

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского»

Радиофизический факультет
(факультет / институт / филиал)

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета ННГУ
протокол от
«31» мая 2023 г. № 6

Рабочая программа дисциплины

Математическая логика и теория алгоритмов
(наименование дисциплины (модуля))

Уровень высшего образования
Специалитет

(бакалавриат / магистратура / специалитет)

Направление подготовки / специальность
11.05.02 - Специальные радиотехнические системы

(указывается код и наименование направления подготовки / специальности)

Направленность образовательной программы
Радиотехнические системы и комплексы специального назначения
(указывается профиль / магистерская программа / специализация)

Форма обучения

очная

(очная / очно-заочная / заочная)

Нижний Новгород

2023 год

1. Место и цели дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к обязательной части Б1.О.15.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
ОПК-1. Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретических и экспериментальных исследований, приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии	ОПК-1.1. Знать основные разделы математических и естественнонаучных дисциплин.	Знать основные принципы построения формальных теорий, исключая возможность возникновения противоречий. Уметь правильно рассуждать, правильно делать умозаключения и выводы, получая в результате истинные высказывания. Владеть приемами вывода теорем из аксиом или ранее доказанных утверждений (на примерах исчисления высказываний и исчисления предикатов), определения тождественной истинности формул.	Собеседование
	ОПК-1.2. Уметь применять основные законы естественнонаучных дисциплин.	Знать три универсальные алгоритмические модели (рекурсивные функции, машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова). Уметь реализовывать простейшие алгоритмические задачи. Владеть навыками моделирования прикладных задач методами математической логики и теоретическими алгоритмами.	Разноуровневые задачи и задания

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Трудоемкость дисциплины

	Очная форма обучения
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ
Часов по учебному плану	144
в том числе	
аудиторные занятия (контактная работа):	
- занятия лекционного типа	32
- занятия семинарского типа	16
- текущий контроль (КСР)	2
самостоятельная работа	49
Промежуточная аттестация – Экзамен	45

3.2. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Семестр	Часов					
			Всего	В том числе				Самостоятельная работа обучающегося
				Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них				
				Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1.	Введение (принципы построения формальных теорий).Основные	3	14	2			2	12

	равносильности (законы) логики высказываний; определение формальной теории.							
2.	Исчисление высказываний. Аксиомы исчисления высказываний; основные и производные правила вывода исчисления высказываний.	3	39	9	6		15	24
3.	Исчисление предикатов. Определение предиката, свободные и связанные переменные; основные равносильности (законы) логики предикатов; аксиомы исчисления предикатов; основные правила вывода исчисления предикатов; производные правила вывода в исчислении предикатов: правила переименования связанных переменных, правило связывания квантором.	3	35	8	5		13	22
4.	Теория алгоритмов. Прimitивно рекурсивные функции: базовые функции и элементарные операции; определение и примеры прimitивно рекурсивных функций; ограниченный и неограниченный операторы минимизации; определения общерекурсивных и частично рекурсивных функций; определение и способы задания машины Тьюринга; определение нормального алгоритма Маркова и порядок его работы; тезисы Черча, Тьюринга и Маркова о вычислимых функциях; теорема Райса и ее смысл.	3	40	11	5		16	24
5.	Формальные теории 1-го порядка. Теоремы об общезначимых формулах в исчислении высказываний и в исчислении предикатов.	3	14	2			2	12
	Текущий контроль (КСР)	3	2					
	Промежуточная аттестация: экзамен	3	45					
	Итого		144	32	16		48	49

Практические занятия (семинарские занятия /лабораторные работы) организуются, в том числе в форме практической подготовки, которая предусматривает участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа.

Промежуточная аттестация проходит в форме экзамена.

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов направлена на выполнение домашних заданий по темам практических занятий, подготовку к контрольной работе по теме “Математическая логика”, а также подготовку к экзамену по указанной дисциплине. При подготовке к практическому занятию необходимо помнить, что данная дисциплина тесно связана с ранее изучаемой дисциплиной “Дискретная математика”.

