

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от «30» ноября 2022 г. № 13

Рабочая программа дисциплины

*Теория вероятностей и
математическая статистика*

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки / специальность

01.03.01 Математика

Направленность образовательной программы
Общий профиль

Форма обучения
Очная

Нижний Новгород

2023 год

1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части Б1.О.15 Теория вероятностей и математическая статистика

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.15, «Теория вероятностей и математическая статистика», относится к обязательной части ООП направления подготовки 01.03.01 Математика

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-2 Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-2.1. Знать математические модели современных задач естествознания, техники, экономики и управления, основы разработки, анализа и внедрения новых математических моделей.	Знать: 1) основные понятия теории вероятностей 2) основные теоремы исчисления вероятностей 3) понятие одномерной случайной величины и ее закона распределения 4) понятие случайного процесса 5) понятие конечномерного распределения случайного процесса 6) числовые характеристики случайных процессов 7) аналитические свойства траекторий случайных процессов 8) интегрирование случайных процессов 9) понятие многомерного закона распределения 10) основные числовые характеристики одномерных и многомерных случайных величин 11) основные виды сходимости случайных последовательностей 12) понятие закона больших чисел 13) понятие о центральной предельной теореме 14) понятие статистической выборки 15) способы представления выборочного распределения 16) понятие оценки параметра распределения 17) понятие статистической гипотезы 18) понятие ошибок первого и второго рода	Собеседование
	ОПК-2.2. Уметь разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании,	Уметь 1) строить вероятностные модели простых случайных экспериментов 2) решать практические задачи, аналогичные рассмотренным в курсе	Задачи (практические задания)

	<i>технике, экономике и управлении.</i>		
	ОПК-2.3. <i>Иметь навыки разработки, анализа и внедрения новых математических моделей.</i>	<i>Владеть</i> 1) набором типовых моделей случайных экспериментов, применяемых для решения естественнонаучных задач 2) набором типовых процедур, применяемых для решения естественнонаучных статистических задач	<i>Задачи (практические задания)</i>
<i>ОПК-6.</i> <i>Способен выдвигать гипотезы и последовательно развивать аргументацию в их защиту</i>	<i>ОПК-6.1.</i> <i>Знает основные правила формирования гипотезы.</i>	<i>Знать:</i> <i>понятие статистической гипотезы; понятие ошибок первого и второго рода</i>	<i>Собеседование</i>
	<i>ОПК-6.2.</i> <i>Умеет приводить убедительные аргументы.</i>	<i>Уметь</i> <i>решать практические задачи, аналогичные рассмотренным в курсе</i>	<i>Задачи (практические задания)</i>
	<i>ОПК-6.3.</i> <i>Владеет навыком продуцирования устных и письменных текстов научного стиля.</i>	<i>Владеть</i> <i>набором типовых процедур, применяемых для решения естественнонаучных статистических задач</i>	<i>Задачи (практические задания)</i>

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	9 ЗЕТ
Часов по учебному плану	324
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	80
- занятия семинарского типа	64
- занятия лабораторного типа	–
- текущий контроль (КСР)	5
самостоятельная работа	103
Промежуточная аттестация – экзамен (5 и 6 семестр), зачет (4 семестр)	72

3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы) Очная	В том числе	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы. Из них	в том числе работа обучающихся

