

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от
«31» мая 2023 г. №6

Рабочая программа дисциплины

Теория групп

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

бакалавриат

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

03.03.02 Физика

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

профиль "Теоретическая физика"

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Квалификация (степень)

бакалавр

(бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Год начала обучения

2022

(для обучающихся какого года начала обучения разработана Рабочая программа)

Нижний Новгород

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Теория групп» относится к вариативной части Б1. В блока Б1 «Дисциплины (модули)», является обязательной для освоения, преподается на четвертом году обучения, в восьмом семестре. Освоению дисциплины предшествует освоение дисциплин (модулей) «Математика», «Кристаллография», «Квантовая механика».

Целями освоения дисциплины «Теория групп» являются:

- освоение студентами основных понятий теории групп и основ теории представлений групп, являющихся эффективным и удобным средством решения широкого круга различных физических задач, связанных с теми или иными проявлениями симметрии;
- выработка у студентов практических умений и навыков использования теоретико-групповых методов, применяемых в различных областях физики твердого тела, теории атомных спектров, квантовой механике и квантовой теории поля.

2. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины «Теория групп» составляет 4 зачетных единицы, всего 144 часа, из которых 54 часа составляет контактная работа обучающегося с преподавателем (2 часа – мероприятия промежуточной аттестации; 13 часов занятия лекционного типа, 39 часов занятия семинарского типа (практические занятия), в том числе 2 часа – мероприятия текущего контроля успеваемости), 90 часов составляет самостоятельная работа обучающегося (54 часа самостоятельная работа в течение семестра, 36 часов самостоятельная работа при подготовке к промежуточной аттестации).

Содержание дисциплины «Теория групп»

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	В том числе				Самостоятельная работа в течение семестра, часы
		контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) в течение семестра, часы, из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1. Введение. Абстрактные группы. Определение группы. Теорема Лагранжа. Инвариантная подгруппа и фактор-группа. Изоморфизм и гомоморфизм групп. Прямое произведение групп.	13	1	5	–	6	7
2. Точечные группы симметрии. Понятие точечной группы симметрии. Кристаллографические и некристаллографические точечные группы.	13	1	5	–	6	7
3. Симметрия кристаллов. Пространственные группы. Подгруппа трансляций. Сингонии. Кристаллические классы.	13	1	5	–	6	7
4. Приводимые и неприводимые представления групп. Леммы Шура. Характеры представлений. Соотношение ортогональности для характеров неприводимых представлений. Композиция представлений группы. Неприводимые представления прямого произведения групп. Разложение приводимого представления на неприводимые.	14	2	5	–	7	7
5. Пространственные группы и их неприводимые представления. Неприводимые представления группы трансляций. Звезда вектора k . Группа волнового вектора k .	14	2	5	–	7	7
6. Симметрия в квантовой механике. Классификация уровней энергии. Теория возмущений. Общая формулировка правил отбора. Правила отбора для электрических дипольных	14	2	5	–	7	7

переходов.						
7. Молекулярные колебания. Роль симметрии в классификации нормальных колебаний молекулы. Колебательное представление.	14	2	5	—	7	7
8. Непрерывные группы. Неприводимые представления группы трехмерных вращений. Непрерывные группы линейных преобразований. Структурные константы. Группа $O(2)$. Неприводимые представления группы $O^+(3)$.	11	2	4	—	6	5
В т.ч. текущий контроль	2	2				—
Промежуточная аттестация — экзамен						

3. Образовательные технологии

- 1) Чтение лекций;
- 2) сопровождение лекций написанием и выводом формул, построением графиков, изображением рисунков на доске;
- 3) методика «вопросы и ответы»;
- 4) выполнение практического задания у доски;
- 5) индивидуальная работа над практическим заданием;
- 6) работа в парах над практическим заданием;
- 7) работа в малых группах над практическим заданием;
- 8) методика «мозговой штурм».

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся предполагает изучение конспектов лекций, выделенных разделов основной литературы, а также дополнительной литературы, выполнение практических заданий, отвечающих изучаемым разделам дисциплины, подготовку к промежуточной аттестации.

Перечень основной и дополнительной литературы для самостоятельного изучения приведен в п. 7 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Контрольные вопросы для промежуточной аттестации, примеры практических заданий приведены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<p>ПК-1</p> <p>способность использовать специализированные знания в области физики для освоения профильных физических дисциплин</p>	<p>(ПК-1) Знать основные положения теории групп и теории представлений групп в приложении к профильным задачам физики.</p> <p>(ПК-1) Уметь формулировать и решать задачи в рамках профильных физических дисциплин, учитывающие симметричные свойства изучаемых моделей.</p> <p>(ПК-1) Владеть теоретико-групповыми методами в приложении к профильным физическим дисциплинам.</p>

6. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

6.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Промежуточной аттестацией для дисциплины «Теория групп» является **экзамен**.

