решение, удовлетворяющее условию: $y \rightarrow 2$ при $x \rightarrow -\infty$);

Задача 2. Напряжение и сопротивление цепи равномерно меняются в течение минуты соответственно от 0 до V и от 0 до R . Самоиндукция L цепи постоянна. Начальная сила тока I_0 . Найдите зависимость силы тока от времени в течение первой минуты опыта.

Задача 3. Естественный прирост населения большого города пропорционален наличному количеству жителей и промежутку времени. Кроме того, население города увеличивается благодаря миграции; скорость прироста населения этим путем пропорциональна времени, отсчитываемому от момента, когда население города равнялось A_0 . Найдите зависимость числа жителей города от времени.

Задача 4. Капля воды, имеющая начальную массу $M_0(z)$ и равномерно испаряющаяся со скоростью m (г/сек), свободно падает в воздухе. Сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости движения капли (коэффициент пропорциональности k). Найдите зависимость скорости от времени, если в начальный момент скорость равна 0. Считать .

Задача 5. Дно резервуара, вместимость которого 300 л, покрыто солью. Считая, что скорость растворения соли пропорциональна разности между концентрацией в данный момент и концентрацией насыщенного раствора (1 кг соли на 3 л воды) и что данное количество чистой воды растворяет 1/3 кг соли в одну минуту, найдите, сколько соли будет содержать раствор через 1 час.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Задача 1. Представить картину поведения интегральных кривых уравнений:

$$a) y' = \frac{2y^2 - x^2}{xy}; \quad б) y' = \frac{\sqrt{y}}{x};$$

Задача 2. Решить уравнения. С помощью изоклин построить интегральные кривые:

$$a) y' = \sin(y - x); \quad б) \sqrt{1 - x^2} dy + \sqrt{1 - y^2} dx = 0; \quad в) 2x\sqrt{1 - y^2} dx + y dy = 0; \quad г) y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}; \quad y($$

Задача 3. Решить уравнения:

$$a) (1 + e^{\frac{x}{y}}) dx + e^{\frac{x}{y}} (1 - \frac{x}{y}) dy = 0; \quad б) (2x - y + 1) dx + (2y - x - 1) dy = 0$$

$$в) y' = \frac{x - y + 1}{2x - 2y + 1};$$

Задача 4. Вычислите время падения мяча с высоты 16,3 м без начальной скорости с учетом сопротивления воздуха, пропорционального квадрату скорости. Найдите скорость в конце падения.

Задача 5. В среду с постоянной температурой 20° поместили тело, нагретое до 100°. Через 10 минут температура тела понизилась до 70°. Через какое время температура тела станет равной 30°.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Коллоквиум) для оценки сформированности компетенции УК-1:

1. Линейные ДУ первого порядка. Свойства решений однородного уравнения.
2. Линейные ДУ первого порядка. Решение неоднородного ДУ методом вариации произвольной постоянной. Свойства решений неоднородного ДУ
3. Метод Коши решения линейного ДУ первого порядка.
4. Уравнение в полных дифференциалах.

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Коллоквиум) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

1. Линейные ДУ n -го порядка. Линейный дифференциальный оператор порядка n . Линейно-зависимые и линейно – независимые функции.
2. Необходимое условие линейной зависимости функций.
3. Свойство решений линейного однородного ДУ
4. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (форм.)
5. Теорема об определителе Вронского для линейного однородного ДУ (альтернатива)
6. Формула Лиувилля – Остроградского.
7. Пространство решений линейного однородного ДУ. Теорема о существовании n линейно независимых решений. ФСР.
8. Теорема (утверждение) о существовании линейного однородного ДУ n -го порядка с данной ФСР

Критерии оценивания (оценочное средство - Коллоквиум)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компет	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно

ений (индик атора достиж ения компет ений)	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».

	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Определения дифференциального уравнения (ДУ) n -го порядка, 1-го порядка, определение общего решения, частного решения, неявного решения (общий интеграл), особого решения. ДУ с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
2. Линейные ДУ первого порядка. Свойства решений однородного линейного ДУ. Решение неоднородного линейного ДУ методом Лагранжа - вариации произвольной постоянной. Свойства решений неоднородного линейного ДУ.
3. Метод Коши решения линейного ДУ первого порядка.
4. Сведение уравнения Бернулли к линейному уравнению. Методы решения ДУ Рикатти.
5. ДУ в полных дифференциалах. Необходимые и достаточные условия
6. ДУ высших порядков. Определение частного решения, общего решения.
7. Линейные ДУ n -го порядка. Линейные однородные ДУ. Свойства решений линейного однородного ДУ n -го порядка.
8. Линейная зависимость и независимость n функций. Примеры. Определитель Вронского. Теоремы о линейной зависимости и линейной независимости частных решений.
9. Фундаментальная система решений (ФСР) линейного однородного ДУ. Теорема существования ФСР. Построение общего решения линейного однородного ДУ по его ФСР. Теорема о связи линейного ДУ с его ФСР.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. ДУ, не разрешенные относительно производной. Метод введения параметра. Уравнения Клеро и Лагранжа. Особые решения и дискриминантная кривая.
2. Линейный осциллятор. Модели. Вынужденные колебания гармонического и линейного осциллятора. Резонанс.
3. Фундаментальная система решений (ФСР). Теорема о существовании ФСР для линейной однородной системы. Построение общего решения линейной однородной системы ДУ по ее ФСР.
4. Задача Коши для ДУ первого порядка, разрешенных относительно производной. Достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши.

