

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО  
решением Ученого совета ННГУ  
протокол № 15 от 24.12.2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Качественные методы нелинейной динамики

---

Уровень высшего образования  
Бакалавриат

---

Направление подготовки / специальность  
01.03.02 - Прикладная математика и информатика

---

Направленность образовательной программы  
Математическое моделирование и вычислительная математика

---

Форма обучения  
очная

---

г. Нижний Новгород

2026 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.05.02 Качественные методы нелинейной динамики относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-6: Способен изучать и применять программное обеспечение, проводить расчётные работы и выполнять обработку результатов исследований	<p>ПК-6.1: Знает методы применения современных программных комплексов, пакетов прикладных программ и автоматизированных систем для решения прикладных задач при проведении исследований</p> <p>ПК-6.2: Умеет самостоятельно проводить расчётные работы, выбирать и применять современные программные комплексы, пакеты прикладных программ и автоматизированные системы, обрабатывать и анализировать полученные результаты</p> <p>ПК-6.3: Имеет практический опыт применения современного программного обеспечения для решения прикладных задач</p>	<p>ПК-6.1: Знать: основные термины, понятия и методы нелинейной динамики, применяемые для анализа и исследования поведения конкретных динамических объектов, основные бифуркации нелинейных динамических систем и механизмы перехода к хаотическим режимам, приемы исследования динамики нелинейных систем второго порядка.</p> <p>ПК-6.2: Уметь: использовать методы и приемы нелинейной динамики при решении конкретных задач динамики систем, планировать вычислительный эксперимент на ЭВМ.</p> <p>ПК-6.3: Владеть основными методами и представлениями нелинейной динамики и технологией вычислительного эксперимента при проведении исследований динамики конкретных объектов и систем.</p>	Собеседование	Экзамен: Контрольные вопросы Задачи

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>5</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>180</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>16</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>32</b>
- КСР	<b>2</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>94</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
Тема 1. Введение. Математическое моделирование в исследовании нелинейной динамики.	22	1	2	3	19
Тема 2. Основные понятия нелинейной динамики. Устойчивость состояний равновесия и периодических движений.	42	6	10	16	26
Тема 3. Бифуркации, качественные методы и приемы исследования нелинейных динамических систем.	41	6	10	16	25
Тема 4. Компьютерное моделирование в исследовании нелинейных динамических систем.	37	3	10	13	24
Аттестация	36				
КСР	2			2	
<b>Итого</b>	<b>180</b>	<b>16</b>	<b>32</b>	<b>50</b>	<b>94</b>

#### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. Введение. Математическое моделирование в исследовании нелинейной динамики.

Тема 2. Основные понятия нелинейной динамики. Устойчивость состояний равновесия и периодических движений.

Тема 3. Бифуркации, качественные методы и приемы исследования нелинейных динамических систем.  
Тема 4. Компьютерное моделирование в исследовании нелинейных динамических систем.

#### **4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Наполнение объема часов самостоятельной работы обучающихся предусмотрено в виде обработки и осмысления информации, полученной в ходе лекционных занятий, подготовки к практическим занятиям, а также в виде выполнения заданий для индивидуальной и самостоятельной работы, подготовки к контрольной работе и к экзамену. Самостоятельная работа может происходить как в читальном зале библиотеки, так и в домашних условиях. Текущий контроль самостоятельной работы осуществляется в виде оценки успешности выполнения этих заданий.

#### **5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

##### **5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:**

##### **5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Собеседование) для оценки сформированности компетенции ПК-6:**

1. Определение динамической системы.
2. Понятие состояния и пространства состояний динамических систем.
3. Понятие эволюционного оператора и фазовой траектории.
4. Основные классы динамических систем.
5. Понятие аттрактора динамической системы.
6. Дайте определение области притяжения аттрактора.
7. Типы аттракторов двумерных динамических систем.
8. Понятие бифуркации динамических систем.
9. Понятие устойчивости движения. Определение устойчивости по Ляпунову. Понятие асимптотической устойчивости, орбитной устойчивости, устойчивости по Пуассону.
10. Как проводится локальный анализ устойчивости состояний равновесия?