По итогам экзамена выставляется оценка по семибалльной шкале: оценки «Плохо» и «Неудовлетворительно» означают отсутствие аттестации, оценки «Удовлетворительно», «Хорошо», «Очень хорошо», «Отлично» и «Превосходно» выставляются при успешном прохождении аттестации.

6.2. Процедуры и критерии оценивания результатов обучения по дисциплине

Для оценивания результатов обучения в виде знаний используются следующие процедуры и технологии:

- индивидуальное собеседование (промежуточная аттестация).

Контрольные вопросы для индивидуального собеседования представлены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Для оценивания результатов обучения в виде умений и навыков используются следующие процедуры и технологии:

- выполнение практических заданий (текущий контроль, промежуточная аттестация).

Примеры практических заданий для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в п. 6.3 настоящей Рабочей программы дисциплины.

Критериями оценивания являются полнота знаний, наличие умений и владений (навыков), перечисленных в п. 5 настоящей Рабочей программы дисциплины.

«Плохо» – обучающийся не продемонстрировал никаких знаний об основных теоретических разделах курса, не показал никаких умений и навыков выполнения практических заданий;

«Неудовлетворительно» – обучающийся не продемонстрировал представления об основных теоретических разделах курса, не показал минимально допустимый уровень умений и навыков выполнения практических заданий;

«Удовлетворительно» – обучающийся продемонстрировал изложение формулировок основных теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий базового уровня сложности;

«Хорошо» – обучающийся продемонстрировал связное изложение основных теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения стандартных практических заданий;

«Очень хорошо» – обучающийся продемонстрировал связное изложение практически всех теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения стандартных практических заданий;

«Отлично» – обучающийся продемонстрировал связное изложение всех теоретических положений курса и успешно показал умения и навыки выполнения практических заданий повышенного уровня сложности;

«Превосходно» – обучающийся продемонстрировал уровень знаний в объеме, превышающем стандартную программу подготовки, и продемонстрировал творческий подход к выполнению практических заданий повышенного уровня сложности.

6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

6.3.1. При проведении промежуточной аттестации обучающимся предлагаются следующие контрольные вопросы, охватывающие программу дисциплины «Теория групп»:

1. Подгруппа. Смежные классы. Теорема Лагранжа.
2. Классы сопряженных элементов. Инвариантная подгруппа. Фактор-группа.
3. Изоморфизм и гомоморфизм групп. Примеры.
4. Определение представления группы. Существование эквивалентного унитарного представления.

5. Представление, индуцируемое базисом. Представление в функциональном пространстве.
6. Первая лемма Шура.
7. Вторая лемма Шура.
8. Соотношения ортогональности для матричных элементов и характеров неприводимых представлений.
9. Регулярное представление. Число неприводимых представлений.
10. Критерий неприводимости. Разложение приводимого представления на неприводимые.
11. Композиция представлений группы. Прямое произведение групп.
12. Характеры неприводимых представлений циклических групп.
13. Неприводимые представления группы трансляций.
14. Звезда вектора \mathbf{k} . Группа волнового вектора.
15. Классификация уровней энергии. Теория возмущений.
16. Правила отбора.
17. Молекулярные колебания. Роль симметрии в молекулярных колебаниях.
18. Непрерывные группы Группы Ли.
19. Группа двумерных вращений $O^+(2)$.
20. Неприводимые представления группы $O^+(3)$.

6.3.2. Примеры практических заданий для практических занятий, самостоятельной работы обучающихся, проведения текущего контроля и промежуточной аттестации:

1. Введение. Абстрактные группы. Обзор точечных групп.

- 1.1. Найти все подгруппы группы C_{3v} . Какие из них являются инвариантными?
- 1.2. Пусть G – группа целых чисел по сложению, а N – множество целых чисел, делящихся на три. Доказать, что N является инвариантной подгруппой группы G и найти фактор-группу G/N .
- 1.3. Выяснить, каковы группы, у которых множество всех подгрупп
 - а) состоит из одной подгруппы,
 - б) состоит из двух подгрупп,
 - в) состоит из трех подгрупп.

2. Симметрия кристаллов. Пространственные группы.

Доказать, что подгруппа трансляций является инвариантной подгруппой пространственной группы симметрии кристаллического пространства.

3. Представления конечных групп.

- 3.1. Найти группу матриц, изоморфную группе C_{3h} .
- 3.2. Найти матрицы регулярного представления группы D_2 .

3.3. Могут ли матрицы $R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $R_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $R_3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$,
 $R_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ осуществлять представление групп C_{2h} ? C_4 ?

3.4. Для группы C_3 построить представление, используя базисные функции $\varphi_1 = x^2$, $\varphi_2 = y^2$, $\varphi_3 = xy$.