5. Постановка задачи Коши для ДУ n – го порядка. Теорема существования и единственности решения з. Коши.
6. Постановка задачи Коши для системы ДУ первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы ДУ.
7. Динамические системы, связь между фазовыми траекториями и интегральными кривыми, автономные динамические системы, фазовая плоскость, интегральные многообразия.
8. Окрестности состояний равновесия автономных динамических систем двух уравнений первого порядка. Типы особых точек на фазовой плоскости, понятие о грубой системе, предельном цикле системы.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. ДУ в полных дифференциалах. Необходимые и достаточные условия.
2. ДУ Клеро и Лагранжа. Особые решения и дискриминантная кривая.
3. Линейная зависимость и независимость n функций. Определитель Вронского.
4. Теоремы о линейной зависимости и линейной независимости частных решений.
5. Фундаментальная система решений (ФСР) линейного однородного ДУ n -го порядка. Теорема существования ФСР. Построение общего решения линейного однородного ДУ по его ФСР.
6. Неоднородные линейные уравнения ДУ. Теорема о виде общего решения. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного ДУ – метод Лагранжа (вариации произвольной постоянной) и метод Коши.

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

1. Определение ДУ 1-го порядка, определения общего решения, частного решения, неявного решения (общий интеграл), особого решения
2. Линейные ДУ первого порядка. Свойства решений однородного линейного ДУ. Решение неоднородного линейного ДУ методом Лагранжа - вариации произвольной постоянной.
3. Сведение ДУ Бернулли к линейному ДУ. Методы решения ДУ Рикатти.
4. Линейные ДУ n -го порядка. Линейные однородные ДУ. Свойства решений линейного однородного ДУ n – го порядка.
5. Однородные линейные ДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами. Отыскание общего решения в случае различных действительных и кратных корней характеристического уравнения, в случае комплексно-сопряженных корней.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
не зачтено	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки

5.3.5 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции УК-1

Задача 1. Напряжение и сопротивление цепи равномерно меняются в течение минуты соответственно от 0 до V и от 0 до R . Самоиндукция L цепи постоянна. Начальная сила тока I_0 . Найдите зависимость силы тока от времени в течение первой минуты опыта.

Задача 2. Естественный прирост населения большого города пропорционален наличному количеству жителей и промежутку времени. Кроме того, население города увеличивается благодаря миграции; скорость прироста населения этим путем пропорциональна времени, отсчитываемому от момента, когда население города равнялось A_0 . Найдите зависимость числа жителей города от времени.

Задача 3. Капля воды, имеющая начальную массу $M_0(z)$ и равномерно испаряющаяся со скоростью m (г/сек), свободно падает в воздухе. Сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости движения капли (коэффициент пропорциональности k). Найдите зависимость скорости от времени, если в начальный момент скорость равна 0 . Считать .

Задача 4. Дно резервуара, вместимость которого 300 л, покрыто солью. Считая, что скорость растворения соли пропорциональна разности между концентрацией в данный момент и концентрацией насыщенного раствора (1 кг соли на 3 л воды) и что данное количество чистой воды растворяет $1/3$ кг соли в одну минуту, найдите, сколько соли будет содержать раствор через 1 час.

Задача 5. Некоторые бактерии размножаются пропорционально их количеству, но в то же время вырабатывают яд, истребляющий их пропорционально количеству яда и количеству бактерий. Найти количество бактерий в зависимости от количества яда.

5.3.6 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Задача 8. Найти общее решение уравнения:

- а) $y''' - 2y'' - 3y' = 2x$; б) $y^{IV} - y'' = 3$
 в) $y'' \cdot y^3 = 1$; г) $2y \cdot y'' = y^2 + (y')^2$; д) $y \cdot (xy'' + y') = x \cdot (y')^2 (1-x)$
 е) $y''' - 2y'' - 3y' = 3e^{-x}$; ж) $y^{IV} - y'' = 3x$. з) $y \cdot y'' - (y')^2 - 1 = 0$; и) $y''' = 2(y'' - 1) \cdot c$
 к) $x^2 \cdot yy'' + (y')^2 = 0$

1

Задача 9. Найти решение задачи Коши: а) $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$; $y(0) = y'(0) = 0$.

б) $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1}$; $y(0) = y'(0) = 0$.

в) $y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}$; $y(\frac{\pi}{4}) = y'(\frac{\pi}{4}) = 0$.

Задача 10. Решить уравнение Эйлера

а) $x^3 y''' + xy' - y = 0$.

б) $(x-2)^2 y'' - 3(x-2)y' + 4y = x$.

в) $x^2 y'' + 4xy' + 2y = 2\ln^2 x + 12x$.

