

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им.
Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДЕНО
решением Ученого совета ННГУ
протокол от
30.11.2022г. №13

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

Уровень высшего образования
бакалавриат

Направление подготовки
090303 Прикладная информатика

Направленность образовательной программы
Прикладная информатика в информационной сфере

Форма обучения
очная

Нижний Новгород
2022

1. Место и цели дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина относится к обязательной части.

№ варианта	Место дисциплины в учебном плане образовательной программы	Стандартный текст для автоматического заполнения в конструкторе РПД
1	Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть	Дисциплина Б1.О.06 «Математический анализ» относится к обязательной части ООП направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями и индикаторами достижения компетенций)

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции* (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине**	
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Демонстрирует знание основ высшей математики, физики, вычислительной техники и программирования.	Знает основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с дисциплиной Математический анализ. 1. Понятие числовой последовательности, ее предела. 2. Определение предела функции в точке по Гейне и Коши. 3. Классификацию точек разрыва функции. 4. Понятие производной и дифференциала. 5. Понятия производных и дифференциалов высших порядков; формулу Лейбница. 6. Необходимые условия локального экстремума. 7. Формулу Тейлора. 8. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.	Собеседование Коллоквиум
	ОПК-1.2. Демонстрирует умение решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования.	Уметь использовать на практике знания, полученные при изучении дисциплины «Математический анализ»: 1. Находить грани множества. 2. Вычислять пределы числовых последовательностей и функций, связанные с неопределенностями разных видов. 3. Находить производные и дифференциалы первого и высших порядков, уравнение касательной к графику функции в точке. 4. Проводить полное исследование функции и на основании данного	Задача Контрольная работа

		исследования строить эскизы графиков функций. 5. Формулировать математически простейшие проблемы, поставленные в терминах других предметных областей, и уметь решать математически сформулированную задачу, интерпретировать ее решение.	
	ОПК-1.3. <i>Демонстрирует наличие практического опыта теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.</i>	Владеть математической культурой как частью профессиональной культуры, способностью к абстрактному мышлению, пониманием информатики как фундаментальную научную основу информационных технологий.	<i>Задача</i>

3. Структура и содержание дисциплины «Математический анализ»

3.1. Трудоемкость дисциплины

	очная форма обучения
Общая трудоемкость	16 ЗЕТ
Часов по учебному плану	576
в том числе	
контактная работа:	246
- занятия лекционного типа	192
- занятия семинарского типа	48
- текущий контроль (КСР)	6
самостоятельная работа	222
Промежуточная аттестация – экзамен	108

3.2 Содержание дисциплины

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы				Самостоятельная работа обучающегося, часы
		из них				
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Занятия лабораторного типа	Всего	
1. Действительные числа	18	8	0		8	10
2. Числовые последовательности и их предел.	17	8	0		8	9

3.Функции одной переменной и их предел. Разрывы и непрерывность.	17	8	0		8	9
4.Производная и дифференциал функции одной переменной и их свойства.	17	8	0		8	9
5. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.	17	8	0		8	9
6. Правила Лопиталя раскрытия неопределённостей.	17	8	0		8	9
7. Экстремумы функции одной переменной. Необходимые и достаточные условия.	17	8	0		8	9
8. Применение дифференциального исчисления для исследование функции одной переменной.	22	8	0		8	14
Текущий контроль	2				2	
Промежуточная аттестация зачёт, экзамен	36					
Итого за 1 семестр	180	64	0		66	78
1.Неопределённый интеграл и способы его вычисления	16	8	0	0	8	8
2.Определённый интеграл, свойства. Формула Ньютона-Лейбница	17	8	0	0	8	9
3. Приложения определённого интеграла: геометрические и механические	17	8	0	0	8	9
4. Функции многих переменных. Пределы двойные и повторные.	17	8	0	0	8	9
5.Частные производные и дифференциалы функции многих переменных.	18	8	0	0	8	10
6.Неявные функции и их частные производные и дифференциалы	18	8	0	0	8	10
7.Формула Тейлора для функции многих переменных.	18	8	0	0	8	10
8.Локальный и условный экстремумы функций многих переменных. Необходимые и достаточные условия.	21	8	0	0	8	13
Текущий контроль	2				2	
Промежуточная аттестация экзамен	36					
Итого за 2 семестр	180	64	0	0	66	78
1.Числовые ряды. Признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость	20	6	6	0	12	8
2.Функциональные последовательности. Признаки равномерной сходимости. Условия непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости.	21	6	6	0	12	9
3.Функциональные ряды. Признаки равномерной сходимости. Условия непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости рядов.	22	8	6	0	14	8
4.Степенные ряды. Радиус сходимости. Условия непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости ряда. Разложение функций в степенной ряд.	22	8	6	0	14	8
5.Вещественные несобственные интегралы .1-го и 2-го рода. Условия их сходимости.	24	8	8	0	16	8
6.Собственные интегралы от параметра. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость.	26	10	8	0	18	8
7.Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода от параметра, непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость.	22	10	4	0	14	8
8.Эйлеровы интегралы и их применение для вычисления несобственных интегралов..	21	8	4	0	12	9
9.Ряды Фурье. Интеграл Фурье и Фурье-преобразование.						
Текущий контроль	2				2	

