

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования_
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Высшая школа общей и прикладной физики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Дифференциальные уравнения

Уровень высшего образования

Бакалавриат

Направление подготовки / специальность

03.03.02 - Физика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная физика

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.06.04 Дифференциальные уравнения относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;	ОПК-1.1: Демонстрация способности применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Знать основные положения теории дифференциальных уравнений, как-то: теоремы существования и единственности решения Задачи Коши, теоремы о непрерывной зависимости решений от начальных условий и параметров, теорию линейных систем, методы исследования состояний равновесия нелинейных систем дифференциальных уравнений. Уметь пользоваться теоретическими знаниями в процессе решения конкретных дифференциальных уравнений и их систем, рисовать фазовые портреты автономных систем второго порядка. Владеть навыками решения и исследования дифференциальных уравнений как-то: некоторых классов нелинейных уравнений первого и высших порядков, линейных уравнений произвольного порядка и систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами.	Задачи	Экзамен: Задачи Контрольные вопросы

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	5
Часов по учебному плану	180
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	48
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	48
- КСР	2
самостоятельная работа	46
Промежуточная аттестация	36 Экзамен

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора- торные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной	22	8	8	16	6
Дифференциальные уравнения высших порядков	24	8	8	16	8
Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка	24	8	8	16	8
Системы n линейных дифференциальных уравнений	24	8	8	16	8
Нелинейные системы дифференциальных уравнений	24	8	8	16	8
Автономные системы двух дифференциальных уравнений. Введение в теорию устойчивости	24	8	8	16	8
Аттестация	36				
КСР	2				2
Итого	180	48	48	98	46

Содержание разделов и тем дисциплины

Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной
Дифференциальные уравнения высших порядков
Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка
Системы n линейных дифференциальных уравнений

Нелинейные системы дифференциальных уравнений

Автономные системы двух дифференциальных уравнений. Введение в теорию устойчивости

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной

Дифференциальные уравнения высших порядков

Линейные дифференциальные уравнения n -ого порядка

Системы n линейных дифференциальных уравнений

Нелинейные системы дифференциальных уравнений

Автономные системы двух дифференциальных уравнений. Введение в теорию устойчивости

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1:

Решите задачи. Запишите решение и ответ.

1. Найти общее решение уравнения $(y + 2)dx - (2x + y - 4)dy = 0$.

Ответ:

2. а) Найти все решения уравнения $xy' + 2y = \cos x$.

б) Найти то решение данного уравнения, которое остается ограниченным при $x \rightarrow 0$.

Ответ:

3. Найти решение уравнения $3(xy' + y) = y^2 \ln x$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = 3$.

Ответ:

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

Оценка	Критерии оценивания
	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продemonстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продemonстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой

	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

Решите задачи. Запишите решение и ответ.

1. Найти общее решение уравнения $(y + 2)dx - (2x + y - 4)dy = 0$.

Ответ:

2. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами по данному общему решению: $y = C_1(2x + 1) + C_2 e^{2x}$.

Ответ:

3. Найти общее решение уравнения: $y'' - 5y' + 6y = e^{2x} + 10\sin x$.

Ответ:

Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без

Оценка	Критерии оценивания
	ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений . Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-1

- 1) Дифференциальное уравнение первого порядка на плоскости. Постановка задачи. Геометрический смысл решения задачи Коши. Продолжаемость решений.
- 2) Системы дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков. Постановки задачи. Сведение уравнения высшего порядка к системе.
- 3) Типы уравнений первого порядка, интегрируемых в квадратурах.

- 4) Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка на плоскости.
- 5) Продолжение решений вплоть до границы.
- 6) Зависимость решений задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения от параметров и начальных условий.
- 7) Теорема существования и единственности решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений первого порядка.
- 8) Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения n -ого порядка на плоскости.
- 9) Интегральная формула Коши.
- 10) Типы уравнений высших порядков, разрешимых в квадратурах. Случаи понижения порядка.
- 11) Теорема существования решения задачи Коши для линейного дифференциального уравнения.
- 12) Структура общего решения линейного дифференциального уравнения. Связь с вронскианами. Формула Остроградского - Лиувилля.
- 13) Линейная зависимость и независимость функций. Вронскианы. Линейная независимость некоторых конкретных систем функций.
- 14) Фундаментальная система решений для однородного линейного дифференциального уравнения.
- 15) Метод Лагранжа (вариация произвольных постоянных) для неоднородного линейного дифференциального уравнения.
- 16) Теорема существования решения задачи Коши для системы линейных дифференциальных уравнений.
- 17) Фундаментальная матрица для системы линейных дифференциальных уравнений. Формула Остроградского – Лиувилля - Якоби. Метод Лагранжа (вариация произвольных постоянных) для системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений.
- 18) Понижение порядка системы линейных дифференциальных уравнений.
- 19) Структура общего решения однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами
- 20) Решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами с квазиполиномами в качестве свободных членов.
- 21) Неоднородные системы с постоянными коэффициентами и квазиполиномиальными свободными членами.
- 22) Фазовое пространство, фазовая траектория, фазовый портрет динамической системы. Строение фазовой траектории.