Задача 11. Решить задачу Коши для системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - 5y + e^{2t} \\ \dot{y} = x + \cos t \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0$$

б)

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x + 5y - e^{2t} \cos t \\ \dot{y} = -x + \sin t \end{cases} \quad x(0) = 0, y(0) = 0$$

в) $\begin{cases} \dot{x} = -4x + 5y + 2e^{2t} \\ \dot{y} = -x - 2 \end{cases} \quad x(0) = 0, y(0) = 0$

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности,

Оценка	Критерии оценивания
	грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три не существенные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

5.3.7 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции УК-1

Задача 1. Напряжение и сопротивление цепи равномерно меняются в течение минуты соответственно от 0 до V и от 0 до R . Самоиндукция L цепи постоянна. Начальная сила тока I_0 . Найдите зависимость силы тока от времени в течение первой минуты опыта.

Задача 2. Естественный прирост населения большого города пропорционален наличному количеству жителей и промежутку времени. Кроме того, население города увеличивается благодаря миграции; скорость прироста населения этим путем пропорциональна времени, отсчитываемому от момента, когда население города равнялось A_0 . Найдите зависимость числа жителей города от времени.

Задача 3. Капля воды, имеющая начальную массу $M_0(g)$ и равномерно испаряющаяся со скоростью $m (g/сек)$, свободно падает в воздухе. Сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости движения капли (коэффициент пропорциональности k). Найдите зависимость скорости от времени, если в начальный момент скорость равна 0 . Считать .

Задача 4. Дно резервуара, вместимость которого $300 л$, покрыто солью. Считая, что скорость растворения соли пропорциональна разности между концентрацией в данный момент и концентрацией насыщенного раствора ($1 кг$ соли на $3 л$ воды) и что данное количество чистой воды растворяет $1/3 кг$ соли в одну минуту, найдите, сколько соли будет содержать раствор через $1 час$.

Задача 5. Некоторые бактерии размножаются пропорционально их количеству, но в то же время вырабатывают яд, истребляющий их пропорционально количеству яда и количеству бактерий. Найти количество бактерий в зависимости от количества яда.

5.3.8 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие знаний для решения задач. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Понтрягин Лев Семенович. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. для студентов мат. специальностей ун-тов. - М. : Наука, 1982. - 331 с. - 0.85., 141 экз.
2. Эльсгольц Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : учебник. - 5-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2002. - 320 с. - ISBN 5-354-00135-8 : 117.00., 68 экз.
3. Самойленко Анатолий Михайлович. Дифференциальные уравнения : Примеры и задачи : [учеб. пособие для вузов]. - 2-е изд., перераб. - М. : Высшая школа, 1989. - 382, [1] с. : ил. - ISBN 5-06-000557-7 (в пер.) : 1.20., 231 экз.
4. Филиппов Алексей Федорович. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : Более 1400 задач с ответами : [учеб. пособие]. - Изд. 2-е. - М. : ЛКИ, 2008. - 240 с. - ISBN 978-5-382-00455-6 : 212.00., 19 экз.

Дополнительная литература:

1. Тихонов Андрей Николаевич. Дифференциальные уравнения : [учеб. для ун-тов по специальностям "Приклад. математика" и "Физика"]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1985. - 231 с. - (Курс высшей математики и математической физики. вып. 7). - 0.80., 39 экз.
2. Бибииков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Бибииков Ю. Н. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 304 с. - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-1176-4., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799724&idb=0>.
3. Веденяпин А. Д. Дифференциальные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним. Ч. 1. Дифференциальные уравнения первого порядка и приводящиеся к ним : Учебник для вузов / Веденяпин А. Д., Поливенко В. К. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 160 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 978-5-9221-1007-5., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=695934&idb=0>.
4. Губина Елена Васильевна. Исследование динамических систем: построение фазовых портретов и бифуркационных диаграмм : учебно-методическое пособие / Е. В. Губина, Е. Ю. Кадина ; ННГУ им. Н. И. Лобачевского. - Нижний Новгород : Изд-во ННГУ, 2015. - 29 с. - Текст : электронный., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=850176&idb=0>.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1. Электронная библиотечная система «Издательство Лань», 2016, URL: <https://e.lanbook.com>
2. Дифференциальные уравнения: <https://openedu.ru/course/ITMOUniversity/DIFEQ/>
3. Дифференциальные уравнения (14 лекций): <https://teach-in.ru/course/differential-equations-p1>
4. Дифференциальные уравнения и краевые задачи: <http://ed-online.ru/courses/214-Differentsialnye-uravneniya-i-kraevye-zadachi>
5. Дифференциальные уравнения: <https://intuit.ru/studies/courses/911/325/info>
6. Дифференциальные уравнения. Практикум [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.А. Альсевич [и др.]. — Электрон. дан. — Минск: "Вышэйшая школа", 2012. — 382 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65407#authors>
7. <http://www.unn.ru/books/resources.html>.. – свободный доступ.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Презентационное оборудование для проведения обсуждений и компьютерных демонстраций

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Губина Елена Васильевна, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Осипов Григорий Владимирович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.