

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
Ученым советом ННГУ
протокол от
«30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

Метод конечных элементов

(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования

магистратура

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность

02.04.01 Математика и компьютерные науки

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы

Математика и компьютерные науки

(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.
Код дисциплины - **Б1.В.ДВ.02.01.**

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Часть, формируемая участниками образовательных отношений	Дисциплина Б1.В.ДВ.02.01 «Метод конечных элементов» относится к части ООП направления подготовки 02.04.01 Математика и компьютерные науки, формируемой участниками образовательных отношений.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
		<i>Знать:</i>	<i>Сообщение</i>
ПК-2. Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	ПК-2.1. Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	Знать - основные понятия и определения курса «Метод конечных элементов» - структуру программного комплекса ANSYS	Собеседование
	ПК-2.2. Умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	Уметь Строить теоретические и расчетные модели исследуемых объектов в программном комплексе ANSYS	Собеседование Задания для сообщений
	ПК-2.3. Имеет навыки разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач	Владеть Навыками численного моделирования и анализа полученных результатов исследования	Собеседование Задания для сообщений

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
--	----------------------

Общая трудоемкость	3 ЗЕТ
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	49
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	16
- занятия лабораторного типа	0
- текущий контроль (КСР)	1
самостоятельная работа	59
Промежуточная аттестация - зачет	

3.2. Содержание дисциплины

Очная форма обучения							
№	Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				СР ¹ , часы
			Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				
			из них			Всего	
З.ЛсТ ²	З.СеТ ³	З.ЛаТ ⁴					
1.	Введение	10	2			2	8
2.	Задача теплопроводности	14	4	2		6	8
3.	Теория МКЭ	20	8	4		12	8
4.	Реализация МКЭ	25	8	6		14	11
5.	Общая структура программного комплекса	14	4	2		6	8
6.	Система ANSYS	14	4	2		6	8
7.	Обзор курса	10	2			2	8
	Текущий контроль (КСР)	1				1	
	Промежуточная аттестация – зачет						
	ИТОГО	108	32	16	0	49	59
¹ Самостоятельная работа обучающегося. ² Занятия лекционного типа. ³ Занятия семинарского типа. ⁴ Занятия лабораторного типа.							

Краткое содержание разделов и тем дисциплины

1. Введение. Математическое моделирование, вычислительный эксперимент и метод конечных элементов.
2. Задача теплопроводности. Вывод полевого уравнения теплопроводности. Дифференциальная и вариационная постановки одно-, двух- и трёх-мерных задач теплопроводности. Стационарная и нестационарная задачи теплопроводности.
3. Теория МКЭ. Общие сведения о методе конечных элементов (исторические сведения, особенности, общая схема). Семейство методов взвешенных невязок. Семейство методов Релея-Ритца. Формулировка МКЭ на примере стационарной задачи теплопроводности. Типы и семейства конечных элементов для одно-, двух- и трёх-мерных задач. Численное интегрирование в МКЭ и построение разрешающей системы алгебраических уравнений. Условия полноты и непрерывности функций формы. Точность, сходимость, устойчивость конечно-элементного решения задачи.
4. Реализация МКЭ. Особенности реализации одно-, двух- и трёх-мерных стационарных задач (теплопроводности). Применение МКЭ для решения нестационарных задач (теплопроводности).
5. Общая структура программного комплекса. Препроцессор. Геометрическое моделирование и дискретизация пространственных областей. Модель процесса, свойства, граничные и начальные условия. Процессор. Особенности решателей. Постпроцессор. Визуализация и анализ результатов.
6. Система ANSYS. Общее описание и возможности. Примеры решения задач теплопроводности.

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий семинарского типа. Промежуточная аттестация проходит в традиционных формах (зачет).

Практическая подготовка направлена на формирование и развитие:

- знаний основных понятий и определений курса «Метод конечных элементов»;
- умений и навыков разработки расчетных моделей, применения метода конечных элементов, реализованного в программном комплексе ANSYS (ПК-2)

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

В рамках дисциплины предусмотрены следующие виды самостоятельной работы (порядок их выполнения, форма контроля):

- повторение материала, пройденного на занятиях лекционного типа (в течение всего семестра, опрос на занятиях лекционного и семинарского типа),
- самостоятельное изучение отдельных вопросов программы (1 раз в семестр, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к занятиям семинарского типа по списку вопросов, представленному преподавателем (в течение всего семестра, опрос на занятиях семинарского типа),
- подготовка к промежуточному контролю успеваемости (зачет).

