

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Методы оптимизации

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.03 - Механика и математическое моделирование

Направленность образовательной программы

Математическое моделирование и компьютерный инжиниринг

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.27 Методы оптимизации относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знает основы фундаментальных физико-математических дисциплин и других естественных наук. ОПК-1.2: Умеет анализировать и решать стандартные профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний математики, физики и других естественных наук. ОПК-1.3: Владеет навыками применения фундаментальных разделов механики, базовых знаний естественнонаучного и математического циклов при решении стандартных профессиональных задач.	ОПК-1.1: Знать: основы выпуклого анализа; основные понятия и аппарат математического программирования, основные алгоритмы решения задач математического программирования. ОПК-1.2: Уметь: определять тип задачи математического программирования; решать простейшие задачи каждого типа; правильно выбрать численный метод решения задачи конечномерной оптимизации; строить оптимизационные модели простейшего типа. ОПК-1.3: Владеть: методами математического программирования; навыками применения компьютерных технологий для реализации численных методов оптимизации.	Задачи Контрольная работа	Зачёт: Задачи
ОПК-7: Способен к ведению инновационно-исследовательской деятельности	ОПК-7.1: Знает основы инновационно-исследовательской деятельности. ОПК-7.2: Умеет	ОПК-7.1: Знать примеры прикладных задач, допускающих формализацию в виде задач математического	Задачи Контрольная работа	Зачёт: Задачи

	<p>использовать полученные знания в инновационно-исследовательской деятельности.</p> <p>ОПК-7.3: Владеет навыками инновационно-исследовательской деятельности.</p>	<p>программирования, и численные методы оптимизации: методы минимизации унимодальных функций, одношаговые и двухшаговые градиентные методы, методы Ньютона и Ньютона-Рафсона, квазиньютоновские методы для решения задач безусловной многомерной оптимизации, методы проекции градиента, условного градиента и штрафных функций для решения задач условной многомерной оптимизации</p> <p>ОПК-7.2: Уметь формализовать прикладные задачи оптимизации, правильно выбирать численный метод решения и понимать основные принципы его компьютерной реализации.</p> <p>ОПК-7.3: Владеть численными и аналитическими методами оптимизации.</p>		
--	--	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	32
- КСР	1
самостоятельная работа	43
Промежуточная аттестация	0
	Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0	0 Ф 0
Тема 1. Выпуклые множества	7	2	2	4	3
Тема 2. Выпуклые функции	7	2	2	4	3
Тема 3. Постановка общей задачи оптимизации и условия существования решения	7	2	2	4	3
Тема 4. Общая задача безусловной оптимизации	7	2	2	4	3
Тема 5. Общая задача условной оптимизации	10	2	4	6	4
Тема 6. Задача математического программирования: постановка и основные результаты	9	4	2	6	3
Тема 7. Условия регулярности	7	2	2	4	3
Тема 8. Условия оптимальности второго порядка	7	2	2	4	3
Тема 9. Выпуклое программирование	12	4	4	8	4
Тема 10. Линейное программирование	9	2	4	6	3
Тема 11. Численные методы одномерной оптимизации	7	2	2	4	3
Тема 12. Численные методы безусловной многомерной оптимизации	9	3	2	5	4
Тема 13. Численные методы условной многомерной оптимизации	9	3	2	5	4
Аттестация	0				
КСР	1				1
Итого	108	32	32	65	43

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Выпуклые множества. Определение и простейшие свойства выпуклых множеств. Граничные точки выпуклых множеств. Проекция точки на множество. Теоремы о проекции. Неотрицательная и выпуклая комбинации точек. Коническая и выпуклая оболочки множества. Теоремы отделимости выпуклых множеств. Опорные гиперплоскости.

Тема 2. Выпуклые функции. Определение выпуклой функции и его геометрический смысл. Простейшие свойства выпуклых функций. Дифференцируемость выпуклой функции по возможным направлениям. Свойство непрерывности выпуклой функции. Критерии выпуклости в классе дифференцируемых функций нескольких переменных. Критерий выпуклости в классе дважды дифференцируемых функций многих переменных. Точки минимума выпуклых функций. Критерий точки минимума выпуклой функции. Сильно выпуклые функции.

Тема 3. Постановка общей задачи оптимизации и условия существования решения. Общая задача оптимизации, классификация, примеры. Теорема Вейерштрасса и ее следствия.

Тема 4. Общая задача безусловной оптимизации. Гладкие задачи на безусловный экстремум. Необходимые условия первого и второго порядка. Достаточные условия второго порядка.

Тема 5. Общая задача условной оптимизации. Направления спуска. Необходимое и достаточное условия направления спуска для дифференцируемых функций. Необходимое условие оптимальности в общей задаче минимизации. Гладкие задачи на условный экстремум. Необходимое условие оптимальности первого порядка. Необходимое и достаточное условие оптимальности второго порядка.

Тема 6. Задача математического программирования: постановка и основные результаты. Постановка задачи математического программирования. Классификация задач математического программирования. Принцип Лагранжа и его геометрический смысл. Достаточное условие глобального минимума в задаче выпуклого программирования.

