

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования\_  
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

---

УТВЕРЖДЕНО

решением президиума Ученого совета ННГУ

протокол № 1 от 16.01.2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

Качественная теория двумерных динамических систем

---

Уровень высшего образования

Специалитет

---

Направление подготовки / специальность

01.05.01 - Фундаментальные математика и механика

---

Направленность образовательной программы

Фундаментальная механика и приложения

---

Форма обучения

очная

---

г. Нижний Новгород

2024 год начала подготовки

## 1. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ДВ.04.02 Качественная теория двумерных динамических систем относится к части, формируемой участниками образовательных отношений образовательной программы.

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства	
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	Для текущего контроля успеваемости	Для промежуточной аттестации
ПК-12: Владение навыками применения математически сложных алгоритмов в современных специализированных программных комплексах, реализации в них собственных методов, моделей и алгоритмов	ПК-12.1: Знает теоретические основы фундаментальных компьютерных наук ПК-12.2: Умеет ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики ПК-12.3: Имеет практический опыт использования математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах, включая реализацию в них собственных методов и моделей	ПК-12.1: Знать: теоретические основы фундаментальных компьютерных наук  ПК-12.2: Уметь: проводить полное качественное исследование двумерных динамических систем, сочетая аналитические методы с численными результатами, полученными на компьютере  ПК-12.3: Владеть практическим опытом использования математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах, включая реализацию в них собственных методов и моделей. Владеет математическим аппаратом качественной теории и теории бифуркаций двумерных динамических систем, методами и приемами качественного исследования, доказательствами утверждений в этой области	Контрольная работа	Экзамен: Контрольные вопросы
ПК-6: Владение навыками	ПК-6.1: Умеет самостоятельно	ПК-6.1: Уметь проводить полное	Контрольная работа	Экзамен:

самостоятельного анализа поставленной задачи, выбора корректного метода ее решения, построения алгоритма и его реализации	анализировать задачу, выбирать методы решения, создавать алгоритм решения и реализовывать его ПК-6.2: Владеет навыками решения практических задач, анализа результатов решения	качественное исследование двумерных динамических систем, сочетая аналитические методы с численными результатами, полученными на компьютере  ПК-6.2: Владеть: математическим аппаратом качественной теории и теории бифуркаций двумерных динамических систем, методами и приемами качественного исследования, доказательствами утверждений в этой области		Контрольные вопросы
---	---	---	--	---------------------

### 3. Структура и содержание дисциплины

#### 3.1 Трудоемкость дисциплины

	<b>очная</b>
<b>Общая трудоемкость, з.е.</b>	<b>4</b>
<b>Часов по учебному плану</b>	<b>144</b>
в том числе	
<b>аудиторные занятия (контактная работа):</b>	
- занятия лекционного типа	<b>16</b>
- занятия семинарского типа (практические занятия / лабораторные работы)	<b>32</b>
- КСР	<b>2</b>
<b>самостоятельная работа</b>	<b>58</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>36</b> <b>Экзамен</b>

#### 3.2. Содержание дисциплины

(структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (часы)	в том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа (практические занятия/ лабора торные работы), часы	Всего	
	о о	о о	о о	о о	о о

Тема 1: Динамические системы на плоскости: траектории, особые точки, теория индексов, предельные циклы, сфера Пуанкаре.	36	5	11	16	20
Тема 2: Бифуркации состояний равновесия. Грубые системы. Бифуркация рождения предельных циклов.	36	5	11	16	20
Тема 3. Динамические системы, зависящие от параметров. Гамильтоновы системы. Консервативные системы	34	6	10	16	18
Аттестация	36				
КСР	2			2	
Итого	144	16	32	50	58

### Содержание разделов и тем дисциплины

Тема 1: Динамические системы на плоскости: траектории, особые точки, теория индексов, предельные циклы, сфера Пуанкаре.

Тема 2: Бифуркации состояний равновесия. Грубые системы. Бифуркация рождения предельных циклов.

Тема 3. Динамические системы, зависящие от параметров. Гамильтоновы системы. Консервативные системы

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя подготовку к контрольным вопросам и заданиям для текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведенным в п. 5.

Самостоятельная работа обучающихся:

Выполнение заданий и решение задач на самостоятельную подготовку.

Подготовка к контрольной работе.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

1.Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний (2-е изд.) М.: Физматгиз, 1959

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/physics/wave.htm>

2.Бутенин Н.В. Введение в аналитическую механику. М.: Наука, 1971

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/theoretical.htm>

3. Андронов А.А., Леонтович Е.В., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория динамических систем второго порядка. М.: Наука, 1966

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

4. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. М.-Л.: ОГИЗ, 1947

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/ode.htm>

6. Морозов А.Д. Введение в математические методы нелинейной динамики. Электронное учебно-методическое пособие.-Н.Новгород:Нижегородский госуниверситет, 2012.098 с. ([www.unn.ru/books](http://www.unn.ru/books)).

