

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

---

Радиофизический факультет  
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО  
президиумом Ученого совета ННГУ  
протокол от  
«31» мая 2023 г. № 6

**Рабочая программа дисциплины**

Математические модели волновых явлений в  
нелинейных средах  
*(наименование дисциплины (модуля))*

---

Уровень высшего образования  
магистратура  
*(бакалавриат / магистратура / специалитет)*

---

Направление подготовки / специальность  
02.04.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии  
*(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)*

---

Направленность образовательной программы  
Автоматизация научных исследований  
*(указывается профиль / магистерская программа / специализация)*

---

Форма обучения  
очная  
*(очная / очно-заочная / заочная)*

---

Нижегород

2023 год

## 1. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина *Б1.В.ДВ.01.01 Математические модели волновых явлений в нелинейных средах* относится к части ООП направления подготовки *02.04.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии*, формируемой участниками образовательных отношений.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
<b>ПК-1</b>  <i>Способность руководить научными исследованиями и опытно-конструкторскими разработками в области информатики и информационных технологий (ФИИТ) и формировать их новые направления в области профессиональной деятельности.</i>	<b>ПК-1.1</b> <i>Знает проблематику и методы научных исследований и опытно-конструкторских разработок в области ФИИТ применительно к профессиональной деятельности</i>	<i>Знание современных теоретических и практических достижений в области информационных технологий и прикладной математики, которые использовались для решения нелинейных уравнений в частных производных в рамках математического моделирования волновых уравнений в нелинейных средах;</i> <i>Знание фундаментальных причин и научно обоснованных представлений о широком круге нелинейных явлений в электродинамике резонансных сред, диэлектриков, ферритов и плазмы, а также в некоторых других разделах радиофизики и областях физики, которые необходимы для решения научно-исследовательских задач в соответствии со своим профилем подготовки.</i>	<i>Собеседование, портфолио, разноуровневые задачи и задания</i>
	<b>ПК-1.2</b> <i>Имеет навыки выполнения научных исследований и опытно-конструкторских разработок в области ФИИТ применительно к профессиональной деятельности.</i>	<i>Умение объяснять физическую природу нелинейных эффектов при проведении научно-исследовательских работ, опираясь на знание фундаментальных причин и научно-обоснованных представлений о нелинейных явлениях в консервативных средах с квадратичной и кубической нелинейностями, резонансных средах и средах с наличием комбинационного рассеяния и рассеяния Мандельштама-Бриллюэна.</i>	<i>Собеседование, портфолио, разноуровневые задачи и задания</i>
	<b>ПК-1.3</b> <i>Имеет навыки руководства исследованиями и опытно-конструкторскими разработками в области ФИИТ</i>	<i>Умение использовать углублённые теоретические и практические знания технологий решения нелинейных уравнений в частных производных, а также фундаментальные концепции и методологии создания математических моделей описания волновых процессов в нелинейных средах для решения задач в</i>	<i>Собеседование, портфолио, разноуровневые задачи и задания</i>

	<i>применительно к профессиональной деятельности, и формирования их новых направлений</i>	<i>области информационных технологий при проведении научно-исследовательских работ в сфере своей профессиональной деятельности</i>	
--	---	--	--

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная форма обучения</b>
<b>Общая трудоемкость</b>	<b>3 ЗЕТ</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>108</b>
<b>в том числе</b>	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b> - занятия лекционного типа - занятия семинарского типа ( практические занятия / лабораторные работы)	<b>32</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>75</b>
<b>КСР</b>	<b>1</b>
<b>Промежуточная аттестация – экзамен/зачет</b>	<b>зачет</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		из них				
	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего		
	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная	Очная
Введение Основные свойства линейных и нелинейных сред. Диспергирующие и	6	2			2	4

