

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
президиумом Ученого совета ННГУ
протокол от
«14» декабря 2021 г. № 4

Рабочая программа дисциплины

Теория чисел

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки / специальность

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность образовательной программы
Общий профиль

Форма обучения
Очная

Нижегород

2022 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части Б1.О.16.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.0.16, «Теория чисел», относится к обязательной части ООП направления подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-1. Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	<i>Знать</i> основные понятия, методы и результаты теории чисел.	Собеседование
	ОПК-1.2. Умеет решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук	<i>Уметь</i> применять теоретические знания к решению задач теории чисел.	Задачи
	ОПК-1.3. Имеет навыки использования	<i>Владеть</i> техникой доказательства утверждений теории чисел, методами и способами отыскания	Собеседование и задачи

случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	решений типовых задач.	
--	--	------------------------	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа)	66
самостоятельная работа	42
Контроль	36
Промежуточная аттестация – экзамен	

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)			в том числе										Самостоятельная работа обучающегося, часы		
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы												
				из них												
				Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего									
	Очная			Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	
Тема 1. Делимость в кольце целых чисел.	11			3			4				7			4		

Тема 2. Теория сравнений.	26		6		10					16		10		
Тема 3. Цепные дроби.	24		8		8					16		8		
Тема 4. Квадратичные вычеты.	16		4		4					8		8		
Тема 5. Первообразные корни и индексы.	15		3		6					9		6		
Тема 6. Распределение простых чисел.	14		8							8		6		
Текущий контроль (КСР)	2									2				
Промежуточная аттестация - экзамен	36													
Итого	144		32		32					66		42		

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Выполнение домашних практических заданий с последующей проверкой и обсуждением.

Подготовка к контрольным работам.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1972;

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numtheory.htm>

2. Бухштаб А.А. Теория чисел. М. Просвещение, 1966.

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numtheory.htm>

3. Серр Ж.-П. Курс арифметики. М.: Мир, 1972.

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 6.2.

4. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
Знания	Отсутствие знаний теоретическо	Уровень знаний ниже минимальны	Минимально допустимый уровень	Уровень знаний в объеме,	Уровень знаний в объеме,	Уровень знаний в объеме,	

	го материала. Невозможнос ть оценить полноту знаний вследствие отказа обучающего я от ответа	х требований. Имели место грубые ошибки.	знаний. Допущено много негрубых ошибки.	соответствующ ем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	соответствующ ем программе подготовки. Допущено несколько несущественн ых ошибок	соответствующ ем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающе м программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальны х умений . Невозможнос ть оценить наличие умений вследствие отказа обучающего я от ответа	При решении стандартных задач не продемонстр ированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продемонстр ированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания но не в полном объеме.	Продемонстри рованы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстри рованы все основные умения. Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продемонстр ированы все основные умения, реше ны все основные задачи с отдельными несуществен ным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продемонстр ированы все основные умения., Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможнос ть оценить наличие навыков вследствие отказа обучающего я от ответа	При решении стандартных задач не продемонстр ированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальны й набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстри рованы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продемонстри рованы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продемонстр ированы навыки при решении нестандартн ых задач без ошибок и недочетов.	Продемонстр ирован творческий подход к решению нестандартн ых задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не

		ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения. .

6.2.1 Контрольные вопросы для оценки сформированности компетенции ОПК-1

<i>вопросы</i>	<i>Код формируемой компетенции</i>
1. Свойства делимости в кольце. Деление с остатком в кольце целых чисел.	ОПК-1
2. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Выражение наибольшего общего делителя (a,b) через a и b. Наименьшее общее кратное.	ОПК-1
3. Свойства взаимно простых чисел.	
4. Факториальность кольца целых чисел (Основная теорема арифметики). Разложение на простые множители наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного. Закон распределения простых чисел Чебышева, асимптотический закон распределения простых чисел (без доказательства).	ОПК-1
5. Кольцо классов вычетов по модулю m. Свойства сравнений. Решение сравнений 1-степени.	ОПК-1
6. Группа обратимых элементов кольца. Теорема Эйлера.	ОПК-1

