

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО

решением Ученого совета ННГУ

протокол № 10 от 02.12.2024 г.

Рабочая программа дисциплины

Проекционные методы решения краевых задач

Уровень высшего образования

Магистратура

Направление подготовки / специальность

01.04.01 - Математика

Направленность образовательной программы

Фундаментальная математика и приложения

Форма обучения

очная

г. Нижний Новгород

2025 год начала подготовки

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.12 Проекционные методы решения краевых задач относится к обязательной части образовательной программы.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
УК-1: Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1: Знать методы критического анализа проблемных ситуаций УК-1.2: Уметь вырабатывать стратегию действий при возникновении критических ситуаций УК-1.3: Владеть основами системного подхода к анализу проблемных ситуаций	УК-1.1: Знать основные научные подходы к построению приближенных решений базовых линейных краевых задач. УК-1.2: Уметь выделять и систематизировать основные идеи в предлагаемых методах решения краевых задач. УК-1.3: Владеть навыками анализа и систематизации информации при решении краевых задач, навыками выбора методов решения краевых задач.	Задания	Зачёт: Контрольные вопросы
УК-2: Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1: Знать структуру жизненного цикла ИТ проекта УК-2.2: Уметь адаптировать жизненный цикл под специфику конкретных ИТ проектов УК-2.3: Владеть методами управления ИТ проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1: Знать этапы решения краевых задач: сведение задачи к вариационной проблеме; решение вариационной проблемы; метод Галеркина. УК-2.2: Уметь контролировать решение краевой задачи: а) сведением к вариационной задаче; б) приближенные методы решения вариационной проблемы	Задания	Зачёт: Контрольные вопросы

		<p>методом Ритца, методом конечных элементов; методом Галеркина</p> <p>УК-2.3: Владеть навыками управления решением задачи (проекта) на всех этапах её (его) решения.</p>		
ОПК-2: Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	<p>ОПК-2.1: Знает математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении</p> <p>ОПК-2.2: Умеет модифицировать, анализировать и реализовывать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении</p> <p>ОПК-2.3: Владеет навыками модификации, анализа и реализации новых математических моделей в современном естествознании, технике, экономике и управлении</p>	<p>ОПК-2.1: Знать: приближенные (проекционные) методы решения линейных краевых задач (Ритца, Галеркина); определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, базовые знания по использованию методов Ритца и Галеркина.</p> <p>ОПК-2.2: Уметь анализировать современные задачи и использовать на практике проекционные методы</p> <p>ОПК-2.3: Владеть проекционными методами Ритца и Галеркина на практике при решении конкретных задач.</p>	Контрольная работа	Зачёт: Контрольные вопросы
ОПК-4: Способен к организации и ведению инновационно-исследовательской деятельности	<p>ОПК-4.1: Обладает знаниями в области организации и ведения инновационно-исследовательской деятельности</p> <p>ОПК-4.2: Умеет осуществлять организацию и ведение инновационно-исследовательской деятельности</p> <p>ОПК-4.3: Имеет практический опыт организации и ведения инновационно-исследовательской деятельности</p>	<p>ОПК-4.1: Знает организацию свойств математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства</p> <p>ОПК-4.2: Умеет вести инновационно-исследовательскую деятельность в современных задачах и использовать на практике проекционные методы.</p> <p>ОПК-4.3:</p>	Задания	Зачёт: Контрольные вопросы

		Имеет практический опыт организации проекционными методами Ритца и Галеркина на практике при решении конкретных задач.		
--	--	--	--	--

3. Структура и содержание дисциплины

3.1 Трудоемкость дисциплины

	очная
Общая трудоемкость, з.е.	3
Часов по учебному плану	108
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	16
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	16
- КСР	1
самостоятельная работа	75
Промежуточная аттестация	0 Зачёт

3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/лабораторные работы), часы	Всего	
	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о	о ф о
Тема 1. О связи вариационных и краевых задач	26	4	4	8	18
Тема 2. Методы решения вариационных задач. Метод Ритца	30	6	6	12	18
Тема 3. Метод Галеркина	22	2	2	4	18
Тема 4. Основы теории метода конечных элементов	29	4	4	8	21
Аттестация	0				
КСР	1			1	
Итого	108	16	16	33	75

Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1. О связи вариационных и краевых задач
Тема 2. Методы решения вариационных задач. Метод Ритца
Тема 3. Метод Галеркина
Тема 4. Основы теории метода конечных элементов

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используются:
Электронные курсы, созданные в системе электронного обучения ННГУ:

Проекционные методы решения краевых задач (МАТЕМАТИКА 1 маг),
<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6850>.

5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции УК-1:

Задания для оценки компетенции «УК-1»:

Задача 4.

Метод Ритца (основы).

Задача 5.

Метод Галеркина. Пример.

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции УК-2:

Задания для оценки компетенции «УК-2»:

Задача 6.