поглощающие среды. Физическая природа нелинейности, дисперсии и поглощения в электродинамике. Соотношения Крамерса-Кронига. Закономерности образования гармоник в нелинейной среде с дисперсией.						
<b>Часть 1. Нелинейная оптика</b>						
<b>Трехчастотные взаимодействия в квадратичной среде.</b> Условия трехчастотного взаимодействия волн в квадратичной среде. Дисперсия и синхронизм. Описание трехволновых взаимодействий. Законы сохранения в среде без потерь. Соотношения Менли-Роу. Генерация второй гармоники. Взаимодействие волн в непоглощающей среде при точном синхронизме. Учет расстройки синхронизма. Влияние линейных потерь. Параметрические процессы в квадратичной среде. Параметрическое преобразование частоты вниз при высокочастотной накачке. Эффективность преобразования частоты вверх и вниз.	12	4			4	8
<b>Четырехчастотные взаимодействия в кубичной среде.</b> Условия четырехчастотного взаимодействия. Основные уравнения четырехволнового взаимодействия. Первые интегралы уравнений в отсутствие диссипации (соотношения Менли-Роу). Генерация третьей гармоники в непоглощающей среде. Влияние эффекта Керра на коэффициент преобразования в третью гармонику.	6	2			2	4
<b>Взаимодействие волн при вынужденном комбинационном рассеянии (ВКР) лазерного излучения.</b> Физическая природа ВКР. Стоксово излучение. Основные уравнения процесса ВКР. Порог генерации. Законы сохранения в отсутствие диссипации. Вынужденное комбинационное рассеяние вперед. Преобразование энергии накачки в волну стоксова излучения при ВКР назад. Антистоксово излучение.	6	2			2	4
<b>Взаимодействие волн лазерного излучения и звука при вынужденном рассеянии Мандельштама-Бриллюэна (ВРМБ).</b> Физическая природа ВРМБ. Основные уравнения ВРМБ. Усиление стоксова излучения – трехчастотное взаимодействие. Порог возбуждения. Законы сохранения в непоглощающей среде. Стоксово рассеяние вперед. Усиление стоксова излучения назад	6	2			2	4

при ВРМБ. Основные уравнения. Законы сохранения. Расчет излучаемой мощности. Приближение заданного поля накачки.						
<b>Пучки в нелинейной оптике.</b> Преобразование частот в волновых пучках в квадратичной среде. Основные уравнения. Пара-метрическое приближение. Взаимодействие двух усиливаемых пучков при постоянной высо-кочастотной накачке. Уравнения одноволнового приближения. Дифракция усиливаемых волн и эффект аномальной фокусировки. Параметрическая диффузия.	9	3			3	6
<b>Обращение волнового фронта (ОВФ) при отражении лазерного излучения от нелинейной среды.</b> ОВФ при четырехволновом взаимодействии (ЧВ) в кубичной среде. ОВФ при ВКР. ОВФ при ВРМБ.	6	2			2	4
<b>Часть 2. Солитоны – новое понятие в прикладных науках</b>						
<b>Солитонное решение уравнения Кортевега и де Вриза (КДВ).</b> Использование уравнения КДВ в физике. Основные свойства уравнения КДВ. Стационарные решения уравнения КДВ – кноидальные волны. Фазовая плоскость стационарных волн. Одно-параметрическое семейство солитонных решений уравнения КДВ и его свойства: амплитуда, скорость распространения и пространственный масштаб уединённой волны.	8	2			2	6
<b>Солитонное решение уравнения Синус-Гордон (СГ).</b> Применение уравнения СГ в физике. Основные свойства уравнения СГ. Солитонное решение уравнения СГ и его основные свойства. Стационарные решения уравнения СГ – осциллирую-щие и спиральные волны. Фазовая плоскость стационарных волн.	5	1			1	4
<b>Солитонное решение нелинейного уравнения Шредингера (НУШ).</b> Использование НУШ в физике. Основные свойства НУШ. Солитонное решение НУШ и его основные свойства. Стационарное решение НУШ. Фазовая плоскость стационарных волн.	8	2			2	6
<b>Самоиנדущиванная прозрачность двухуровневой поглощающей среды.</b>	8	2			2	6

Основные уравнения электромагнитного излучения в резонансной среде. Уравнения для медленных амплитуд коротких импульсов поля, поляризации и разности населённости уровней рабочего перехода резонансной (двухуровневой) среды. Основные свойства укороченных уравнений и их солитонное решение для поля на резонансной частоте. Свойства солитонного решения: амплитуда, скорость и длительность стационарного $2\pi$ -импульса.						
<b>Стационарные световые импульсы в усиливающей резонансной среде при наличии линейного поглощения.</b> Уравнения баланса для медленных амплитуд короткого импульса поля и разности населённости в активной двухуровневой среде. Солитонное решение уравнений баланса и его основные свойства: энергия, форма и скорость стационарного импульса.	8	2			2	6
<b>Решение нелинейных уравнений методом обратной задачи рассеяния (ОЗР).</b> Решение стационарного уравнения Шредингера и определение спектральных данных его потенциала. Обратная спектральная задача – восстановление потенциала с помощью решения уравнения Гельфанда-Левитана-Марченко (ГМЛ). Постановка ОЗР на примере уравнения КДВ. Эволюция спектральных данных во времени. Примеры расчетов коэффициентов рассеяния и их эволюционных изменений. Примеры решений уравнений ГМЛ и нахождения многосолитонных решений уравнения КДВ. Понятие об LA-паре линейных операторов. Альтернативная версия ОЗР. LA-пары операторов уравнений КДВ и НУШ.	7	2			2	5
Решение нелинейных уравнений с помощью автопреобразования Бэклунда (АПБ). Преобразования Беклунда. Автопреобразование Бэклунда (АПБ) и постановка задачи об отыскании иерархической системы решений нелинейного уравнения. Диаграмма Лэмба. АПБ уравнения СГ и его многосолитонные решения. АПБ уравнения КДВ.	6	2			2	4
Обзор новых методов отыскания точных решений нелинейных уравнений	7	2			2	5
<b>Итого</b>	107	32			32	75

Текущий контроль успеваемости реализуется в рамках занятий групповых или индивидуальных консультаций.