Промежуточная аттестация экзамен	36					
Итого за 3 семестр	216	64	48	0	114	66
Итого за три семестра	576	192	48		246	222

Текущий контроль успеваемости реализуется в форме опросов на занятиях семинарского типа и коллоквиума в 1 семестре.

Промежуточная аттестация проходит в традиционной форме (экзамен).

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Виды самостоятельной работы студентов

- проработка теоретического материала лекционных занятий;
- выполнение домашних заданий по практическим занятиям;
- подготовка к выполнению письменных контрольных работ;

Домашние задания выполняются по задачнику: Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: М.: Наука, 2005.. – 527 с. (53 экз. в библиотеке ННГУ)

5. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине, включающий:

5.1. Описание шкал оценивания результатов обучения по дисциплине

Уровень сформированности компетенций (индикатора достижения компетенций)	Шкала оценивания сформированности компетенций						
	плохо	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	очень хорошо	отлично	превосходно
	Не зачтено		зачтено				
<u>Знания</u>	Отсутствие знаний теоретического материала. Невозможность оценить полноту знаний вследствие отказа обучающегося от ответа	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущено много негрубых ошибок.	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки. Допущено несколько несущественных ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок.	Уровень знаний в объеме, превышающем программу подготовки.
<u>Умения</u>	Отсутствие минимальных умений. Невозможность оценить наличие умений вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Решены типовые задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи с негрубыми ошибками. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме.	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи. Выполнены все задания, в полном объеме без недочетов

<u>Навыки</u>	Отсутствие владения материалом. Невозможность оценить наличие навыков вследствие отказа обучающегося от ответа	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов.	Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач
---------------	--	---	---	---	---	---	---

Шкала оценки при промежуточной аттестации

Оценка		Уровень подготовки
зачтено	Превосходно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «превосходно»
	Отлично	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «отлично», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «отлично»
	Очень хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «очень хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «очень хорошо»
	Хорошо	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «хорошо», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «хорошо»
	Удовлетворительно	Все компетенции (части компетенций), на формирование которых направлена дисциплина, сформированы на уровне не ниже «удовлетворительно», при этом хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «удовлетворительно»
не зачтено	Неудовлетворительно	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «неудовлетворительно», ни одна из компетенций не сформирована на уровне «плохо»
	Плохо	Хотя бы одна компетенция сформирована на уровне «плохо»

5.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения

5.2.1. Вопросы для контроля: семестр 1 (оценка компетенции ОПК-1)

1. Что такое действительные числа?
2. В чем выражается главное отличие между рациональными и действительными числами?
3. Сформулируйте определения ограниченного, неограниченного множества.
4. Сформулировать окрестность точки.
5. Какое число называется верхней гранью множества.
6. Дайте определение точной верхней (нижней) грани множества.
7. Сформулируйте определение предела последовательности.
8. Сформулируйте определение сходящейся (расходящейся) последовательности.
9. Какая последовательность называется бесконечно малой (бесконечно большой)?
10. Сколько пределов может иметь сходящаяся последовательность?
11. Перечислите свойства пределов, связанные с неравенствами.
12. Сформулируйте определение ограниченной (неограниченной) последовательности.
13. Всякая ли сходящаяся последовательность ограничена? Всякая ли ограниченная последовательность сходится?
14. Сформулируйте свойства бесконечно малых последовательностей.
15. Сформулируйте определение монотонной последовательности.
16. Сформулируйте определение возрастающей (убывающей) последовательности.
17. Если последовательность монотонная, она будет иметь предел?
18. Как определяется число e ?
19. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности.
20. Сформулируйте критерий Коши существования предела последовательности.
21. Дайте определение частичного предела.
22. Что такое верхний (нижний) предел последовательности?
23. Какая связь между сходимостью последовательности и ее частичными пределами?
24. Сформулируйте определение по Гейне предела функции.
25. Сформулируйте определение предела функции по Коши в точке.
26. Сформулируйте определение бесконечно малой функции.
27. Сформулируйте определение бесконечно большой функции.
28. Сформулируйте определение бесконечно малых функций одного порядка.
29. Сформулируйте определение эквивалентных бесконечно малых функций.
30. Сформулируйте определение порядка малости одной функции относительно другой.
31. Сформулируйте определение приращения функции.
32. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке (любое).
33. Сформулируйте определение непрерывности функции на множестве.
34. Сформулируйте определение точки разрыва.
35. Сформулируйте определение точки устранимого разрыва.
36. Сформулируйте определение точки разрыва I-го рода.
37. Сформулируйте определение точки разрыва II-го рода.
38. Сформулируйте определение производной функции в точке.
39. Сформулируйте определение производной n -го порядка.
40. Сформулируйте определение дифференцируемой функции в точке.
41. Сформулируйте определение дифференциала первого порядка.
42. Какой геометрический смысл имеет производная функции в точке и дифференциал функции в точке?
43. Сформулируйте определение дифференциала n -го порядка.
44. Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке.
45. Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции.
46. Как найти производную (дифференциал) произведения.
47. Как найти производную (дифференциал) частного.