Краевые задачи для уравнений Пуассона и Лапласа и соответствующие им вариационные задачи. Однородные краевые условия.

Задача 7.

Линейные элементы. Вычисление дискретной системы в методе КЭ.

5.1.3 Типовые задания (оценочное средство - Задания) для оценки сформированности компетенции ОПК-4:

Задания для оценки компетенции «ОПК-4»

Задача 1.

Основная теорема вариационного метода решения краевых задач

Задача 2.

Сведение линейной краевой задачи для ОДУ второго порядка к вариационной задаче в случае неоднородных краевых условий

Задача 3.

Краевые задачи для уравнений Пуассона и Лапласа и

соответствующие им вариационные задачи в случае неоднородных краевых условий.

Критерии оценивания (оценочное средство - Задания)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Задания выполнены верно или с незначительными ошибками
не зачтено	Задания не выполнены или допущены грубые ошибки

5.1.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ОПК-2:

Вариант 1

Задание 1. Найти приближенное решение методом Рунге краевой задачи:

$$-y'' + (1+x^2)y = 1, \quad y(-1) = y(1) = 0$$

Задание 2.

Найти функцию $u(x, y)$ гармоническую в области $G: x > 0, y > 0, x + y < 1$ и удовлетворяющую на границе Γ области условию $u_\Gamma = x^2 + y^2$.

Вариант 2

Задание 1. Рассмотрим оператор $Ly = -d^2y/dx^2$ на множестве функций $y(x) \in C^2[0,1]$ таких, что $y(0) = 0, y'(1) = 0$. Является ли этот оператор положительным?

Задание 2.

Методом Галеркина найти приближенное решение уравнения

$$y'' + xy' + y = 2x, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 0$$

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Контрольная работа выполнена верно или с незначительными ошибками
не зачтено	Контрольная работа не выполнена или есть грубые ошибки

5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатор достижения)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				

ения компет							
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельными и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».

	удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:

5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-1

Например:

1. Метод Галеркина. Пример.
2. Методы решения вариационных задач. Метод Ритца Метод Ритца (основы).

Полный перечень вопросов применен в ФОС дисциплины.

5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции УК-2

Например:

1. Сведение линейной краевой задачи для ОДУ второго порядка к вариационной задаче в случае однородных краевых условий.
2. Линейные элементы. Вычисление дискретной системы в методе КЭ.

Полный перечень вопросов приведен в ФОС дисциплины.

5.3.3 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-2

Например:

1. Сведение линейной краевой задачи для ОДУ второго порядка к вариационной задаче в случае неоднородных краевых условий.
2. Смешанная краевая задача и задача Неймана и соответствующие им вариационные задачи.

Полный перечень вопросов приведен в ФОС дисциплины.

5.3.4 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ОПК-4

Например:

1. Иллюстрация метода КЭ на примере линейной двухточечной краевой задачи.
2. Ошибки аппроксимации линейными элементами.

Полный перечень вопросов приведен в ФОС дисциплины.

Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответы на вопросы верны или допущены незначительные ошибки
не зачтено	Ответов нет или допущены грубые ошибки

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Демидович Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения / Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 400 с. - Рекомендовано Научно-методическим советом по математике Министерства образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлениям 510000 «Естественные науки и математика», 550000 «Технические науки», 540000 «Педагогические науки». - Книга из коллекции Лань - Математика. - ISBN 978-5-8114-0799-6., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=799673&idb=0>.
2. Стренг Гилберт. Теория метода конечных элементов / пер. с англ. В. И. Агошкова [и др.] ; под ред. Г. И. Марчука. - М. : Мир, 1977. - 349 с. : ил. - 1.73., 5 экз.

Дополнительная литература:

1. Михлин Соломон Григорьевич. Прямые методы в математической физике. - М. ; Л. : Гостехиздат, 1950. - 428 с., 1 л. табл. : черт. - (Физико-математическая библиотека инженера). - 1.59., 2 экз.
2. Канторович Л. В. Методы приближенного решения уравнений в частных производных. - Л. ; М. : ОНТИ, Гл. ред. общетехн. лит., 1936. - 528 с. - 16.25., 1 экз.
3. Янг Лоренс Чисхолм. Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления / пер. с англ. М. Г. Элуашвили ; под ред. В. М. Алексеева. - М. : Мир, 1974. - 488 с. : ил. - 2.44., 4 экз.
4. Митчел Э. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными / пер. с англ. В. Е. Кондрашова, В. Ф. Курякина ; под ред. Н. Н. Яненко. - М. : Мир, 1981. - 216 с. : ил. - 0.85., 4 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=6850>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по направлению подготовки/специальности 01.04.01 - Математика.

Автор(ы): Морозов Альберт Дмитриевич, доктор физико-математических наук, профессор.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 02.12.2024, протокол № 5.