7. Китайская теорема об остатках. Мультипликативность функции Эйлера. Вычисление функции Эйлера. Малая теорема Ферма.	ОПК-1
8. Китайская теорема об остатках. Решение системы сравнений по взаимно простым модулям.	ОПК-1
9. Конечные подгруппы в мультипликативной группе поля. Цикличность мультипликативной группы конечного поля.	ОПК-1
10. Первообразные корни по модулю m . Индексы.	ОПК-1
11. Квадратичные вычеты. Символ Лежандра и его свойства.	ОПК-1
12. Лемма Гаусса. Символ Лежандра $(2/p)$.	ОПК-1
13. Квадратичный закон взаимности Гаусса.	ОПК-1
14. Целая и дробная части числа. Кратность, с которой простое p входит в разложение $n!$ на простые множители.	ОПК-1
15. Разложение рационального числа в цепную дробь с целыми неполными частными. Разложение вещественного числа в цепную дробь.	ОПК-1
16. Подходящие дроби и их свойства.	ОПК-1
17. Решение линейных уравнений в целых числах.	ОПК-1
18. Применение цепных дробей для решения сравнений 1 степени.	ОПК-1
19. Бесконечные периодические цепные дроби и квадратичные иррациональности.	ОПК-1
20. Приближение вещественных чисел рациональными числами и цепные дроби.	ОПК-1

6.2.2. Типовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. Найти каноническое разложение числа $18!$ (ОПК-1)
2. Найти разложение в конечную цепную дробь число $162/93$. (ОПК-1)
3. Найти значение бесконечной периодической дроби $\langle -1; 1, 1, (1, 2) \rangle$. (ОПК-1)
4. Найти число делителей, сумму делителей и функцию Эйлера числа 539. (ОПК-1)
5. Решить сравнение $39x \equiv 17 \pmod{92}$ (ОПК-1)
6. Решить систему сравнений
$$\begin{aligned} 3x &\equiv 4 \pmod{5} \\ 5x &\equiv 6 \pmod{7} \\ 7x &\equiv 8 \pmod{9}. \end{aligned}$$
 (ОПК-1)
7. С помощью символа Лежандра выяснить разрешимо сравнение или нет $x^2 \equiv 21 \pmod{29}$. (ОПК-1)
8. Найти примитивный корень и составить таблицу индексов по модулю 14. (ОПК-1)

6.2.3 Типовые задачи для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1. На станцию прибыло 500 т угля в 18 вагонах. В вагонах было по 15, 20, и 30 т угля. Сколько вагонов было по 15 т, сколько по 20 и сколько по 30 т ?
2. Какие две цифры следует приписать к числу 32, чтобы полученное число делилось на 3 и на 7?
2. Решить систему сравнений $4x \equiv 3(7)$
 $5x \equiv 4(6)$.
3. Вычислить символы Лежандра (22/13), (426/491), (151/587).
4. При помощи символа Лежандра выяснить, какие из следующих сравнений разрешимы:
 $X^2 \equiv 5(19)$, $X^2 \equiv 5(29)$, $X^2 \equiv 2(97)$, $X^2 \equiv 151(587)$.
5. Доказать, что произведение двух последовательных натуральных чисел при делении на 13 не может давать в остатке 1.
6. Составить таблицу индексов по модулю 9, по модулю 25.
7. Решить сравнение $3X^5 \equiv 4(25)$.
8. Разложить рациональные числа в цепные дроби
127/52, 1,23, 95122/53808.
9. Свернуть непрерывные дроби $\langle 1, 1, 2, 1, 2, 1, 2 \rangle$, $\langle 5, 4, 3, 2, 1 \rangle$, $\langle a, a, a, a, a \rangle$.
10. При помощи цепных дробей сократить дробь 1491/2247.
11. Разложить в периодические дроби квадратичные иррациональности
 $5^{1/2}$, $(2 - 3^{1/2})/5$.
12. Найти квадратичную иррациональность, которая разлагается в следующую периодическую цепную дробь $\langle (2, 3) \rangle$, $\langle 1, 2, 3, (4) \rangle$.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1972;
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numtheory.htm>
2. Бухштаб А.А. Теория чисел. М. Просвещение, 1966.
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numtheory.htm>

б) Дополнительная литература:

1. Серр Ж.-П. Курс арифметики. М.: Мир, 1972.
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm>

в) Интернет-ресурсы:

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Теория чисел 4 курс (математика)»

<https://e-learning.unn.ru/course/view.php?id=4494>

созданные в системе электронного обучения ННГУ – <https://e-learning.unn.ru/>.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО (3++) по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки.

Автор (ы): д.ф.-м.н., проф. Кузнецов М.И.

Заведующий кафедрой: д.ф.м.н., проф. Золотых Н.Ю.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 1 декабря 2021 года, протокол № 2.