

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 10 от 02.12.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Теория вейвлетов

---

Уровень высшего образования  
Магистратура

---

Направление подготовки / специальность  
01.04.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы  
Математическая робототехника

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.05 Теория вейвлетов относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-12: Способен разрабатывать и применять математические методы, системное и прикладное программное обеспечение для решения задач производственно-технологической деятельности	<p>ПК-12.1: Знает основные методы разработки математических методов, системного и прикладного программного обеспечения для решения задач производственно-технологической деятельности</p> <p>ПК-12.2: Умеет оценивать трудоемкость разработки программных средств для решения задач производственно-технологической деятельности</p> <p>ПК-12.3: Имеет навыки разработки системного программного обеспечения для решения задач производственно-технологической деятельности</p>	<p>ПК-12.1: Знать: -базовые структуры данных и алгоритмы; - методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p> <p>ПК-12.2: Уметь: -анализировать альтернативные варианты решения научных исследовательских математических задач и оценивать эти решения; - профессионально разрабатывать и использовать программное обеспечение для решения задач научной и проектно-технологической деятельности.</p> <p>ПК-12.3: Владеть: -навыками сбора, обработки и интерпретации данных современных научных исследований, необходимых</p>	Задачи Контрольная работа Собеседование	Зачёт: Контрольные вопросы

		для формирования подходов, решений и выводов по соответствующим научным и профессиональным проблемам; -навыками работы самостоятельно и в составе научно-исследовательского коллектива по развитию алгоритмического аппарата/		
ПК-4: Способен разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	<p>ПК-4.1: Знает методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p> <p>ПК-4.2: Умеет применять методы разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p> <p>ПК-4.3: Имеет навыки применения методов разработки и анализа концептуальных и теоретических моделей решаемых научных проблем и задач</p>	<p>ПК-4.1: Знать: понятия и утверждения дисциплины «Теория вейвлетов»: Преобразование сигнала линейной системой Преобразование Фурье Теорема Пэли-Винера Теорема Котельникова Вейвлет Хаара Вейвлеты Котельникова-Шеннона Вейвлет – преобразование ВейвлетДобеши Вейвлеты в MATLAB</p> <p>ПК-4.2: Уметь: использовать на практике знания, полученные при изучении дисциплины «Теория вейвлетов»</p> <p>ПК-4.3: Владеть: навыками разработки системного программного обеспечения для решения задач производственнотехнологической деятельности</p>	Задачи Контрольная работа Собеседование	Зачёт: Контрольные вопросы

### 3. Структура и содержание дисциплины

### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	2
Часов по учебному плану	72
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	39
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0	0 ф 0
Тема 1. Преобразование сигнала линейной системой	8	2	2	4	4
Тема 2. Преобразование Фурье.	8	2	2	4	4
Тема 3. Теорема Пэли-Винера	8	2	2	4	4
Тема 4. Теорема Котельникова	8	2	2	4	4
Тема 5. Вейвлет Хаара	8	2	2	4	4
Тема 6. Вейвлеты КотельниковаШеннона	8	2	2	4	4
Тема 7. Вейвлет – преобразование	8	2	2	4	4
Тема 8. Вейвлет Добеши	8	1	1	2	6
Тема 9. Вейвлеты в MATLAB	7	1	1	2	5
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	72	16	16	33	39

#### Содержание разделов и тем дисциплины

Преобразование сигнала линейной системой  
Преобразование Фурье. Теорема Пэли-Винера  
Теорема Котельникова. Вейвлет Хаара

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:  
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Теория вейвлетов (ПМИИ Маг. пр "ММДСиПУ"), <https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6867>.

#### 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-12:

1. Найти преобразование Фурье функции

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < 1, \\ 1, & 1 < x < 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

2. Найти функцию  $f(x)$ , преобразование Фурье которой есть

$$F(p) = \begin{cases} 1, & 0 < p < 1, \\ 0, & -\infty < p < 0, 1 < p < \infty. \end{cases}$$

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

1. Доказать, что множество  $C[0, 1]$  действительных непрерывных на отрезке  $[0, 1]$  функций становится метрическим пространством, если положить  $\rho(x, y) = \max_t |x(t) - y(t)|$ .

2. Доказать, что  $\rho_2(x, y) = (\int_0^1 (x(t) - y(t))^2 dt)^{\frac{1}{2}}$  – метрика на множестве  $C[0, 1]$ .

#### Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задачи решены верно или с незначительными ошибками
не зачтено	Задачи не решены или допущены грубые ошибки

Оценка	Критерии оценивания

### 5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-12:

**Контрольная работа для оценки компетенции «ПК-12»**

**Вариант 1**

Доказать, что  $(\mathbb{C}[0, 1], \rho_2)$  – неполное метрическое пространство, где

$$\rho_2(x, y) = \left( \int_0^1 (x(t) - y(t))^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}.$$

**Вариант 2**

Доказать, что  $(\mathbb{C}[0, 1], \rho)$  – полное метрическое пространство, где

$$\rho(x, y) = \max_t |x(t) - y(t)|.$$

### 5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

**3.2.3. Контрольная работа для оценки компетенции «ПК-4» :**

**Вариант 1**

Доказать, что для функции Хаара  $X_n(t)$ :  $X_1(t) \equiv 1, t \in [0, 1]$ ;

если  $n = 2^m + k, k = \overline{1, 2^m}, m = 0, 1, \dots$ , то

$$X_n(t) = \begin{cases} \sqrt{2^m}, t \in \left( \frac{2k-2}{2^{m+1}}, \frac{2k-1}{2^{m+1}} \right) \\ -\sqrt{2^m}, t \in \left( \frac{2k-1}{2^{m+1}}, \frac{2k}{2^{m+1}} \right) / \\ 0, t \notin \left[ \frac{k-1}{2^m}, \frac{k}{2^m} \right] \end{cases}$$

образуют ортонормированную систему на  $[0, 1]$ .

**Вариант 2**

Доказать, что ряд Фурье по системе Хаара для любой непрерывной на  $[0, 1]$  функции сходится к этой функции равномерно.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Контрольная работа решена верно или с незначительными ошибками
не зачтено	Контрольная работа не решена или допущены грубые ошибки

### 5.1.5 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-12:

### 3.2.5. Вопросы для собеседования

Вопросы для оценки компетенции «ПК-4»:

1. Преобразование сигнала линейной системой
2. Преобразование Фурье
3. Теорема Цэли-Винера
4. Теорема Котельникова

Вопросы для оценки компетенции «ПК-12»:

5. Вейвлет Хаара
6. Вейвлеты Котельникова-Шеннона
7. Вейвлет – преобразование
8. Вейвлет Добеши

4

9. Вейвлеты в MATLAB

## 5.1.6 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-4:

### 3.2.5. Вопросы для собеседования

Вопросы для оценки компетенции «ПК-4»:

1. Преобразование сигнала линейной системой
2. Преобразование Фурье
3. Теорема Цэли-Винера
4. Теорема Котельникова

Вопросы для оценки компетенции «ПК-12»:

5. Вейвлет Хаара
6. Вейвлеты Котельникова-Шеннона
7. Вейвлет – преобразование
8. Вейвлет Добеши

4

9. Вейвлеты в MATLAB

## Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответы на вопросы верны или есть незначительные ошибки.
не зачтено	Ответов нет или в них есть грубые ошибки.

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
--------	--------------------



зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### 5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

#### 5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-12

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1. Мера Лебега на прямой и в $\mathbb{R}^n$ . Измеримые множества.	ПК-4
2. Измерительные функции на прямой. Интеграл Лебега.	ПК-4
3. Связь интеграла Римана и интеграла Лебега.	ПК-4
4. Тригонометрический ряд Фурье.	ПК-4
5. Теорема Котельникова.	ПК-4
6. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.	ПК-12
7. Пространство: векторное, метрическое, топологическое.	ПК-4
8. Векторное пространство: нормированное, банахово, гильбертово.	ПК-4
9. Пространство $L_1$ . Пространство $L_2$ .	ПК-4
10. Вейвлеты Хаара.	ПК-12
11. Вейвлет-преобразование.	ПК-12
12. Вейвлеты Добеши.	ПК-12

#### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-4

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1. Мера Лебега на прямой и в $\mathbb{R}^n$ . Измеримые множества.	ПК-4
2. Измерительные функции на прямой. Интеграл Лебега.	ПК-4
3. Связь интеграла Римана и интеграла Лебега.	ПК-4
4. Тригонометрический ряд Фурье.	ПК-4
5. Теорема Котельникова.	ПК-4
6. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.	ПК-12
7. Пространство: векторное, метрическое, топологическое.	ПК-4
8. Векторное пространство: нормированное, банахово, гильбертово.	ПК-4
9. Пространство $L_1$ . Пространство $L_2$ .	ПК-4
10. Вейвлеты Хаара.	ПК-12
11. Вейвлет-преобразование.	ПК-12
12. Вейвлеты Добеши.	ПК-12

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответы на вопросы верны или допущены незначительные ошибки.
не зачтено	Ответов нет или они содержат грубые ошибки.

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

- Новиков И. Я. Теория всплесков / Новиков И. Я., Протасов В. Ю., Скопина М. А. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 616 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 5-9221-0642-2., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=700510&idb=0>.
- Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB / Смоленцев Н.К. - Москва : ДМК-пресс, 2014., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=647147&idb=0>.

Дополнительная литература:

- Дьяконов В. П. Вейвлеты. От теории к практике. - М. : СОЛОН-Р, 2002. - 448 с. - ISBN 5-93455-150-7 : 164.20., 1 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6867>

### 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.04.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Филиппов Викторий Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.