Цель самостоятельной работы - подготовка современного компетентного специалиста и формирование способностей и навыков к непрерывному самообразованию и профессиональному совершенствованию.

На семинарских занятиях студент должен уметь последовательно излагать свои мысли и аргументировано их отстаивать.

Для достижения этой цели необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы изучаемой дисциплины;
- 2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- 3) изучить рекомендованную учебно-методическим комплексом литературу по данной теме;
- 4) тщательно изучить лекционный материал.

Образовательный материал для самостоятельной работы студента:

Таланов Владимир Александрович.

Математическая логика и модели вычислений : учебное пособие / ННГУ. - Н. Новгород : Изд-во ННГУ, 1994. - 115 с. Постоянная ссылка на документ: <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=298104&idb=0>

Контрольные вопросы и задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины приведены в п. 5.2.

Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся используется электронный [Математическая логика и теория алгоритмов \(Павлов И.С.\) \(unn.ru\)](http://e-learning.unn.ru/), созданный в системе электронного обучения ННГУ - <https://e-learning.unn.ru/>

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно

достижения компетенций)		зачтено					
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала.	Уровень знаний ниже минимальных требований.	Минимально допустимый уровень знаний.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
	Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Имели место грубые ошибки.	Допущено много негрубых ошибок.	Допущено несколько негрубых ошибок	Допущено несколько несущественных ошибок		
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений .	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения.	Продemonстрированы основные умения.	Продemonстрированы все основные умения.	Продemonстрированы все основные умения.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами,	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи.
	Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	Имели место грубые ошибки.	Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Решены все основные задачи . Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	выполнены все задания в полном объеме.	Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов
<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом.	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки	Продemonстрированы базовые навыки	Продemonстрированы навыки	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач
	Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	Имели место грубые ошибки.		при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	решению нестандартных задач

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»

зачтено	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
незачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения.

5.2.1 Контрольные вопросы

Вопрос	Код компетенции
1. Понятие высказывания. Логические связки. Формулы логики высказываний.	ОПК-1
2. Равносильность формул логики высказываний. Основные равносильности.	ОПК-1
3. Тавтологично-истинные формулы логики высказываний. Важнейшие тавтологии. Правильные рассуждения. Утверждение о правильности рассуждения по схеме $(P_1, \dots, P_n) \Rightarrow Q$.	ОПК-1
4. Проблема разрешимости в логике высказываний и методы ее решения.	ОПК-1
5. Определение и виды формальных теорий.	ОПК-1

6. Язык, системы аксиом и основные правила вывода исчисления высказываний.	ОПК-1
7. Производные правила вывода в исчислении высказываний: выводимость $A \rightarrow A$, правило введения импликации, транзитивность выводимости.	ОПК-1
8. Производные правила вывода в исчислении высказываний: теорема дедукции (без доказательства), правило силлогизма, правило введения отрицания.	ОПК-1
9. Лемма для теоремы об общезначимых формулах исчисления высказываний.	ОПК-1
10. Теорема об общезначимых формулах в исчислении высказываний.	ОПК-1
11. Метод резолюций в исчислении высказываний.	ОПК-1
12. Проблемы аксиоматического исчисления высказываний.	ОПК-1

Вопрос	Код компетенции
13. Определение предиката. Область определения, множество истинности предиката. Операции над предикатами, кванторы существования и всеобщности.	ОПК-1
14. Формулы логики предикатов. Свободные и связанные переменные.	ОПК-1
15. Равносильность формул в логике предикатов и в различных интерпретациях. Основные равносильности: перестановка кванторов и переименование связанных переменных.	ОПК-1
16. Правила переноса квантора через отрицание в формулах логики предикатов.	ОПК-1
17. Правила выноса квантора за скобки в формулах логики предикатов.	ОПК-1
18. Нормальные формы логики предикатов. Теорема о предваренной нормальной форме.	ОПК-1
19. Выполнимость и общезначимость для предикатов. Основные общезначимые формулы в логике предикатов.	ОПК-1
20. Теоремы об общезначимости и выполнимости в логике предикатов. Проблема разрешимости в общем случае (теорема Черча) и для формул, содержащих только одноместные предикатные символы.	ОПК-1
21. Язык, система аксиом и основные правила вывода исчисления предикатов.	ОПК-1