Тема 7. Условия регулярности. Достаточные условия регулярности в задаче математического программирования: простейшее условие, условие Слейтера, условие линейности.

Тема 8. Условия оптимальности второго порядка. Необходимые и достаточные условия оптимальности второго порядка.

Тема 9. Выпуклое программирование. Теорема Куна-Таккера (К-Т) в дифференциальной форме. Теорема К-Т в форме утверждения о седловой точке. Понятие двойственной задачи и ее свойства. Теорема двойственности. Теорема Куна-Таккера в форме двойственности.

Тема 10. Линейное программирование. Классификация задач линейного программирования. Достаточные условия существования решения. Конкретизация основных результатов теории выпуклого программирования на случай задачи линейного программирования.

Тема 11. Численные методы одномерной оптимизации. Классификация численных методов оптимизации. Одномерная минимизация. Минимизация унимодальных функций: метод дихотомии, метод половинного деления, метод золотого сечения.

Тема 12. Численные методы безусловной многомерной оптимизации. Градиентные методы и метод Ньютона, понятие о квазиньютоновских методах, методы сопряженных направлений и сопряженных градиентов.

Тема 13. Численные методы условной многомерной оптимизации. Симплекс-метод для решения задач линейного программирования. Методы условного градиента и проекции градиента; идея метода штрафных функций.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Положение о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ от 13.02.2014.

http://www.unn.ru/pages/general/norm-acts/attest_stud%202014.pdf

1. Сумин В.И. Симплекс-метод решения задач линейного программирования. Методическая раз-работка по курсу "Методы оптимизации". - Горький: Изд-во ГГУ, 1989 (40).
2. Чернов А.В. Применение системы MATLAB к решению простейшей задачи вариационного исчисления. Н.Новгород: ННГУ, 2007 (85).
3. Чернов А.В. Численные методы одномерной минимизации. Н.Новгород: ННГУ, 2009 (62).
4. Чернов А.В. Численные методы безусловной минимизации функций многих переменных. Н.Новгород: ННГУ, 2010 (52).
5. Чернов А.В. Численные методы условной минимизации функций многих переменных.

Н.Новгород: ННГУ, 2010 (70).

Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Проверить на выпуклость функцию $f(x) = (x_1)^2 - x_1x_2 + (x_2)^2$ на множестве $X = R^2$.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-7:

Существует ли точка глобального минимума в задаче оптимизации:

$$f(x, y) = 5x - 3y \rightarrow \min, \quad x^2 + y^2 \leq 4 \quad ? \text{ Почему?}$$

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	задачи решены правильно
не зачтено	задачи не решены или решены неправильно

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Решить с помощью метода множителей Лагранжа задачу оптимизации:

$$f(x, y) = 5x - 3y \rightarrow \min, \quad x^2 + y^2 \leq 4.$$

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-7:

Решить задачу линейного программирования с помощью теории двойственности:

$$\begin{cases} f(x, y, z) = 2x - y + 3z \rightarrow \min \\ x + 3y - 2z \leq 2, & 2x - y + z = 4, \\ y, z \geq 0. \end{cases}$$

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	задачи решены правильно

Оценка	Критерии оценивания
не зачтено	задачи не решены или решены неправильно

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Решить задачу квадратического программирования с помощью теоремы Куна-Таккера:

$$\begin{cases} f(x, y) = 3x^2 - 2xy + y^2 + x \rightarrow \min, \\ x + 2y \leq 1 \\ x \geq 0. \end{cases}$$

Решить задачу линейного программирования с помощью теории двойственности:

$$\begin{aligned} f(x) &= 7x_1 + x_3 - 4x_4 \rightarrow \min \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 &\leq 6, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 &\leq -1, \\ x_1, \dots, x_4 &\geq 0. \end{aligned}$$

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-7

Решить задачу $f(x, y) = x^2 + y^2 \rightarrow \min$ методом Ньютона, начав с точки (1,1).

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	задачи решены правильно
не зачтено	задачи не решены или решены неправильно

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Сухарев Алексей Григорьевич. Курс методов оптимизации. - М. : Наука, 1986. - 325, [1] с. : ил. - 1.80., 3 экз.
2. Васильев Федор Павлович. Численные методы решения экстремальных задач : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Приклад. математика". - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М. : Наука, 1988. - 549 с. : ил. - ISBN 5-02-013796-0 (в пер.) : 1.60., 178 экз.
3. Алексеев Владимир Михайлович. Сборник задач по оптимизации. Теория, примеры, задачи : учеб. пособие. - М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984. - 288 с. - 28.00., 159 экз.

Дополнительная литература:

1. Поляк Борис Теодорович. Введение в оптимизацию. - М. : Наука, 1983. - 384 с. : ил. - 2.40., 12 экз.
2. Алексеев Владимир Михайлович. Оптимальное управление : [учеб. пособие для мат. специальностей вузов]. - М. : Наука, 1979. - 429 с. : ил. - 1.10., 81 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<http://www.lib.unn.ru/ebs.html>

Система MATLAB.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки 01.03.03 - Механика и математическое моделирование.

Автор(ы): Чернов Андрей Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рецензент(ы): Баландин Дмитрий Владимирович, доктор физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Иванченко Михаил Васильевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.