48. Сформулируйте определение возрастающей функции.
49. Сформулируйте определение убывающей функции.
50. Сформулируйте определение монотонной функции.
51. Сформулируйте определение локального минимума (максимума).
52. Что такое формула Тейлора?
53. Сформулируйте правила Лопиталю для неопределённости $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$.
54. Сформулируйте определение локального минимума (максимума).
55. Сформулируйте определение глобального экстремума на множестве.
56. Сформулируйте определение стационарной точки.
57. Сформулируйте необходимое условие экстремума.
58. Сформулируйте достаточные условия экстремума.
59. Какая точка называется точкой перегиба дифференцируемой функции?
60. Сформулируйте необходимое условие точки перегиба.
61. Сформулируйте достаточное условие точки перегиба.
62. Сформулируйте определение вертикальной, наклонной асимптоты.

5.2.2. Вопросы для контроля: семестр 2 (оценка компетенции ОПК-1)

1. Что такое первообразная и неопределенный интеграл?
2. Сформулируйте свойства неопределенного интеграла.
3. Чему равен интеграл от суммы функций? Методы интегрирования.
4. Равен ли интеграл от произведения функций произведению интегралов от этих функций? Приведите пример.
5. Перечислите простейшие рациональные дроби.
6. Какое выражение называется дифференциальным биномом?
7. При каких условиях дифференциальный бином интегрируется в элементарных функциях?
8. Сформулируйте понятие определенного интеграла (интеграла Римана).
9. Какое условие является необходимым для интегрируемости функции?
10. Что такое суммы Дарбу и зачем они нужны?
11. Какие функции являются интегрируемыми по Риману?
12. Что такое интеграл с переменным верхним пределом?
13. Какая связь между определенным и неопределенным интегралом?
14. Как задается кривая на плоскости и в пространстве?
15. Сформулируйте определение длины дуги и спрямляемой кривой.
16. Как определяется площадь плоской фигуры?
17. Как найти площадь криволинейной трапеции, криволинейного сектора?
18. Как найти площадь объем тел вращения?
19. Что такое векторное пространство R^n ?
20. Что является пределом последовательности в пространстве R^n ?
21. Что такое координатная сходимость?
22. Что такое повторные пределы функции двух переменных?
23. Сформулируйте определение предела функции нескольких переменных.
24. Какая функция называется непрерывной в точке по совокупности переменных?
25. Какая функция называется непрерывной в точке по отдельным переменным?
26. Какое множество называется компактным?
27. Сформулируйте свойства непрерывных функций на компактном множестве (теоремы Вейерштрасса)..
28. Дайте определение частной производной функции.
29. Какая функция двух переменных называется дифференцируемой в точке?
30. Сформулируйте достаточное условие дифференцируемости функции в точке.
31. Что такое касательная плоскость и нормаль к поверхности?
32. Какая функция называется заданной неявно?

33. Производная от неявной функции заданной уравнением $F(x,y,z)=0$
34. Дайте определение локального экстремума функции нескольких переменных.
35. Сформулируйте необходимое условие локального экстремума, достаточное условие локального экстремума.
36. Какая точка называется точкой условного экстремума функции нескольких переменных?
37. В чем заключается метод множителей Лагранжа для условного экстремума.

5.2.3. Вопросы для контроля: семестр 3(оценка компетенции ОПК-1)

1. Что такое числовой ряд?
2. Что называется суммой ряда?
3. Какой числовой ряд называется сходящимся (расходящимся)?
4. Сформулируйте необходимое условие сходимости числового ряда?
5. Если общий член ряда стремится к нулю, что можно сказать о сходимости ряда?
6. Сформулируйте критерий Коши сходимости числового ряда.
7. Какой числовой ряд называется гармоническим и почему он так называется?
8. Сходится ли гармонический ряд и почему?
9. Какой числовой ряд называется знакоположительным?
10. Признаки сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак Коши.
11. Когда говорят, что ряд сходится абсолютно? Условно?
12. Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.
13. Сформулируйте признаки Дирихле и Абеля сходимости произвольных рядов.
14. Дайте понятия функциональной последовательности, функционального ряда.
15. Дайте определение поточечной и равномерной сходимости на множестве функциональной последовательности, функционального ряда.
16. Какой ряд называется степенным?
17. Как найти радиус сходимости степенного ряда?
18. Что является областью сходимости степенного ряда.
19. Примеры степенных рядов при разложении функций.
20. Какая функция называется аналитической?
21. Что такое сходимость по норме, сходимость в среднем в пространстве функций?
22. Какая система функций называется ортогональной? Приведите пример.
23. Какая система функций называется ортонормированной? Приведите пример.
24. Запишите ряд Фурье по тригонометрической системе.
25. Как записать ряд Фурье для чётных и нечётных функций?