		Занятия лекционного типа Очная	Занятия семинарского типа Очная	Занятия лабораторного типа Очная	Всего Очная	
Случайные события. Вероятностное пространство .свойства вероятностной меры. Способы задания вероятностной меры.	22	4	6		10	12
Уловная вероятность. Формулы умножения, сложения, полной вероятности, Байеса. Независимые события. Примеры.	20	2	6		8	12
Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Теорема Пуассона. Понятие о теореме Муавра – Лапласа. Применения.	22	4	6		10	12
Дискретные случайные величины. Распределения: Биномиальное, Пуассоновское, геометрическое распределение, отрицательно- биномиальное.	19	2	6		8	11
Общее определение случайных величин. Функция распределения случайных величин, ее свойства. Понятие о теоремах Лебега. Типы распределений. Абсолютно непрерывные с.в. Плотность распределения с.в., ее свойства. Примеры распределений: равномерное, нормальное, экспоненциальное, гамма распределение.	24	4	8		12	12
Текущий контроль (КСР) в 4 семестре	1				1	
Промежуточная аттестация в 4 семестре – зачет						
Случайный вектор, его распределение. Свойства функции распределения случайного вектора. Типы случайных векторов. Маргинальные распределения векторов. Примеры дискретных и абсолютно непрерывных случайных векторов.	19	6	2		8	11
Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, ковариация случайных величин и векторов. Их свойства. Примеры для стандартных распределений.	14	4	2		6	8
Последовательности случайных величин, пределы и признаки сходимости .	14	4	2		6	8
Законы больших чисел (теоремы Бернулли, Чебышева). Центральная предельная теорема (теорема Ляпунова, Муавра – Лапласа).	14	4	2		6	8
Эмпирическая функция распределения , понятие о теореме Гливенко. Выборочные моменты случайных величин.	14	4	2		6	8
Оценка параметров распределения. Методы моментов и максимального правдоподобия. Качество точечных оценок .Доверительные интервалы. Качество оценок.	14	4	2		6	8
Элементы теории проверки статистических гипотез. Уровень значимости. Ошибки первого и второго рода. Критерий хи - квадрат Пирсона, Критерий отношения правдоподобия.	17	6	4		10	7
Текущий контроль (КСР) в 5 семестре	2				2	

Промежуточная аттестация в 5 семестре – экзамен	36				36	
Основные определения теории случайных процессов. Примеры процессов: Гальтона-Ватсона ветвящиеся процессы, вероятность вырождения, процесс восстановления, уравнение восстановления для функции восстановления, Процесс Пуассона (неоднородный), процесс винеровский. Применения процессов.	16	6	4		10	6
Классы моделей процессов. Стационарные, гауссовские, с независимыми приращениями, мартингалы, марковские процессы.	10	4	2		6	4
Непрерывность и дифференцируемость траекторий случайных процессов. Критерии таких свойств. Примеры.	10	4	2		6	4
Интегрирование в среднем квадратическом случайных процессов. Критерий существования интегралов от случайных процессов. Примеры применения Разложение в среднем квадр. процессов. Интегрирование по процессам с ортогональными приращениями. Спектральное представление стационарных процессов.	8	4	2		6	2
Интеграл Ито, дифференциал Ито. Формула замены переменных Ито. Понятие и примеры стохастических дифференциальных уравнений Ито. Примеры применений уравнений Ито. Понятие о фильтрации Каллмана - Бьюси, применение интегралов в задачах финансовой математики.	12	4	2		6	4
Применения и некоторые свойства мартингалов.	16	10	4		14	2
Текущий контроль в 6 семестре (КСР)	2				2	
Промежуточная аттестация в 6 семестре – экзамен	36				36	
Итого	360	80	64		221	139

Текущий контроль успеваемости реализуется в формах опросов на занятиях семинарского типа

Промежуточная аттестация проходит в традиционных форма (зачет, экзамен).

Практическая подготовка предусматривает выполнение проекта, решение прикладной задачи кейса.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Виды самостоятельной работы студентов: проработка лекционного материала, выполнение домашних заданий, подготовка к промежуточной аттестации.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю),

включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		Зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько незначительных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными незначительными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка	Уровень подготовки
--------	--------------------

зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1 Контрольные вопросы к зачету в 4 семестре

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1. Сформулируйте аксиомы выбора элементарных исходов.	ОПК-2
2. Докажите основные свойства операций над случайными событиями	ОПК-2
3. Сформулируйте классическое определение вероятности	ОПК-2
4. Сформулируйте геометрическое определение вероятности.	ОПК-2
5. Сформулируйте определение условной вероятности.	ОПК-2
6. Докажите теорему умножения вероятностей для двух исходов.	ОПК-2
7. Докажите теорему умножения для n событий ($n \geq 3$)	ОПК-2
8. Дайте определение независимости двух событий	ОПК-2
9. Докажите теорему сложения вероятностей для двух событий	ОПК-2
10. Дайте определение независимости n событий ($n \geq 3$)	ОПК-6
11. Докажите формулу Бернулли.	ОПК-6
12. Сформулируйте и докажите теорему Пуассона.	ОПК-6