- 23) Производная в силу системы. Первые интегралы. Теорема о существовании независимых первых интегралов.
- 24) Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Четаева.
- 25) Устойчивость положения равновесия линейной системы.
- 26) Устойчивость по линейному приближению. Теоремы Ляпунова и Четаева.
- 27) Устойчивость положения равновесия автономной системы.
- 28) Фазовый портрет автономной системы в окрестности состояния равновесия.
- 29) Линейная классификация состояний равновесия двумерной динамической системы.
- 30) Существование и единственность решения задачи Коши для линейных и квазилинейных уравнений в частных производных первого порядка.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов. Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок. Продемонстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме. Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок. Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами. Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами.
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибки. Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме. Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с

Оценка	Критерии оценивания
	некоторыми недочетами.
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки. При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа. Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Демидович Борис Павлович. Дифференциальные уравнения : учеб. пособие. - Изд. 3-е, стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2008. - 288 с. : ил. - (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература) (Лучшие классические учебники). - ISBN 978-5-8114-0677-7 : 391.38., 6 экз.
2. Тихонов Андрей Николаевич. Дифференциальные уравнения : [учеб. для ун-тов по специальностям "Приклад. математика" и "Физика"]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1985. - 231 с. - (Курс высшей математики и математической физики. вып. 7). - 0.80., 39 экз.
3. Самойленко Анатолий Михайлович. Дифференциальные уравнения : Примеры и задачи : [учеб. пособие для вузов]. - 2-е изд., перераб. - М. : Высшая школа, 1989. - 382, [1] с. : ил. - ISBN 5-06-000557-7 (в пер.) : 1.20., 231 экз.
4. Амелькин В. В. Дифференциальные уравнения в приложениях. - М. : Наука, 1987. - 157 с. : ил. - 0.20., 3 экз.
5. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. - М. ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2002. - 176 с. - (R&C Dynamics). - ISBN 5-93972-008-0 : 85.00., 1 экз.

Дополнительная литература:

1. Ибрагимов Наиль Хайруллович. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования = A Practical Course in Differential Equations and Mathematical Modelling : Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности / [пер. с англ. И. С. Емельяновой]. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2007. - 421 с. - ISBN 978-5-91326-027-7 : 270.53., 99 экз.
2. Андронов Александр Александрович. Теория колебаний / с предисл. Л. И. Мандельштама. - 2-е изд. - М. : Наука, 1981. - 568 с. : ил. - 2.60., 274 экз.
3. Понтрягин Лев Семенович. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. для студентов

мат. специальностей ун-тов. - М. : Наука, 1982. - 331 с. - 0.85., 141 экз.

4. Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : учеб. для физ.-мат. фак. гос. ун-тов. - Изд. 4-е, испр. и доп. - М. ; Л. : Гостехиздат, 1952. - 232 с. - 23.20., 1 экз.

5. Камке Эрих. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / пер. с нем. С. В. Фомина ; [ред.: И. М. Овчинникова, Н. Х. Розов]. - Изд. 5-е, стер. - М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1976. - 576 с. : ил. - 50.00., 31 экз.

6. Краснов М. Л. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям : [для вузов]. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 1978. - 287 с. : граф. - 0.65., 64 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

1) Учебно-образовательная физико-математическая библиотека EqWorld

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

2) Учебно-образовательная физико-математическая библиотека "Единое окно"

http://window.edu.ru/catalog/resources?p_rubr=2.2.74.12.49

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения, компьютерами, специализированным оборудованием: для проведения лекций и практических занятий требуется типовое оборудование лекционной аудитории. Для подготовки самостоятельных контрольных работ и для их графического представления (если это необходимо), а также для расширения коммуникационных возможностей студенты имеют возможность работать в компьютерных классах с соответствующим лицензионным программным обеспечением и выходом в Интернет. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки/специальности 03.03.02 - Физика.

Автор(ы): Костромина Ольга Сергеевна, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Викторов Михаил Евгеньевич, кандидат физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 31.01.2025, протокол № 2.