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Метод конечных элементов», созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>.

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=5137>

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств включает: контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме *заданий для сообщений* и контрольные материалы для проведения промежуточной аттестации в форме вопросов и заданий к *зачёту*.

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		<u>Знания</u>	<u>Умения</u>	<u>Навыки</u>
плохо	не зачтено	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа
неудовлетворительно		Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.
удовлетворительно	зачтено	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами
хорошо		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми

Шкала оценивания сформированности компетенций		Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)		
		Знания	Умения	Навыки
		Допущено несколько негрубых ошибок	ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	недочетами.
очень хорошо		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.
отлично		Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.
превосходно		Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
Не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Контрольные вопросы к зачёту по дисциплине

№	Вопрос	Код формируемой компетенции
1.	Дифференциальное уравнение стационарной и нестационарной теплопроводности (одномерное, двумерное, трёхмерное).	ПК-2
2.	Дифференциальные постановки задач стационарной и нестационарной теплопроводности.	ПК-2
3.	Интегральные уравнения стационарной и нестационарной теплопроводности.	ПК-2
4.	Общая схема и алгоритм метода конечных элементов, сравнение с методами Рэлея-Ритца, Бубнова-Галёркина.	ПК-2
5.	Проблемы геометрического моделирования и дискретизации пространственных областей.	ПК-2
6.	Семейства и типы конечных элементов.	ПК-2
7.	Глобальная и локальная системы координат конечного элемента.	ПК-2
8.	Функции формы конечного элемента. Условия полноты и непрерывности функций формы.	ПК-2
9.	Численное интегрирование в методе конечных элементов.	ПК-2
10.	Формирование матриц "масс", "вязкости", "жёсткости" конечного элемента.	ПК-2
11.	Формирование вектора "узловых сил".	ПК-2
12.	Матричная форма системы уравнений отдельного элемента.	ПК-2
13.	Сборка глобальной системы уравнений. Оптимизация ширины ленты матрицы.	ПК-2
14.	Учёт начальных и граничных условий.	ПК-2
15.	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	ПК-2
16.	Явные и неявные схемы интегрирования по времени.	ПК-2
17.	Проблемы визуализации результатов численного решения.	ПК-2
18.	Точность, сходимость, устойчивость численного метода.	ПК-2
19.	Структура программного обеспечения численного решения задачи методом конечных элементов.	ПК-2
20.	Проблемы тестирования программного обеспечения численного решения задачи.	ПК-2

5.2.2. Типовые вопросы для сообщений для оценки сформированности компетенции ПК-2

1. Принципы и алгоритмы построения геометрической модели на примере заданной двумерной области.
2. Подходы к построению геометрической модели.
3. Принципы и алгоритмы дискретизации пространственных областей.
4. Подходы к дискретизации пространственных областей.
5. Построения квазирегулярной четырёхугольной конечно-элементной сетки на примере заданной двумерной области.
6. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

7. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
8. Принципы визуализации результатов численного решения.
9. Подходы к визуализации результатов численного решения.
10. Пример математической модели объекта естествознания.
11. Схема применения метода конечных элементов на примере задачи естествознания.
12. Алгоритм сборки глобальной системы уравнений на примере задачи естествознания.
13. Алгоритм учета однородных граничных условий на примере задачи естествознания.
14. Алгоритм учета неоднородных граничных условий на примере задачи естествознания.
15. Сравнение методов Рунге-Кутты, Бундса-Гильберта, конечных элементов.

5.2.3. Вопросы для собеседования для оценки компетенции «ПК-2»