#### 5. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

5.1 Типовые задания, необходимые для оценки результатов обучения при проведении текущего контроля успеваемости с указанием критериев их оценивания:

5.1.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-12:

**Вариант 1**

$\dot{x} = x - y, \dot{y} = -y + x^2 y$ Устойчивость состояния равновесия	$\ddot{x} + x - x^3 = 0.$ $x=?$
$\dot{x} = y, \dot{y} = -x + \varepsilon(a + bx - x^2)y, a, b$ – параметры	$\ddot{x} + x + x^3 = 0$ $x=?$
$\ddot{x} + \sin(x) + b\dot{x} + a = 0$ Фазовые портреты	$\ddot{x} - x + x^3 = 0$ $x=?$ в области $\frac{\dot{x}^2}{2} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} > 0$

**Вариант 2**

$\dot{x} = x(a - bx - y), \dot{y} = y(x - 1)$ Устойчивость состояния равновесия	$\ddot{x} + \sin(x) = 0$ $x=?$ В области колебательных движений
$\dot{x} = y, \dot{y} = -x - x^3 + \varepsilon(a - x^2)y, a$ – параметр	$\ddot{x} + \sin(x) = 0$ $x=?$ В области вращательных движений
$\dot{x} = y, \dot{y} = -x + \varepsilon(a + by + cy^2)y, a, b, c$ – параметры	$\ddot{x} - x + x^3 = 0$ $x=?$ в области $\frac{\dot{x}^2}{2} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} < 0$

5.1.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольная работа) для оценки сформированности компетенции ПК-6:

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольная работа)

Оценка	Критерии оценивания
зачтено	Ответ полный и правильный на основании изученной теории; теоретический материал и решение поставленных задач изложены в необходимой логической последовательности, грамотный научный язык; ответ самостоятельный. Могут быть допущены две-три несущественные ошибки, исправленные по требованию преподавателя
не зачтено	Ответ обнаруживает непонимание студентом основного содержания учебного материала или допущены существенные ошибки, которые не могут быть исправлены при наводящих вопросах преподавателя

### 5.2. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине при промежуточной аттестации

#### Шкала оценивания сформированности компетенций

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Ошибок нет.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.

<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки	Продемонстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с отдельным и несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме	Продемонстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие базовых навыков. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторым и недочетами	Продемонстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов	Продемонстрирован творческий подход к решению нестандартных задач

### Шкала оценивания при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	<b>превосходно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно», продемонстрированы знания, умения, владения по соответствующим компетенциям на уровне выше предусмотренного программой
	<b>отлично</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично».
	<b>очень хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо»
	<b>хорошо</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо».
	<b>удовлетворительно</b>	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	<b>неудовлетворительно</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно».
	<b>плохо</b>	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

### **5.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения на промежуточной аттестации с указанием критериев их оценивания:**

#### **5.3.1 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-6**

1. Динамические системы на плоскости: траектории, особые точки, теория индексов, предельные циклы, сфера Пуанкаре
2. Интегральная кривая, интеграл, общий интеграл
3. Мат. Определение качественной структуры разбиения на траектории
4. Определение качественной структуры разбиения на траектории
5. Теория Пуанкаре – Бендиксона. Дуга, цикл без контакта
6. Предельная траектория
7. Качественная структура состояния равновесия
8. Простые состояния равновесия (особые точки).
9. Критерий Бендиксона, Дюлака отсутствия предельных циклов
10. Определение грубой системы
11. Поведение траекторий на бесконечности. Сфера Пуанкаре.
13. История возникновения и развития КТДУ

#### **5.3.2 Типовые задания (оценочное средство - Контрольные вопросы) для оценки сформированности компетенции ПК-12**

1. Динамические системы на плоскости: траектории, особые точки, теория индексов, предельные циклы, сфера Пуанкаре
2. Интегральная кривая, интеграл, общий интеграл
3. Мат. Определение качественной структуры разбиения на траектории
4. Определение качественной структуры разбиения на траектории
5. Теория Пуанкаре – Бендиксона. Дуга, цикл без контакта
6. Предельная траектория
7. Качественная структура состояния равновесия
8. Простые состояния равновесия (особые точки).
9. Критерий Бендиксона, Дюлака отсутствия предельных циклов
10. Определение грубой системы



11. Поведение траекторий на бесконечности. Сфера Пуанкаре.

13. История возникновения и развития КТДУ

### Критерии оценивания (оценочное средство - Контрольные вопросы)

Оценка	Критерии оценивания
превосходно	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки
отлично	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
очень хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок
хорошо	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок
удовлетворительно	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок
неудовлетворительно	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки
плохо	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа

### 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Андронов Александр Александрович. Теория колебаний / с предисл. Л. И. Мандельштама. - 2-е изд. - М. : Наука, 1981. - 568 с. : ил. - 2.60., 274 экз.
2. Бутенин Н. В. Введение в аналитическую механику : [учеб. пособие для вузов]. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1991. - 255 с. : ил. - ISBN 5-02-014221-2 : 2.00., 49 экз.

Дополнительная литература:

1. Морозов А. Д. Введение в математические методы нелинейной динамики : электронное учебно-методическое пособие / Морозов А. Д. - Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2012. - 98 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ННГУ им. Н. И. Лобачевского - Математика., <https://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=730084&idb=0>.
2. Немыцкий Виктор Владимирович. Качественная теория дифференциальных уравнений. - М. ; Л. : Гостехиздат, 1947. - 449 с. - 19.50., 2 экз.

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы (в соответствии с содержанием дисциплины):

Программа WInSet (Драгунов Т.Н., Морозов А.Д. Использование программы WInSet для визуализации динамических систем: Учебное пособие. Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2007. 102 с., <http://www.unn.ru/pages/e-library/aids/2007/41.pdf>).

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных образовательной программой, оснащены мультимедийным оборудованием (проектор, экран), техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ по специальности 01.05.01 - Фундаментальные математика и механика.

Автор(ы): Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук, доцент.

Заведующий кафедрой: Калинин Алексей Вячеславович, доктор физико-математических наук.

Программа одобрена на заседании методической комиссии от 13.12.2023, протокол № 3.