3.5. Используя соотношение ортогональности для характеров, построить таблицу характеров неприводимых представлений группы D_4 .

3.6. Найти матрицы представления группы C_{2v} ($C_2 \uparrow \uparrow OZ$) в базисе сферических функций с $l = 1$.

4. Неприводимые представления пространственных групп.

4.1. Для одноатомного кристалла с квадратной решеткой построить зону Бриллюэна и определить точечную группу симметрии.

4.2. То же для решетки графена (атомы углерода находятся в узлах гексагональной решетки).

4.3. Построить звезду вектора \mathbf{k} для квадратной решетки, если вектор \mathbf{k} : а) не связан с элементами симметрии зоны Бриллюэна, б) лежит на оси симметрии 2-го порядка. Рассмотреть случаи, когда волновой вектор находится внутри зоны Бриллюэна или оканчивается на ее границе.

4.4. Определить группу волнового вектора \mathbf{k} (см. 4.3) и соответствующие размерности неприводимых представлений.

5. Симметрия в квантовой механике.

5.1. На систему, обладающую симметрией группы O , наложено возмущение, понижающее ее симметрию до группы D_4 . Как расщепляются уровни, принадлежащие представлениям E и F_2 группы O ?

5.2. Как снимается вырождение первого вырожденного уровня трехкратного изотропного гармонического осциллятора под действием возмущения с симметрией C_{4v} ?

5.3. Вывести правила отбора для электрических дипольных переходов в системе с симметрией D_{2d} ?

5.4. То же для системы с симметрией C_{3v} .

6. Молекулярные колебания.

6.1. У молекулы фосфора атомы расположены в вершинах правильного тетраэдра. Дать классификацию нормальных мод.

6.2. То же для молекулы NH_3 (правильная пирамида с атомом N в вершине и атомами H в углах основания).

7. Непрерывные группы. Неприводимые представления группы трехмерных вращений.

7.1 Для группы одномерных проективных преобразований

$$x' = \frac{a_1x + a_2}{a_3x + 1}$$

найти закон композиции, инфинитезимальные генераторы и структурные константы.

7.2 Для группы $O^+(3)$ найти разложение на неприводимые представления тензорных представлений 3-го и 4-го рангов.

6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

1. Положение «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в ННГУ», утвержденное приказом ректора ННГУ от 13.02.2014 г. №55-ОД.

2. Положение о фонде оценочных средств, утвержденное приказом ректора ННГУ от 10.06.2015 №247-ОД.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Петрашень М.И., Трифонов Е.Д., Применение теории групп в квантовой механике. – М.: Наука, 1967. – 308 с. Фонд ФБ ННГУ, 5 экз.
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=71553>.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. – Теоретическая физика Т.3. Квантовая механика (нерелятивистская теория). – М. – 1989. – 767 с. Фонд ФБ ННГУ, 15 экз.
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=466692>.
3. Ансельм А.И., Введение в теорию полупроводников. – СПб.: Лань, 2016. – 624с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/71742>.

б) дополнительная литература:

1. Бир Г.Л., Пикус Г.Е., Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. – М.: Наука. – 1972. – 584с. Фонд ФБ ННГУ, 4 экз.
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=74020>.
2. В.А. Бурдов, Г.М. Максимова, *кр*-метод и групповой подход в теории полупроводников. – Н. Новгород: Издательство ННГУ. – 2012. – 220 с. Фонд ФБ ННГУ, 4 экз.
<http://www.lib.unn.ru/php/details.php?DocId=467607>.
3. Dresselhaus M.S., Dresselhaus G., Jorio A., Group Theory Application to the Physics of Condensed Matter – Springer. – 2008.
<https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-540-32899-5>.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

Интернет-ресурсы Фундаментальной библиотеки ННГУ
<http://www.lib.unn.ru/>.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материально-техническое обеспечение дисциплины обусловлено наличием учебных аудиторий для проведения занятий, оборудованных специализированной мебелью, меловыми или магнитно-маркерными досками для представления учебной информации большой аудитории. Ресурс мела и маркеров для доски в учебных аудиториях регулярно возобновляется.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся (на базе Фундаментальной библиотеки ННГУ) оснащены компьютерной техникой с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ННГУ.

Программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Автор:

доцент кафедры теоретической физики

физического факультета,

к. ф.-м. н., доцент _____ / Максимова Г.М. /

Рецензент:

Зав. кафедрой теоретической физики

физического факультета,

д. ф.-м. н., доцент _____ / Бурдов В.А. /

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии
физического факультета ННГУ от « » _____ 2021 года,
протокол № б/н.

Председатель

Учебно-методической комиссии

физического факультета ННГУ _____ / Перов А.А. /