5.2.2 Контрольные вопросы к экзаменам в 5 и 6 семестрах

Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1. Многомерный случайный вектор. Типы распределений. Многомерная функция распределения и ее свойства	ОПК-2
2. Маргинальные распределения векторов. Примеры многомерных дискретных и непрерывных распределений.	ОПК-6
3. Математическое ожидание и дисперсия. Их свойства	ОПК-6
4. Ковариация и коэффициент корреляции. Их свойства.	ОПК-6

5. Виды сходимости случайных последовательностей.	ОПК-6
6. Законы больших чисел (теоремы Чебышева и Бернулли).	ОПК-6
7.)Центральная предельная теорема (теорема Ляпунова, Муавра – Лапласа).	ОПК-6
8. Эмпирическая функция распределения , понятие о теореме Гливенко.	ОПК-6
9. Выборочные моменты случайных величин. Их свойства	ОПК-6
10. Метод максимального правдоподобия для оценки параметров. Примеры	ОПК-6
11. Метод моментов для оценки параметров. Примеры.	ОПК-6
12. Качество точечных оценок параметров. Примеры.	ОПК-6
13. Доверительные интервалы. Примеры.	ОПК-6
14. Статистическая гипотеза, статистический критерий, уровень значимости, мощность критерия.	ОПК-6
15. Критерий согласия хи-квадрат Пирсона.	ОПК-6
16. Критерий отношения правдоподобия.	ОПК-6
17. Случайные события. Операции над событиями. Алгебра и сигма-алгебра событий.	ОПК-6
18. Вероятностное пространство. Свойства вероятностной меры.	ОПК-6
19. Способы задания вероятностной меры.	ОПК-6
20. Условная вероятность. Теоремы умножения. Независимость событий.	ОПК-2
21. Основные теоремы о вероятностях: теорема сложения, формула полной вероятности	ОПК-2
22. Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли.	ОПК-2
23. Схема независимых испытаний Бернулли. Теорема Пуассона. Теорема Муавра-Лапласа.	ОПК-2
24. Типовые дискретные случайные величины	ОПК-2
25. Типовые непрерывные случайные величины	ОПК-2
26. Общее определение случайной величины. Функция распределения и ее свойства.	ОПК-2
27. Случайные процесс и его конечномерные распределения. Теорема Колмогорова	ОПК-2
28. Стационарные, гауссовские, с независимыми приращениями, мартингалы, марковские процессы	ОПК-2
29. Непрерывность траекторий случайного процесса. Критерии, примеры	ОПК-2
30. Дифференцируемость траектории случайного процесса. Критерии, примеры.	ОПК-2
31. Интегрирование в среднем квадратичном случайного процесса. Критерии интегрируемости. Примеры	ОПК-2
32. Интегрирование по процессам с ортогональными приращениями. Спектральное представление случайных процессов	ОПК-2
33. Определение и свойства интеграла Ито	ОПК-2
34. Понятие и примеры стохастических дифференциальных уравнений Ито	ОПК-2

5.2.3. Типовые задания/задачи для оценки сформированности компетенции «ОПК-2»

Задача 1. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака равна $1/10$. Каковы вероятности того что сообщение из 10 знаков а) не будет искажено; б) содержит ровно 3 искажения; в) содержит не более трех искажений.

Задача 2. Задан случайный процесс $X(t) = V \cdot t^2$, ($t > 0$), где V – случайная величина с равномерным распределением на интервале $[0, 3]$. Найти одномерную функцию и одномерную плотность распределения этого процесса.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Федоткин М.А. Основы прикладной теории вероятностей и статистики: Учебник /М.А. Федоткин.- М.: Высш. Шк.,2006.-308 с. (185 экз.)

б) дополнительная литература:

1. Ширяев А. Н. Вероятность, – М.: Наука. 1989 (90 экз.).

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):
Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный курс «Теория вероятностей и математическая статистика(А.В. Зорин)»

<https://e-learning.unn.ru/enrol/index.php?id=3130>

созданные в системе электронного обучения ННГУ – <https://e-learning.unn.ru/>.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: компьютерный класс, проектор, экран.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ВО ННГУ по направлению 01.03.01 Математика.

Автор д.ф-м.н., доцент В.А.Зорин

Рецензент (ы)

Заведующий кафедрой В.П. Гергель

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики от 30 ноября 2022 года, протокол № 3.