5.2.4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки компетенции ОПК-1

Контрольная работа Семестр 3

Задача 1. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1}$

Задача 2. Исследовать последовательность $f_n(x) = x^n$, где $x \in [0; \frac{1}{3}]$ на равномерную сходимость

Задача 3. Найти области сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$.

Задача 4. Используя признак Вейерштрасса исследовать на равномерную сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x) \text{ на } E \text{ с членом } \frac{1}{(n+x)^4} \text{ при } E=[0; \infty).$$

Задача 5. Для $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$ найти радиус сходимости с $a_n = \frac{(-1)^n x^n}{\sqrt{n}}$.

Задача 6. Разложить $f(x)$ в ряд Фурье, где $f(x) = x, x \in [-\pi; \pi]$.

Задача 7. Исследовать на сходимость интегралы $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^4 + 1}}$.

Задача 8. Используя интегралы Эйлера вычислить $\int_0^1 x^{\frac{3}{2}} (1-x)^{\frac{1}{2}} dx$.

5.2.5. Вопросы коллоквиума 1 семестр (ОПК-1)

1. Что такое действительные числа?
2. Сформулируйте определения ограниченного, неограниченного множества.
3. Сформулировать окрестность точки.
4. Какое число называется верхней гранью множества.
5. Дайте определение точной верхней (нижней) грани множества.
6. Сформулируйте определение предела последовательности.
7. Сформулируйте определение бесконечно малой последовательности.
8. Сформулируйте определение сходящейся (расходящейся) последовательности.
9. Перечислите арифметические свойства пределов.
10. Сформулируйте определение ограниченной (неограниченной) последовательности.
11. Сформулируйте определение фундаментальной последовательности.
12. Сформулируйте критерий Коши существования предела последовательности.
13. Сформулируйте определение по Гейне и Коши предела функции.
14. Сформулируйте определение приращения функции.
15. Сформулируйте определение непрерывности функции в точке (любое).
16. Сформулируйте определение точки разрыва и виды разрывов

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: Учебное пособие для вузов. Ч. 1.. М, Наука, 1971.– 608 с. (42 экз. в библиотеке ННГУ)
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: Учебное пособие для вузов. Ч. 2.. М, Наука, 1973.– 447с. (41 экз. в библиотеке ННГУ)
3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: М.: Наука, 2005..– 527 с. (53 экз. в библиотеке ННГУ)

б) Дополнительная литература:

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1.– М.: Физматлит, 2007. – 680 с. (52 экз. в библиотеке ННГУ)
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.2. – М.: Наука, 1966. – 800 с. (60 экз. в библиотеке ННГУ)
3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.3.– М.:Наука, 1966.– 656 с. (36 экз. в библиотеке ННГУ)
4. Калашников А.Л., Федоткин А.М., Фокина В.Н. Контрольные задачи на функциональные последовательности и ряды, интеграл и ряды Фурье. Практикум. (Электронный ресурс ННГУ). Рег. № 383.11.08.. Нижний Новгород: ННГУ, 2011, 22с.
http://www.unn.ru/books/met_files/ALK_AMF_VNF.doc

5. Калашников А.Л., Фокина В.Н. Методы решения задач по векторному анализу и поверхностным интегралам. Учебно-методическое пособие. (Электронный ресурс ННГУ). Рег. № 1128.16.06. Нижний Новгород: ННГУ, 2016, 38 с.
http://www.unn.ru/books/met_files/alkvekt.pdf
6. Калашников А.Л., Потёмин Г.В., Филиппов В.Н. Методические указания к решению задач на интегралы с параметром. Учебно-методическое пособие. (Электронный ресурс ННГУ). Рег. № 1137.16.07. Нижний Новгород: ННГУ, 2016, 52 с.
http://www.unn.ru/books/met_files/alkint.pdf

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой (лекционного и семинарского типа), оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечены доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Программа составлена в соответствии с требованиями ОС ННГУ 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Автор _____ Федоткин А.М.

Рецензент профессор _____ Федосенко Ю.С.

Заведующий кафедрой _____ Калинин А. В.

Программа одобрена на заседании методической комиссии института информационных технологий, математики и механики

07.12.2022 протокол №4