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

1. Еженедельный контроль посещаемости аудиторных занятий.
2. Как оценочный способ контроля самостоятельной работы магистрантов и одновременно разновидность интерактивного обучения используется форма выборочной проверки (в соответствии со списком вопросов 5.2) состояния отдельных частей индивидуального портфолио обучающегося не менее двух раз в течение семестра.
3. Трансляции по электронной почте на адреса всех магистрантов, изучающих дисциплину «Математические модели волновых явлений в нелинейных средах», ответа преподавателя на индивидуальный вопрос (по программе дисциплины) одного из обучающихся.

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

#### 5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю),

включающий:

##### 5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.  Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность	При решении стандартных задач не продемонстрированы	Продemonstrированы основные умения.	Продemonstrированы все основные умения.	Продemonstrированы все основные умения.	Продemonstrированы все основные умения, реше	Продemonstrированы все основные умения,.

	ть оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	ированы основные умения.  Имели место грубые ошибки.	Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	ны все основные задачи с отдельными несущественным недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.  Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне, выше предусмотренного программой
<b>зачтено</b>	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
<b>не зачтено</b>	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»



## 5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

### 5.2.1 Контрольные вопросы

вопросы	Код формируемых компетенций
1. <b>Нелинейность среды.</b> Сравнение свойств линейных нелинейных сред.	ПК-1
2. <b>Дисперсия</b> и <b>диссипация</b> среды. Влияние дисперсии и диссипации на распространение волн.	ПК-1
3. Природа <b>дисперсии</b> и <b>диссипации</b> среды в электродинамике. Соотношения Крамерса-Кронига.	ПК-1
4. Условия образования частотных гармоник в нелинейной диспергирующей среде.	ПК-1
5. <b>Квадратичная среда.</b> Условия и типы трехчастотного взаимодействия.	ПК-1
6. Законы сохранения в непоглощающей <b>квадратичной среде</b> .	ПК-1
7. Влияние <b>синхронизма</b> и граничных условий на процесс образования второй гармоники в <b>квадратичной среде</b> по двухволновой схеме $1^\circ + 1^\circ = 2^\circ$ .	ПК-1
8. Параметрическое приближение трёхволнового взаимодействия при <b>низкочастотной накачке</b> в <b>квадратичной среде</b> (общая характеристика процесса).	ПК-1
9. Параметрическое приближение трёхволнового взаимодействия при <b>высокочастотной накачке</b> в <b>квадратичной среде</b> (общая характеристика процесса).	ПК-1
10. <b>Кубичная среда.</b> Условия и разновидности четырехчастотного взаимодействия.	ПК-1
11. Законы сохранения в непоглощающей <b>кубичной среде</b> .	ПК-1
12. Влияние <b>эффекта Керра</b> и <b>синхронизма</b> на эффективность процесса образования третьей гармоники в <b>кубичной среде</b> .	ПК-1
13. Природа <b>комбинационного рассеяния</b> и <b>вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР)</b> лазерного излучения.	ПК-1
14. Законы сохранения при <b>ВКР</b> лазерного излучения.	ПК-1
15. Сравнительная характеристика процессов образования <b>стоксова</b> излучения <b>вперёд</b> и <b>назад</b> при <b>ВКР</b> поля лазерной генерации.	ПК-1
16. Условия эффективной генерации <b>антистоксова</b> излучения при <b>ВКР</b> лазерного излучения.	ПК-1
17. Природа <b>рассеяния Мандельштама-Бриллюэна</b> и <b>вынужденное рассеяние Мандельштама-Бриллюэна (ВРМБ)</b> .	ПК-1
18. Законы сохранения при <b>ВРМБ</b> лазерного излучения и <b>гиперзвука</b> .	ПК-1
19. Сравнительная характеристика процессов образования <b>стоксова</b> излучения <b>вперёд</b> и <b>назад</b> при <b>ВРМБ</b> поля лазерной генерации и <b>гиперзвука</b> (при условии <b>синхронизма</b> ).	ПК-1
20. <b>Обращение волнового фронта (ОВФ)</b> при четырехволновом взаимодействии (ЧВ) в нелинейной кубичной среде.	ПК-1
21. Основные свойства <b>солитонного</b> решения <b>уравнения КдВ</b> .	ПК-1
22. Основные свойства <b>солитонного</b> решения <b>уравнения Синус-Гордон</b> .	ПК-1
23. Основные свойства <b>солитонного</b> решения <b>нелинейного уравнения Шрёдингера</b> .	ПК-1