##### **Критерии оценивания (оценочное средство - Собеседование)**

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

## 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено			зачтено			
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых	При решении стандартных	Имеется минимальн	Продемонстрированы	Продемонстрированы	Продемонстрированы	Продемонстрированы

навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	задач не продемонстриро ваны базовые навыки. Имели место грубые ошибки	ый набор навыков для решения стандартны х задач с некоторым и недочетами	базовые навыки при решении стандартны х задач с некоторым и недочетами	базовые навыки при решении стандартны х задач без ошибок и недочетов	навыки при решении нестандарт ных задач без ошибок и недочетов	творческий подход к решению нестандартны х задач
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

**5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

**5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-6**

1. Понятие устойчивости движения. Анализ локальной устойчивости состояний равновесия динамических систем. Теорема Гробмана-Хартмана.
2. Исследование устойчивости состояний равновесия с использованием метода функций Ляпунова.
3. Динамические системы первого порядка.
4. Типы состояний равновесия в двумерных динамических системах. Разбиение плоскости параметров характеристического уравнения по типу его корней.

5. Устойчивость периодических движений динамических систем второго порядка.

6. Метод точечных преобразований для исследования предельных циклов динамических систем второго порядка.

7. Устойчивость периодических движений многомерных динамических систем. Мультипликаторы периодических движений. Седловые предельные циклы.

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

### 5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Задачи) для оценки сформированности компетенции ПК-6

**Задача 1.** С помощью теорем Ляпунова об устойчивости по первому приближению исследовать на устойчивость нулевое состояние равновесия.

а.  $\dot{x} = 3xy - x + 2y + \sin^2 x$ ,  $\dot{y} = 5x^4 - 3y^3 + y^2 + 2x - 3y$ .

б.  $\dot{x} = x^3 + y^2 - 3x$ ,  $\dot{y} = 5x^2 - x + 3y + 1 - e^{x^2}$ .

**Задача 2.** Выясните, являются ли следующие системы автоколебательными?

а.  $\dot{x} = -2xy$ ,  $\dot{y} = 1 + y - x^2 + y^2$

**Задача 3.** Исследовать поведение фазовых траекторий систем, используя качественные методы. Построить фазовый портрет.

а.  $\ddot{x} + (2\dot{x}^2 + x^4 - 1)\dot{x} + x^3 = 0$ .

## Критерии оценивания (оценочное средство - Задачи)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Бутенин Н. В. Введение в теорию нелинейных колебаний : [учеб. пособие для втузов]. - М. : Наука, 1987. - 382 с. - 1.00., 50 экз.
2. Некоркин Владимир Исаакович. Лекции по основам теории колебаний : учеб. пособие для студентов ННГУ, специализирующихся в области радиофизики, приклад. математики и мат. моделирования / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2012. - 311 с. - ISBN 978-5-91326-230-1 : 162.13., 148 экз.
3. Бутенин Н. В. Введение в теорию нелинейных колебаний : [учеб. пособие для втузов]. - М. : Наука, 1987. - 382 с. - 1.00., 50 экз.
4. Некоркин Владимир Исаакович. Лекции по основам теории колебаний : учеб. пособие для студентов ННГУ, специализирующихся в области радиофизики, приклад. математики и мат. моделирования / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 2012. - 311 с. - ISBN 978-5-91326-230-1 : 162.13., 148 экз.

Дополнительная литература:

1. Андронов Александр Александрович. Теория колебаний / с предисл. Л. И. Мандельштама. - 2-е изд. - М. : Наука, 1981. - 568 с. : ил. - 2.60., 274 экз.
2. Неймарк Юрий Исаакович. Динамические системы и управляемые процессы. - М. : Наука, 1978. - 336 с. : ил. - 1.50., 40 экз.
3. Андронов Александр Александрович. Теория колебаний / с предисл. Л. И. Мандельштама. - 2-е

изд. - М. : Наука, 1981. - 568 с. : ил. - 2.60., 274 экз.

4. Неймарк Юрий Исаакович. Динамические системы и управляемые процессы. - М. : Наука, 1978. - 336 с. : ил. - 1.50., 40 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Не предусмотрено

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.03.02 - Прикладная математика и информатика.

Автор(ы): Никифорова Ирина Владимировна, кандидат физико-математических наук.

Заведующий кафедрой: Иванченко Михаил Васильевич, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 17.12.2025, протокол № протокол №6.