1. Объёмная плотность источников тепла для уравнения теплопроводности.
2. Физический смысл начального условия для уравнения теплопроводности.
3. Физический смысл краевого условия первого рода для уравнения теплопроводности.
4. Физический смысл краевого условия второго рода для уравнения теплопроводности.
5. Физический смысл краевого условия третьего рода для уравнения теплопроводности.
6. Классическое решение уравнения теплопроводности.
7. Обобщённые решения уравнения теплопроводности.
8. Корректность граничной задачи для классического решения уравнения теплопроводности.
9. Корректность граничной задачи для обобщённого решения уравнения теплопроводности.
10. Решение граничной задачи методом разделения переменных (методом Фурье).
11. Общая схема метода конечных элементов.
12. Конечный элемент для одномерной задачи теплопроводности.
13. Локальная и глобальная система координат одномерного конечного элемента. Преобразование матриц и векторов при переходе к новой системе координат.
14. Семейства треугольных и четырёхугольных элементов.
15. Локальная и глобальная нумерация неизвестных.
16. Численное интегрирование для двумерных элементов.
17. Система уравнений для отдельно элемента.
18. Сборка глобальной системы уравнений.
19. Учёт граничных условий.
20. Вычисление производных характеристик физического явления.
21. Совместные элементы. Критерий полноты. Определения точности, сходимости, устойчивости.
22. Математическое моделирование.
23. Подходы к построению геометрической модели.
24. Дискретизация пространственных областей.
25. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
26. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
27. Визуализация результатов численного решения.

5.2.4. Задания для оценки компетенции ПК-2

1. Постановка одномерной задачи теплопроводности.
2. Постановка двумерной задачи теплопроводности.
3. Постановка трёхмерной задачи теплопроводности.
4. Конечно-элементное моделирование стационарных задач теплопроводности.
5. Конечно-элементное моделирование нестационарных задач теплопроводности.
6. Пример математической модели объекта естествознания.
7. Схема применения метода конечных элементов на примере задачи естествознания.
8. Алгоритм сборки глобальной системы уравнений на примере задачи естествознания.
9. Алгоритм учета однородных граничных условий на примере задачи естествознания.
10. Алгоритм учета неоднородных граничных условий на примере задачи естествознания.
11. Сравнение методов Рунге-Кутты, Бундса-Гильберта, конечных элементов.
12. Принципы и алгоритмы построения геометрической модели на примере заданной двумерной области.
13. Принципы и алгоритмы дискретизации пространственных областей.

14. Построения квазирегулярной четырёхугольной конечно-элементной сетки на примере заданной двумерной области.
15. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
16. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
17. Принципы визуализации результатов численного решения.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

№	а) основная литература:	К-во ¹
1.	Деклу Ж. Метод конечных элементов, перев. с фр. М.: Мир, 1976. 96 с. (http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Deklu1976ru.djvu).	Э+18
2.	Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике, перев с англ. М.: Мир, 1975. 543 с. (http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Zenkevich1975ru.djvu).	Э+2
3.	Капустин С.А. Метод конечных элементов в задачах механики деформируемых тел: учеб. пособие. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2002. – 180 с.	40
4.	Капустин С.А. Метод взвешенных невязок решения задач механики деформируемых тел и теплопроводности: учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2010. – 60 с. (http://www.unn.ru/pages/e-library/methodmaterial/files/19.pdf).	Э

№	б) дополнительная литература:	К-во ¹
1.	Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов, перев. с англ. М.: Мир, 1977. 351 с. (http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/StrengFiks1977ru.djvu).	Э+5
2.	Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы //М.: Мир, 1981, 428 с.	3
3.	Жидков А.В. Применение системы ANSYS к решению задач геометрического и конечно-элементного моделирования. Учебно-методический материал по программе повышения квалификации «Информационные системы в математике и механике». Нижний Новгород, 2006, 115 с. (http://www.unn.ru/pages/e-library/aids/2006/1.pdf).	Э
4.	Любимов А.К., Шабарова Л.В. Методы построения расчетных сеток в пакете ANSYS ICEM CFD: Электронное методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2011. – 25 с. (http://www.unn.ru/pages/e-library/methodmaterial/files/128.pdf).	Э

№	в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины)	«Л» или «С» ²
1.	http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numerics.htm	С
2.	ANSYS	Л
3.	MatLab	Л

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: мультимедийная техника (компьютер, проектор, экран).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

¹ Указывается количество экземпляров в библиотеке ННГУ. Если издание доступно в электронном виде (указана ссылка), указывается буква «Э».

² Указывается буква «Л», если программное обеспечение – лицензионное, или «С» – в свободном доступе.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО 3++ по направлению подготовки 02.04.01 «Математика и компьютерные науки»

Автор(ы)

к.т.н., доцент Жидков А.В.

Заведующий кафедрой
теоретической, компьютерной и
экспериментальной механики

д.ф.-м.н., профессор
Игумнов Л.А.

Программа одобрена на заседании методической комиссии Института информационных технологий, математики и механики от 30.11.2022 года, протокол № 3.