24. <i>Самоиндуцированная прозрачность (СИ)</i> резонансной поглощающей среды (условия реализации <i>СИ</i> , основные параметры <i>солитонного</i> импульса и процесса его распространения).	ПК-1
25. Стационарный короткий импульс солитонного типа в активной резонансной среде (условия реализации, основные параметры <i>солитонного</i> импульса и процесса его распространения).	ПК-1
26. <i>Метод обратной задачи рассеяния (ОЗР)</i> – новый метод отыскания точных решений нелинейных уравнений в частных производных.	ПК-1
27. <i>Автопреобразование Бэклунда (АПБ)</i> – новый метод отыскания точных решений нелинейных уравнений в частных производных.	ПК-1

### 5.2.2. Контрольный вопросы для оценки минимально допустимого уровня сформированности компетенции ПК-1 (вопросы программы минимум)

1. *Нелинейность среды.*
2. *Дисперсия и диссипация среды.*
3. *Квадратичная среда.*
4. *Низкочастотная накачка в квадратичной среде* (общая характеристика процесса).
5. *Высокочастотная накачка в квадратичной среде* (общая характеристика процесса).
6. *Кубичная среда.*
7. *Эффект Керра и синхронизма.*
8. Природа *комбинационного рассеяния* и *вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР)* лазерного излучения.
9. *Стоксово* излучение *вперёд* и *назад* при *ВКР* поля лазерной генерации.
10. *Антистоксово* излучение при *ВКР* лазерного излучения.
11. *Рассеяние Мандельштама-Бриллюэна* и *вынужденное рассеяние Мандельштама-Бриллюэна (ВРМБ).*
12. *Обращение волнового фронта (ОВФ)* при четырехволновом взаимодействии (ЧВ) в нелинейной кубичной среде.
13. *Самоиндуцированная прозрачность (СИ)* резонансной поглощающей среды.
14. *Метод обратной задачи рассеяния (ОЗР).*
15. *Автопреобразование Бэклунда (АПБ).*

### 5.2.3. Формирование портфолио

Еженедельно текст прочитанной лекции и соответствующие вопросы для контроля текущей успеваемости из списка **5.2.1** рассылаются по электронной почте обучающимся для стимулирования самостоятельной внеаудиторной работы и создания личного **портфолио** по дисциплине «**Математические модели волновых явлений в нелинейных средах**».

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. Martin Wegener. *Extreme Nonlinear Optics*. Springer, 2005, 225 p.
2. Manthos G. Papadopoulos, Andrzej J. Sadlej, Jerzy Leszczynsky. *Non-Linear Optical Properties of Matter*. Springer, 2006, 681 p.
3. E. Hanamura, Y. Kawabe, A. Yamanake. *Quantum Nonlinear Optics*. Springer, 2007, 240 p.
4. Boris A. Malomed. *Soliton Management in Periodic Systems*. Springer, 2006, 188 p.

5. Nail Akhmediev, Adrian Ankiewicz. *Dissipative Solitons*. Springer, 2005, 484 p.
6. Петрова И.Э., Орлов А.В. *Оценка сформированности компетенций. Учебно-методическое пособие. Нижний Новгород: ННГУ, 2016. 48 с.*
7. *Методические материалы по определению процедур оценивания сформированности компетенции*/. Составители: Болховская О.В., Горбунов А.А., Грибова Е.З. и др. Учебно-методическое пособие. Н. Новгород: ННГУ, 2017 [Электронный ресурс]. URL: [http://www.unn.ru/books/met\\_files/met\\_mat\\_Mil.pdf](http://www.unn.ru/books/met_files/met_mat_Mil.pdf). Рег. номер 1496.17.04 (дата обращения 29.05.2017).

б) дополнительная литература:

1. Anjan Biswas, Daniela Milovic, Matthew Edwards. *Mathematical Theory of Dispersion-Managed Optical Solitons*. Springer, 2010, 170 p.
2. Ralf Menzel. *Photonics*. Springer, 2007, 1042 p.
3. Jurgen Eichler, Hans Joachim Eichler. *Laser*. Springer, 2006, 475 p.

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: экран, проектор, ноутбук, колонки.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.04.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии (утвержден Приказом Минобрнауки России 23.08.2017 N 811).

Автор Миловский Н.Д.

Рецензент Гавриленко В.Г.

Заведующий кафедрой Кудрин А.В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии радиофизического факультета от «25» мая 2023 года, протокол № 04/23.