22. Производные правила вывода в исчислении предикатов: правила переименования связанных переменных, правило связывания квантором.	ОПК-1
23. Теорема об общезначимых формулах (доказать необходимость) и теорема о замене эквивалентных подформул в исчислении предикатов (без доказательства).	ОПК-1
24. Наиболее важные эквивалентности исчисления предикатов и их применение для построения предваренной нормальной формы.	ОПК-1
25. Проблемы аксиоматического исчисления предикатов.	ОПК-1
26. Формализация понятия алгоритма.	ОПК-1
27. Понятие рекурсивных функций. Прimitивно рекурсивные функции: базовые функции и элементарные операции.	ОПК-1
28. Примеры простейших примитивно рекурсивных функций.	ОПК-1
29. Теорема о примитивной рекурсивности суммы и произведения примитивно рекурсивных функций (без доказательства). Примитивная рекурсивность функций “частное от деления x на y ”, “остаток от деления x на y ”, “признак деления x на y ”.	ОПК-1
30. Ограниченный оператор минимизации и его применения. Теорема Робинсона об одноместных примитивно рекурсивных функциях (без доказательства).	ОПК-1
31. Неограниченный оператор минимизации. Частично рекурсивные функции. Тезис Черча о вычислимых функциях.	ОПК-1
32. Общерекурсивные функции. Функция Аккермана. Теорема Аккермана (без доказательства).	ОПК-1
33. Словарные функции. Определение машины Тьюринга.	ОПК-1
34. Способы задания машин Тьюринга. Композиция машин Тьюринга. Реализация на машине Тьюринга программы “перенос нуля”.	ОПК-1
35. Неприменимость машины Тьюринга к исходной информации (привести пример). Тезис Тьюринга. Теорема о соответствии между частично рекурсивными функциями и функциями, вычислимыми по Тьюрингу (без доказательства).	ОПК-1
36. Определение нормального алгоритма Маркова и порядок его работы.	ОПК-1
37. Пример работы нормального алгоритма Маркова. Отличия нормальных алгоритмов	ОПК-1

Маркова от машин Тьюринга. Тезис Маркова. Теорема об эквивалентности машин Тьюринга и нормальных алгоритмов Маркова (без доказательства).	
38. Сравнительный анализ трех типов алгоритмических моделей. Оценка сложности алгоритма.	ОПК-1
39. Алгоритмически неразрешимые проблемы: проблема остановки машины Тьюринга, проблема ее самоприменимости, проблема эквивалентности слов в ассоциативном исчислении. Теорема Райса (без доказательства) и ее смысл.	ОПК-1
40. Особенности прикладных исчислений. Аксиомы для равенства. Теоремы о рефлексивности, симметричности и транзитивности отношения равенства в теории с равенством (без доказательства). Формальная арифметика: ее аксиомы и их смысл. Теоремы Геделя о неполноте (без доказательства) и их смысл.	ОПК-1

5.2.2 Типовые задания для оценки сформированности компетенции ОПК-1

1

- С помощью алгоритма Квайна проверьте тождественную истинность формулы

$$A(x, y, z) = (x \& y \rightarrow z) \rightarrow (y \rightarrow (x \rightarrow z))$$
- Проверить на противоречивость множество дизъюнктов:

$$\Gamma = \{\bar{C} \vee \bar{D} \vee E, \bar{E} \vee F, C \vee D, F \vee \bar{D}, \bar{F}\}.$$
- Методом резолюций проверить выводимость:

$$\Gamma = \{\bar{A} \rightarrow (B \vee \bar{C}), A \vee D, B \rightarrow \bar{C} \& D\} \vdash C \rightarrow A.$$
- Используя алгоритм редукции, проверьте правильность рассуждения:
 Военные учения имеет смысл проводить в начале месяца, только если в это время приедет начальство или будет хорошая погода. Если будет хорошая погода, то начальство приедет. Следовательно, если погода будет плохая, то нет смысла проводить учения в начале месяца.
- Приведите к предваренной нормальной форме формулу

$$(\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)) \rightarrow (\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)).$$
- Является ли тождественно истинной следующая формула логики предикатов:

$$\exists x (\bar{P}(x) \rightarrow \forall y Q(x, y)) \sim \forall x (P(x) \rightarrow \forall y Q(x, y)) \quad ?$$
- Доказать, что примитивно рекурсивными являются функции $[x/2], [x\sqrt{2}]$ и $[\log_k x]$.
- Доказать, что функция $\tau(x)$ - число делителей числа x , где $\tau(0) = 0$, является примитивно рекурсивной.
- Построить машину Тьюринга для вычисления функции вычисления функции $x + y$, т.е. $0q_11^x01^y0 \Rightarrow q_001^{x+y}0$.

10. Составьте протокол работы нормального алгоритма Маркова N , работающего над алфавитом $A = \{0, 1\}$ в алфавите $B = A \cup \{\Theta, \Delta\}$. Исходное слово $\alpha_0 = 011$. Функциональная схема алгоритма (список подстановок) имеет вид:
Для какого действия составлен этот алгоритм?

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta 1 \rightarrow 1\Theta, \\ \Theta 0 \rightarrow 0\Theta, \\ \Theta \rightarrow \Delta, \\ 1\Delta \rightarrow \Delta 0, \\ 0\Delta \Rightarrow 1, \\ \Delta \Rightarrow 1 \\ \lambda \rightarrow \Theta. \end{array} \right.$$

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

- Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. Учебник для вузов. 3-е изд. – СПб.: Питер, 2009. – 384 с. [6 экз.]
- Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженеров. 6-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2023. - 400 с. **Ссылка на полный текст документа:** <https://e.lanbook.com/book/210278> [13 экз.]
- Судоплатов С. В.** Математическая логика и теория алгоритмов. - 5-е изд. - Москва :Юрайт, 2023. - 207 с. - Текст : электронный // ЭБС "Юрайт". **Постоянная ссылка на документ:** <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=786413&idb=0>

б) дополнительная литература:

- Игошин В. И. **Сборник задач** по математической логике и теории **алгоритмов** : Учебное пособие / Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского. - Москва : ОО "КУРС", 2019. - 392 с. - **Постоянная ссылка на документ:** <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=623836&idb=0>
- Лавров И. А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории **алгоритмов** / Лавров И. А., Максимова Л. Л. - 5-е изд., испр. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с. - Библиогр.: доступна в карточке книги, на сайте ЭБС Лань. - Книга из коллекции ФИЗМАТЛИТ - Математика. - ISBN 5-9221-0026-2. **Постоянная ссылка на документ:** <http://e-lib.unn.ru/MegaPro/UserEntry?Action=FindDocs&ids=665752&idb=0>

в) Интернет-ресурсы

- Фонд образовательных электронных ресурсов ННГУ, URL: <http://www.unn.ru/books/resources.html>.
- EqWorld. Мир математических уравнений Электронный ресурс, содержащий электронные версии книг в свободном доступе: режим доступа <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Имеются в наличии учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет». Наличие рекомендованной литературы.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО /ОС ННГУ по направлению 11.05.02 «Специальные радиотехнические системы» (профиль «Радиотехнические системы и комплексы специального назначения»).

Автор: доцент кафедры алгебры, геометрии и дискретной математики,

к.ф.-м.н. _____ В.И. Звонилов

Рецензент: _____

Заведующий кафедрой алгебры, геометрии и дискретной математики

д.ф.-м.н., профессор _____ Н.Ю. Золотых